

# 连续型公交专用道网络布局优化模型

卢小林<sup>1</sup>, 俞 洁<sup>2</sup>, 邹 难<sup>1</sup>, 刘好德<sup>3</sup>  
(1. 山东大学 控制科学与工程学院, 山东 济南 250061; 2. 威斯康辛大学密尔沃基分校 土木工程系, 威斯康辛州 密尔沃基 53201;  
3. 交通运输部科学研究院, 北京 100029)

**摘 要:** 针对以往离散公交专用道网络布局的局限性,从公交专用道布设的现实条件、规划与建设实践入手,利用网络优化方法提出了面向公交走廊的连续公交专用道网络布局双层优化模型.该模型的上层模型是以最小化路网用户总出行时间为目标的连续公交专用道网络布局设计决策,下层模型是以最小广义出行成本为目标的小汽车和公交车客流分配模型,并应用遗传算法(genetic algorithm, GA)求解该模型.通过算例验证了该双层优化模型有效性与实用性,以及连续型专用道网络布局方案相较于离散型方案的优越性.

**关 键 词:** 公共交通;公交走廊;连续型公交专用道;双层规划模型;遗传算法

**中图分类号:** U 491.2<sup>+</sup>23.1      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)01-0016-06

## Optimization Model for Locating Continuous Exclusive Bus Lanes

LU Xiao-lin<sup>1</sup>, YU Jie<sup>2</sup>, ZOU Nan<sup>1</sup>, LIU Hao-de<sup>3</sup>  
(1. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Department of Civil Engineering and Mechanics, University of Wisconsin-Milwaukee, Milwaukee 53201, Wisconsin, USA; 3. China Academy of Transportation Sciences, Beijing 100029, China. Corresponding author: ZOU Nan, professor, E-mail: nanzou@sdu.edu.cn)

**Abstract:** Aiming at the limitation of disperse exclusive lane locating, a two level optimization model was presented for the location of the continuous exclusive bus lane based on public transit corridor. Realistic conditions, planning and construction practice of exclusive bus lanes locations were explicitly taken into account in the proposed model. The upper-level of the proposed model was the locating model to minimize the total travel time of the whole road network, and the lower-level was the allocation model of car and bus to minimize the generalized travel cost. The genetic algorithm based on the method of successive averages was developed to solve the problem. The test of the effectiveness and practicability of the model and the sensitivity analysis of the key parameters were carried out through a case study, and the continuous exclusive bus lane locations have more superiority than discrete exclusive bus lane locations.

**Key words:** public transit; public transit corridor; continuous exclusive bus lane; bi-level programming model; genetic algorithm

国内外诸多城市发展实践经验已经证明,优先发展公共交通是缓解城市交通拥堵问题的必然选择.而在有限的道路空间资源上通过施划只允许公交车辆行驶的公交专用道,可以快速、有效实现城市公共交通优先发展,此项措施已经在我国广泛推广.截至目前,全国有230多个城市已经建设公交专用道,但往往面临因专用道的布设位置不当而加剧了部分路段的交通拥堵状况,使得公交专用道的运营效益大打折扣.更有甚者,部分专用道由于布设位置不当在建成使用后不久即强制拆除,此举不仅带来了资源的极大浪费,也使得作为“民生工程”的公交专用道建设产生了一定的负面影响.

现有公交专用道位置布设的研究成果可以分

为两类：①微观仿真模拟<sup>[1-2]</sup>；②宏观网络优化<sup>[3-4]</sup>。微观仿真模拟侧重于使用仿真工具评估某一条公交专用道布设方案的效益，如专用道对公交车用户及小汽车用户出行时间以及道路饱和度的影响等，来判断公交专用道布设方案的可行性与合理性。然而，仿真评估方法通常局限于求解某一条道路的最优公交专用道布设方案，无法反映交通模式转移产生的网络效益，因此评估结果往往过于片面，难以从网络层面综合考量。

宏观网络优化方法主要是利用双层规划模型求解网络中公交专用道的最优布局。然而，多数研究将公交专用道作为离散要素，不考虑其离散布设而产生的专用道汇入与汇出段交通交织与冲突影响。同时，鉴于宏观网络优化模型的求解大都属于 NP-hard 问题，多数研究通常通过简化路网拓扑结构来提高模型求解效率，忽略现实环境下公交专用道设置条件及其建设标准等。

