

# 圆柱度误差可视化的理论研究

陈立杰, 张明耀, 康亚栋

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 研究了生成圆柱度误差图形所需的基础理论,建立了圆柱度误差可视化的数学模型.利用计算机图形学理论及三维线框模型,实现被测圆柱面的提取组成要素、拟合组成要素和拟合导出要素的显示;采用轴测投影变换,完成基本几何形体的实现;采用真实空间隐藏算法,解决了几何要素的图形消隐问题.根据国家标准中有关圆柱度误差的定义,建立了圆柱度误差图形显示的数学模型.根据以上的理论研究,在LabWindows/CVI软件平台上,开发了相应的软件,实现圆柱度误差的可视化.

**关 键 词:** 圆柱度误差;图形;可视化;数学模型;计算机图形学

**中图分类号:** TB 921      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)04-0527-04

## Theoretical Study on Visualization of Cylindricity Error

CHEN Li-jie, ZHANG Ming-yao, KANG Ya-dong

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: CHEN Li-jie, E-mail: lijchen@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** The basic theory of producing cylindricity error graph was studied, and a mathematical model for visualization of cylindricity error was established. The theory of computer graphics and three-dimensional wireframe models were used to realize the display of extracted integral feature, associated integral feature and associated derived feature of the measured cylinders. Axonometric projection transformation was adopted to fulfill the realization of basic geometric shapes. The space hidden method was used to solve the problem of geometrical graph hidden. According to the standard definition of cylindricity error, the mathematical model for cylindricity error graphic display was established. On the basis of theoretical study, software was developed to realize visualization of cylindricity error on the platform of LabWindows/CVI.

**Key words:** cylindricity error; graph; visualization; mathematical model; computer graphics

在精密机器和仪器上,零件的圆柱度误差对其性能影响很大.为了更好地控制零件加工时产生圆柱度误差,需要准确测得圆柱度误差值,同时将采样数据和误差图形直观、形象地显示出来,这样可以分析零件产生圆柱度误差的原因,从而更好地控制零件加工时产生的圆柱度误差.也可以依据圆柱度误差的形状合理使用零件,减少圆柱度误差对零件使用性能的影响程度.因此,建立圆柱度误差可视化的数学模型,具有理论意义和现实意义<sup>[1-4]</sup>.

## 1 理论基础

线框模型是一种计算机模型,用点的有限集合表示和建立零件的组成要素和导出要素,这些要素包括直线、圆弧、曲线等.三维线框模型的数据结构是两个表的信息结构:一个是构成零件几何要素的元素表;另一个是表示零件要素拓扑关系的连线表<sup>[5]</sup>.

投影是让立体几何要素投射到平面上得到的图形.要想在计算机屏幕上显示立体几何要素,必须使用投影技术.根据计算机图形学理论,轴测投

影的投影线彼此平行,且与三维坐标系的坐标轴有一定的夹角.轴测图也是具有立体感的图形,适于表示三维误差图形<sup>[6]</sup>.

立体几何要素中,位于几何体的后部,观察不到的要素称为隐藏要素.在三维图形中,隐藏要素用虚线表示或被删去<sup>[7]</sup>.消除隐藏要素的方法很多,如深度检测法、画家方法、扫描线方法、光线跟踪方法等.这些方法可以分为两种类型的算法:真实空间隐藏算法和图像空间隐藏算法.真实空间隐藏算法:在定义几何体的三维空间内,对有关集合中的元素做出计算和比较,确定几何要素的可见性,然后显示可见的要素,进而实现隐藏.图像空间隐藏算法:通过把景物看作由几个多边形平面组成的集合,对显示设备每一像素进行判断,决定哪个平面应在这个像素上显示,进而实现隐藏.真实空间隐藏算法的计算工作量和计算速度与几何体的复杂程度密切相关,并且和构造方法相关.用这种方法可获得精确的隐藏结果,但计算工作量比较大.图像空间隐藏算法因为存在图像空间分辨率和真实空间分辨率的差异,所以这种方法不够精确.本文选择真实空间隐藏算法.

2 数学模型

如图 1 所示,  $OXYZ$  为空间直角坐标系,  $Z$  坐标轴为被测圆柱面的回转轴线,  $XOY$  坐标平面为各采样截面的对称中心平面,  $m$  个采样截面彼此等距离并且与  $Z$  坐标轴垂直<sup>[8-9]</sup>.  $L$  为被测提取圆柱面最小二乘圆柱面的轴线,  $O_1(a,b,0)$  为  $L$  与  $XOY$  平面交点,  $S=[g,l,1]$  为  $L$  的方向向量, 最小二乘圆柱面半径为  $R$ .

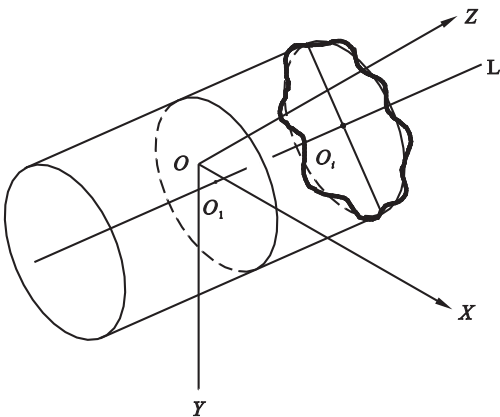


图 1 生成圆柱度误差图形示意图

Fig. 1 Schematic diagram for generating cylindricity error graph

最小二乘圆柱面的轴线  $L$  的方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-a}{g} &= \frac{y-b}{l} = z, \text{ 可得} \\ x &= a + gz, \\ y &= b + lz, \\ z &= z. \end{aligned} \right\} \tag{1}$$

$L$  与第  $i$  个采样截面的交点为  $O_i(a_i, b_i, z_i)$ ,

则

$$\left. \begin{aligned} a_i &= a + gz_i, \\ b_i &= b + lz_i, \\ z_i &= z_i. \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

如图 2 所示, 在每个采样截面内的被测轮廓上有  $n$  个等角度间隔的采样点  $P_{ij}(\Delta r_{ij}, \theta_{ij}, z_i)$  ( $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$ ).