近年来，相关研究已经表明短距离或离散的公交专用道容易导致道路交通状况进一步恶化<sup>[5-7]</sup>。因此，如何面向公交专用道现实建设条件与管理需求（如设置专用道所需的道路条件、公交专用道最短长度限制等），从宏观网络优化层面构建连续型公交专用道布局优化模型，并真实刻画不同客流需求条件下，专用道网络布局与路网运行特性、交通模式的分担率及出行成本之间的关系，则是本文需要深入考虑的问题。

# 1 问题描述

为解决离散型公交专用道所产生的交通交织影响问题，本文以具备客流集聚特性的公交走廊为连续专用道的选址范围，提出连续型公交专用道的布局策略。当公交专用道的连续长度较短时，因其离散布设而产生公交车与小汽车交通交织与冲突影响可能恶化道路通行状况，因此本文考虑延长较短的离散段，或者取消较短的专用道路段等措施，提高公交专用道布局的连续性。

本文将在已知公交客流走廊路径的条件下，以路网拓扑结构、道路特性、公交线网路径及发车频率、出行起讫点（origin destination, OD）之间客流需求等为基本输入，通过构建双层规划模型求解不同 OD 客流水平下的连续公交专用道网络布局，如图 1 所示。针对该双层模型，本文将上层模型设计为连续公交专用道决策模型，下层模型设计为小汽车和公交车客流分配模型。同时，为了真实刻画公交专用道现实建设条件与管理需求，在

上层模型中加入道路条件、公交专用道长度，以及投资成本等条件约束。特别强调的是，为了使得优化方案具备可实用性，模型限定实施公交专用道的道路饱和度约束，兼顾公交专用道设置后社会车辆的交通通行效率；且为了保证专用道设置的连续性，专用道设置需满足最短长度约束，以促进其功能和效率得以充分发挥。

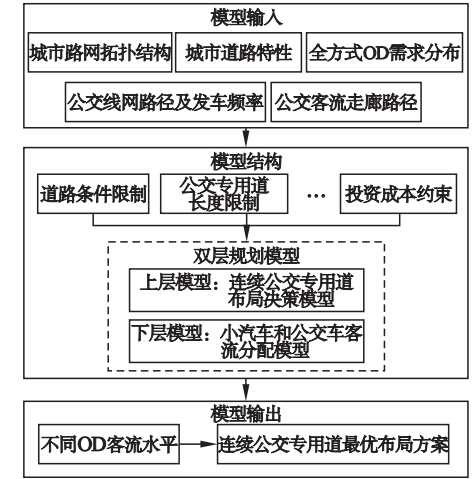


图 1 连续公交专用道网络布局问题描述  
Fig. 1 Illustration of the locating problem for continuous exclusive bus lane

# 2 模型构建

## 2.1 基本假设

为了使研究问题得到简化，并能反映真实情况，本文提出如下假设：

- 1) 网络需求固定且已知；
- 2) 道路单向允许设置一条公交专用道；
- 3) 出行者的路径选择行为遵循广义出行费用最小化的用户均衡原则。

## 2.2 模型表述

网络中考虑小汽车和公交车两种交通方式，上标 c 代表小汽车，上标 b 代表公交车； $(N, A)$  表示道路网络，其中  $N$  为网络节点， $A$  为网络有向弧集； $(N^b, A^b)$  表示公交网络集合， $N^b$  为网络节点， $A^b$  为网络有向弧； $T$  表示网络走廊集合， $z$  是走廊的索引； $F$  表示网络公交线路集合； $O, D$  为客流起讫点集合， $o, d$  分别为  $O, D$  的索引； $i, j$  为节点  $N$  的索引； $(i, j)$  表示有向弧，定义有向弧的长度  $l_{ij}$ ，车道数量  $n_{ij}$ ，以及单车道通行能力  $C_{ij}$ 。  $R_{o,d}^c, R_{o,d}^b$  表示  $(o, d)$  之间小汽车和公交车的路径集合， $r, r'$  分别为  $R_{o,d}^c, R_{o,d}^b$  的路径索引。

定义模型的决策变量：

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{若弧}(i, j)\text{上设置公交专用道, } \delta_{ij} \text{ 为 } 1; \\ 0, & \text{否则为 } 0. \end{cases}$$

辅助决策变量:

$$y_{ij}^e = \begin{cases} 1, & \text{若公交线路 } e \text{ 经过弧}(i, j), y_{ij}^e \text{ 为 } 1; \\ 0, & \text{否则为 } 0. \end{cases}$$

### 2.2.1 上层模型

目标函数为

$$Z = \text{Min} \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^c t_{ij}^c + \sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^b t_{ij}^b; \quad (1)$$

s. t.

$$B \geq \sum_{(i,j) \in A} u l_{ij} \delta_{ij}; \quad (2)$$

$$s_{\max} C_{ij} (n_{ij} - \delta_{ij}) \geq x_{ij}^c, \forall (i, j) \in A; \quad (3)$$

$$\sum_{e \in F} y_{ij}^e \geq \delta_{ij}, \forall (i, j) \in A; \quad (4)$$

$$\sum_{(i,j) \in k_z^b} \delta_{ij} l_{ij} \geq l_{\min}^b, \forall k_z^b \subset K_z^b \subset K_z, z \in T; \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in k_z^c} (1 - \delta_{ij}) l_{ij} \geq l_{\min}^c, \forall k_z^c \subset K_z^c \subset K_z, z \in T; \quad (6)$$

$$\delta_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A; \quad (7)$$

$$y_{ij}^e \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A. \quad (8)$$

式(1)为目标函数,以路网中全体用户(包括公共交通用户与小汽车出行用户)的总出行时间最小化为优化目标,式中 $x_{ij}^c, t_{ij}^c$ 分别表示弧 $(i, j)$ 上小汽车的客流量和出行时间, $x_{ij}^b, t_{ij}^b$ 则为公交车在弧 $(i, j)$ 上的特性参数;式(2)限定了路网的公交专用道建设成本小于投资成本, $B, u$ 表示单位长度公交专用道投资成本;式(3)要求公交专用道的选址满足道路最大饱和度约束 $s_{\max}$ ;式(4)限定公交专用道选址的路段必须有公交线路经过;式(5)和式(6)连续有或无公交专用道段的最小长度约束条件 $l_{\min}^b$ 和 $l_{\min}^c$ ;式(7)和式(8)为0-1变量的约束条件。

### 2.2.2 下层模型

下层模型由交通模式划分模型、小汽车客流分配模型和公交客流分配模型3个模块组成。在上层决策者给定的公交专用道网络布局方案下,下层模型求解路网均衡配流方案。网络出行者的路径选择行为符合UE准则<sup>[8]</sup>。其中,小汽车客流分配模型采用用户均衡模型,公交客流分配模型利用Spiess和Florian<sup>[9]</sup>提出的经典公交分配模型——公交网络出行策略理论,即乘客考虑最优策略选择出行路径。

交通模式划分模型利用基于广义出行成本的Logit模型,依据不同交通模式的效用值划分客流量。式(9),式(10)分别为小汽车、公交车在 $(o, d)$ 之间的效用函数。 $\mu_{o,d}^c, \mu_{o,d}^b$ 分别表示 $(o, d)$ 之间小汽车和公交车的可测量出行费用; $\varepsilon_{o,d}^c, \varepsilon_{o,d}^b$

分别表示 $(o, d)$ 之间小汽车和公交车的随机误差。随机误差项互相独立并且服从Gumbel分布。

本文考虑小汽车和公交车方式的可测量费用,用于计算不同交通模式的效用值。式(11),式(12)分别表示 $(o, d)$ 之间小汽车和公交车的广义出行费用,包括时间成本和使用成本。小汽车使用成本 $u_{od}^{c,r}$ 考虑燃油费、停车费等,公交车使用成本 $u_{od}^{b,r'}$ 考虑票价等。

$$U_{o,d}^c = \mu_{o,d}^c + \varepsilon_{o,d}^c, \forall o \in O, d \in D; \quad (9)$$

$$U_{o,d}^b = \mu_{o,d}^b + \varepsilon_{o,d}^b, \forall o \in O, d \in D; \quad (10)$$

$$\mu_{o,d}^c = V t_{od}^{c,r} + u_{od}^{c,r}, \forall o \in O, d \in D, r \in R_{o,d}^c; \quad (11)$$

$$\mu_{o,d}^b = V t_{od}^{b,r'} + u_{od}^{b,r'}, \forall o \in O, d \in D, r' \in R_{o,d}^b. \quad (12)$$

式中: $V$ 表示网络用户的单位时间出行成本; $t_{od}^{c,r}, t_{od}^{b,r'}$ 分别表示 $(o, d)$ 之间小汽车在路径 $r$ 和公交车在路径 $r'$ 的出行时间。

由于Spiess等<sup>[9]</sup>提出的交通分配为非路网拥挤情况下的配流方法,本文借鉴De Cea等研究的拥挤条件下的公交配流模型<sup>[10]</sup>以及路阻函数,设计车内舒适度效用公式:

$$\eta_{ij}^b = \theta \left( \frac{x_{ij}^b}{C_b f_{ij}} \right)^\tau, \forall (i, j) \in A^b. \quad (13)$$

式中: $\theta, \tau$ 为待定参数; $C_b$ 为公交车额定载客量; $f_{ij}$ 为弧 $(i, j)$ 上公交车总量。

本文利用路阻函数计算路段出行时间,根据路段的公交专用道设置情况,可以划分为2种类型:

1) 路段未设置公交专用道,此时公交车与小汽车共用车道;

2) 路段设置公交专用道,此时公交车与小汽车各行其道。

$$t_{ij}^c = t_{ij}^{0,c} \left( 1 + \alpha^c \left( \frac{x_{ij}^c / P_c + (1 - \delta_{ij}) \omega \sum_{e \in T} y_{ij}^e f_e}{(n_{ij} - \delta_{ij}) C_{ij}} \right)^{\beta^c} \right); \quad (14)$$

$$t_{ij}^b = t_{ij}^{0,b} \left( 1 + \alpha^b \left( \frac{(1 - \delta_{ij}) x_{ij}^c / P_c + \omega \sum_{e \in T} y_{ij}^e f_e}{((1 - \delta_{ij}) n_{ij} + \delta_{ij}) C_{ij}} \right)^{\beta^b} \right) \times (1 + \eta_{ij}^b). \quad (15)$$

式中, $P_c$ 表示小汽车平均载客量。

## 3 模型求解

上述模型为非线性混合整数双层规划问题,属于典型的NP-hard问题,本文将利用基于相继平均法(method of successive averages, MSA)的遗传算法(genetic algorithm, GA)进行求解。

### 3.1 GA初始种群编码

将公交专用道方案的GA种群用一维二进制



字符串表示,  $X^n = \{\varphi_m^n | m=1, 2, \dots, \alpha\}$  字符串的长度等于路网路段数量, 其中  $\alpha$  表示 GA 群体规模,  $m$  表示 GA 个体的索引,  $n$  表示 GA 群体的迭代规模. 按照 0-1 染色体编码要求随机生成有  $\alpha$  个染色体的初始种群, 即公交专用道选址的备选方案.

### 3.2 连续公交专用道方案的可行性检验

对随机生成的初始种群进行可行性检验, 检验其是否满足公交专用道的选址约束. 如果满足可行性要求, 则保留; 否则将其转化为满足约束的编码方案, 直到遍历完所有染色体. 详细步骤如下:

1) 定义连续专用道布局方案的特性集合  $S$ ,  $S = \{c_m, \delta_m, n_m, l_m, t_m\} (m=1, 2, \dots, |K_z|)$ , 其中,  $m$  为连续段方案的索引编号,  $c_m$  表示走廊专用道编号,  $\delta_m$  为连续路段的公交专用道设置状态,  $n_m$  为路段数量,  $l_m$  为连续路段的长度,  $t_m$  为起始路段编号;

2) 依次遍历每一条走廊的所有路段, 分析公交专用道布设状态, 输出分段连续的已设置与未设置公交专用道的特性集合  $S$ ;

3) 依次判断特性集合  $S$  是否满足连续公交专用道约束(5), (6). 如果满足, 则保留此方案, 如果违反约束, 则对其编码进行相应处理(0 变异为 1, 或将 1 变异为 0), 使其满足连续约束, 直到所有初始群体检验完毕.

### 3.3 交通分配模型求解

利用 MSA 算法求解交通分配模型, 主要包括 3 个阶段, 即交通方式划分、小汽车客流分配、公交车客流分配. 小汽车客流分配采用全有全无分配原则; 公交车客流分配采用 Spiess 和 Florian 提出的最优出行策略原则, 内循环为交通方式客流分配模型, 外循环为交通方式划分模型. 最终得到路网平衡配流结果.

### 3.4 遗传操作

选择操作利用轮盘赌选择法和精英保留策略的组合选择方法, 利用个体的适应度函数值确定个体的选择概率, 适应度函数值越大的个体被选择向下一代群体繁殖的概率越大. 交换操作采用单点交换; 变异操作采用单点变异(0 变异为 1, 或将 1 变异为 0). 交叉与变异操作后, 对新种群进行可行性处理, 生成下一代新群体.

### 3.5 适应度函数

本文利用目标函数的倒数作为适应度函数, 评定公交专用道选址方案的优先度. 为避免生成的编码方案违反成本约束(2)和饱和度约束(3),

将其作为惩罚值附加于目标函数值,  $p_1, p_2$  为惩罚系数.

$$Z_m^n(\varphi_m^n) = Z + p_1 \text{Max}[0, \sum_{(i,j) \in A} ul_{ij} \delta_{ij} - B] + \sum_{(i,j) \in A} p_2 \text{Max}[0, x_{ij}^c - s_{\max} C_{ij}(n_{ij} - \delta_{ij})]. \quad (16)$$

定义适应度函数:

$$f(\varphi_m^n) = \frac{1}{Z_m^n}. \quad (17)$$

通过计算当前方案的适应度函数值与已生成方案中适应度最优相对差值, 更新适应度和染色体排序, 最终适应度最大的方案作为所求结果.

## 4 算例分析

本文以一小型网络进行案例分析来验证上述模型的准确性和适用性<sup>[10]</sup>. 该网络由 6 个  $(o, d)$  对, 13 个节点, 19 条有向路段以及 6 条公交线路构成. 根据路段的地理与客流集聚特征, 路网内包括 6 条公交客流走廊路径 A1 ~ A6, 如图 2 所示.

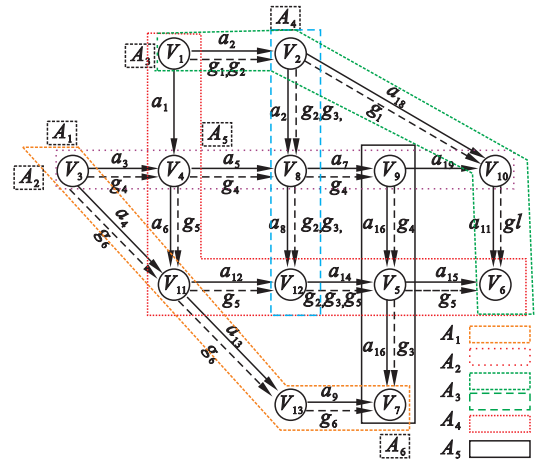


图2 案例的路网模型

Fig. 2 Test network

### 4.1 模型输入与输出

该模型输入的已知条件包括:

- 1) 每个  $(o, d)$  对之间高峰小时出行需求 (包括公交车与小汽车), 如表 1 所示;
- 2) 公交专用道单位投资成本为 100 万元/km, 投资成本  $B$  约束为 500 万元;
- 3) 公交线路 g1 ~ g6 发车频率均为 35 辆/h;
- 4) 假定连续公交专用道的最短长度  $l_{\min}^b = 500 \text{ m}$ <sup>[6]</sup>, 非专用道连续路段最短长度  $l_{\min}^c = 500 \text{ m}$ , 最大饱和度约束  $s_{\max} = 0.9$ ;
- 5) 路网中所有路段单向车道数量为 3 条, 单车道通行能力为 400 辆/h;

表 1 高峰小时客流 OD 矩阵

Table 1 OD matrix of passenger flows at peak hour between each (  $o, d$  ) pair

起点	终点		
	5	6	7
1	600	400	200
2	800	600	400
3	600	200	600
4	800	400	400

6) 路网所有道路的基本特性,包括自由流出行时间、通行能力、长度、每个方向的车道数量以及其他与路阻函数相关的基本参数值,如表 2 所示;

表 2 路段基本特性

Table 2 Characteristic parameters of each link

有向弧编号	自由流时间/h		路段长度 m
	小汽车	公交车	
1 ~ 3, 5 ~ 12, 14 ~ 17, 19	0.10	0.12	400
4, 13	0.12	0.24	500
18	0.13	0.36	600

7) GA 算法的群体规模为 200,交叉概率为 0.2,变异概率为 0.01,最大迭代次数为 100;

8)  $\sigma$  为 0.001;惩罚系数  $p_1, p_2$  为 1 000.

使用 Matlab R2010b 对本文的模型进行编程,并对该数值案例进行求解(投资约束为 500 万元,客流需求比例为 3),得到专用道设置路段集合为  $(a_3, a_5, a_6, a_8, a_{12}, a_{14}, a_{15}, a_{17})$ ,其中  $(a_3, a_5), (a_{17}, a_8), (a_6, a_{12}, a_{14}, a_{15})$  构成 3 个连续的专用道路段.此时,系统中所有用户的总出行时间为 7 338.09 人次/h,与路网中所有道路未设置专用道的用户出行总时间 8 078.48 人次/h 相比,降低了 9.2%.

为了比较连续公交专用道网络布局方案与离散公交专用道网络布局方案对网络运行效率的影响,以及小汽车、公交车的出行时间特征,本文通过松弛连续专用道约束求解得到离散公交专用道选址的布局方案为  $(a_5, a_6, a_8, a_{12}, a_{14}, a_{16}, a_{17})$ ,按照走廊路径存在 2 个离散段  $a_5$  和  $a_{16}$ .

为验证连续公交专用道的优越性,利用 VISSIM 仿真软件对离散与连续公交专用道选址方案进行了对比,如表 3 所示.仿真结果显示,与离散公交专用道网络布局方案相比,连续公交专用道网络布局方案不仅车辆(包括公交车与小汽车)总行程时间更低,且小汽车与公交车的平均延误时间都更低.因此,就网络的整体效益而

言,连续公交专用道网络布局方案优越性更加显著.

表 3 连续与离散公交专用道网络布局方案仿真结果对比  
Table 3 Simulation results comparison between continuous and discrete exclusive bus lane

指标	布局方案		
	现状	连续型	离散型
车辆总行程时间/h	835.35	725.51	781.24
车辆平均延误/s	127.10	82.83	89.35
小汽车平均延误时间/s	127.83	83.35	89.50
公交车平均延误时间/s	70.27	57.30	58.73

4.2 参数敏感性分析

为进一步揭示连续公交专用道数量、OD 客流量等因素对公交专用道选址结果的影响,本文计算了不同 OD 客流水平、公交专用道设置数量等所带来的目标函数值变化情况.

4.2.1 OD 客流量水平

图 3 为不同 OD 客流需求水平下,小汽车平均出行成本、公交车平均出行时间、公交出行比例等指标数值变化情况,图中设定 OD 客流需求比例  $N$  为高峰小时 OD 矩阵的倍数.受限于路网通行能力以及公交线路的载客能力,  $N$  最大取值为 6.当 OD 客流需求水平较低( $N=1, 2$ )时,公交专用道设置的效益相对较低,各类交通方式的分担率并未发生明显转移;随着 OD 客流量的增加,得益于公交的大运量、优先路权特性,公交车的人均出行时间增幅明显低于小汽车,进而刺激更多的小汽车使用者向公交转移.当路网处于拥挤并趋于阻塞状态时,受限于路网服务能力以及公交线路网的客流运载能力,路网交通方式的分担率以及成本逐步趋于稳定状态.由此可见,在拥挤路网中,可以利用公交专用道建设产生的公交优先效益,缓解小汽车大量出行带来的路网拥堵问题.

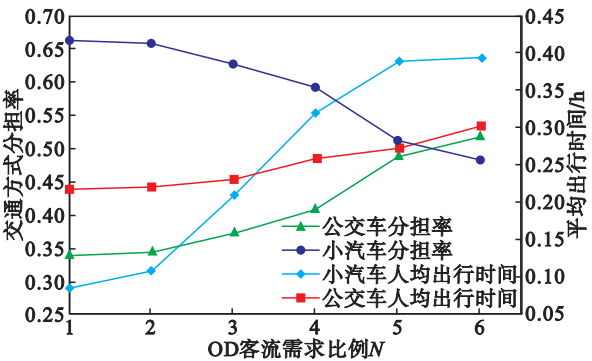


图 3 OD 客流需求水平与网络特性的关系  
Fig. 3 Effect of variation in OD demand level on network characteristics

4.2.2 公交专用道设置数量

进一步分析了公交专用道设置规模与公交分担率关系,如图 4 所示.  $N=1,3$  和 5 分别代表路网自由流、非拥挤流和拥挤流状态. 分析结果显示:当路网处于自由流状态时,随着公交专用道数量的增加,公交客流分担率并未发生明显的变化;而当路网处于严重拥挤状态时,随着公交专用道设置数量的增加,能够显著刺激小汽车向公交方式转移,进而提高公交客流分担率. 由此可见,公交专用道的设置数量取决于路网实际需求.

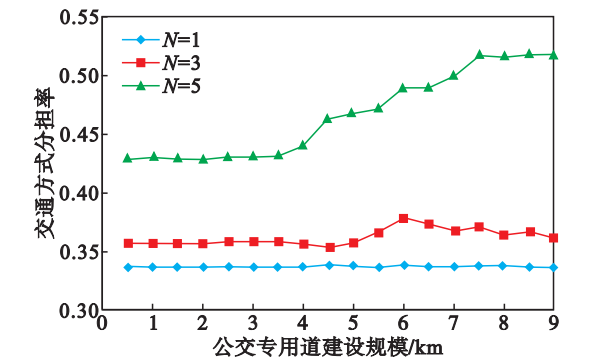


图 4 公交专用道建设规模与网络特性的关系  
Fig. 4 Effect of variation in numbers of exclusive bus lanes on network characteristics

5 结 论

本文针对连续公交专用道网络选址问题,从公交专用道选址的现实条件、规划与建设实践入手,通过网络优化方法提出了以网络用户总出行时间最小的双层规划模型,并利用基于 MSA 的 GA 算法进行了算例分析. 该优化模型能够贴切现实道路环境,客观反映了公交专用道选址的实际特性与规划实践需求,并验证了连续型专用道选址方案相较与离散型的优越性. 同时分析结果显示,科学合理的公交专用道布设方案能够有效提升公交出行分担率,并可刺激小汽车出行者向公交出行方式转移,因而可以进一步指导公交优先理念的落实.

参考文献:

[ 1 ] Zhu L, Yu L, Chen X M, et al. Simulated analysis of exclusive bus lanes on expressways: case study in Beijing, China [J]. *Journal of Public Transportation*, 2012, 15 ( 4 ) : 111 - 128.

[ 2 ] Surprenant-Legault J, El-Geneidy A M. Introduction of reserved bus lane [J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2011, 2218 ( 1 ) : 10 - 18.

[ 3 ] Mesbah M, Sarvi M, Ouveysi I, et al. Optimization of transit priority in the transportation network using a decomposition methodology [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2011, 19 ( 2 ) : 363 - 373.

[ 4 ] Yu B, Kong L, Sun Y, et al. A bi-level programming for bus lane network design [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015, 55 : 310 - 327.

[ 5 ] Chen X, Yu L, Zhu L, et al. Microscopic traffic simulation approach to the capacity impact analysis of weaving sections for the exclusive bus lanes on an urban expressway [J]. *Journal of Transportation Engineering*, 2010, 136 ( 10 ) : 895 - 902.

[ 6 ] 雷莲桂, 孙全欣. 公交专用道路段长度与运行效果关系研究 [J]. *交通运输系统工程与信息*, 2009, 9 ( 5 ) : 160 - 165. ( Lei Lian-gui, Sun Quan-xin. Relationship between length of bus-only lane and operational efficiency [J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2009, 9 ( 5 ) : 160 - 165. )

[ 7 ] Hadas Y, Ceder A A. Optimal connected urban bus network of priority lanes [J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2014, 2418 ( 1 ) : 49 - 57.

[ 8 ] Wardrop J G. Some theoretical aspects of road traffic research [J]. *ICE Proceedings; Engineering Divisions*, 1952, 1 ( 5 ) : 767 - 768.

[ 9 ] Spiess H, Florian M. Optimal strategies: a new assignment model for transit networks [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1989, 23 ( 2 ) : 83 - 102.

[ 10 ] De Cea J, Fernandez E. Transit assignment for a congested public transport systems: an equilibrium model [J]. *Transportation Science*, 1993, 27 ( 2 ) : 133 - 147.