根据图 2 中的几何关系和最小二乘法原理, 可求得  $\varepsilon_{ij} = \Delta r_{ij} - \Delta R - a \cos \theta_{ij} - b \sin \theta_{ij} - gz_i \cos \theta_{ij} - lz_i \sin \theta_{ij}$ .

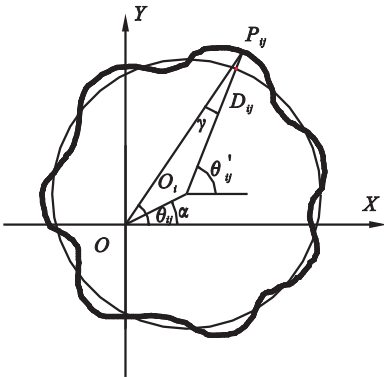


图 2 第  $i$  个采样截面轮廓图

Fig. 2 Cross-sectional profile of the  $i$  th section

式中:

$$\begin{aligned} a &= \frac{2}{mn} \sum_i^m \sum_j^n \Delta r_{ij} \cos \theta_{ij}; \\ b &= \frac{2}{mn} \sum_i^m \sum_j^n \Delta r_{ij} \sin \theta_{ij}; \\ g &= \frac{2 \sum_i^m \sum_j^n \Delta r_{ij} z_i \cos \theta_{ij}}{\sum_i^m z_i^2}; \\ l &= \frac{2 \sum_i^m \sum_j^n \Delta r_{ij} z_i \sin \theta_{ij}}{\sum_i^m z_i^2}; \\ \Delta R &= \sum_i^m \sum_j^n \Delta r_{ij} / mn. \end{aligned}$$

圆柱度误差值  $f = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$ .

因为  $\theta'_{ij} - \alpha = \theta_{ij} - \alpha + \gamma$ ,

$$\gamma = \arcsin \left( \frac{e}{R + \varepsilon_{ij}} \sin(\theta_{ij} - \alpha) \right),$$

而  $e \ll R$  因此  $\gamma$  很小,可忽略.  
所以  $\theta'_{ij} \approx \theta_{ij}$ .  
由图 2 中的几何关系可得点  $P_{ij}(x_{ij}, y_{ij}, z_i)$  的坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_{ij} &= a_i + (R + \varepsilon_{ij}) \cos \theta_{ij}, \\ y_{ij} &= b_i + (R + \varepsilon_{ij}) \sin \theta_{ij}, \\ z_i &= z_i. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

需将  $\varepsilon_{ij}$  放大  $M$  倍,将  $z_i$  缩小或放大  $N$  倍,以便清晰地显示圆柱度误差图形及各个截面轮廓的提取组成要素.  $R$  的数值可由计算机屏幕中显示图形区域的大小来确定.

将式(2)代入式(3)可得点  $P_{ij}$  的坐标:  
$$\begin{aligned} x_{ij} &= a + gz_i + (R + M\varepsilon_{ij}) \cos \theta_{ij}, \\ y_{ij} &= b + lz_i + (R + M\varepsilon_{ij}) \sin \theta_{ij}, \\ z_i &= Nz_i. \end{aligned}$$

空间点的轴测坐标为  
$$\left. \begin{aligned} X &= (x + z) \cos 30^\circ, \\ Y &= x \sin 30^\circ + y - z \sin 30^\circ. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将式(1)代入式(4),在轴测坐标系中,包容被测提取组成要素的两个同轴理想圆柱面轴线  $L$  的方程为

$$\begin{aligned} X &= (a + (g + 1)Nz_i) \cos 30^\circ, \\ Y &= b + a \sin 30^\circ + ((g - 1) \sin 30^\circ + 1)Nz_i. \end{aligned}$$

半径分别为  $R_{\max} = R + M\varepsilon_{\max}$ ,  
 $R_{\min} = R + M\varepsilon_{\min}$ .

在屏幕坐标系中点  $P_{ij}$  的坐标为  
$$\begin{aligned} X_{ij} &= (x_{ij} + Nz_i) \cos 30^\circ, \\ Y_{ij} &= y_{ij} + (x_{ij} - Nz_i) \sin 30^\circ. \end{aligned}$$

将每个截面各点  $P_{ij}$  连接起来,可得到被测实际轮廓图形.

在屏幕坐标系中  $L$  与第  $i$  个采样截面的交点  $O_i$  的坐标为

$$\begin{aligned} A_i &= (a + (g + 1)Nz_i) \cos 30^\circ, \\ B_i &= b + a \sin 30^\circ + ((g - 1) \sin 30^\circ + 1)Nz_i. \end{aligned}$$

### 3 圆柱度误差的可视化

如图 3 所示,采用实验测得的圆柱面的各个截面轮廓的半径变化量的五组数据,利用本文的数学模型,在 LabWindows/CVI 软件平台上,开发出圆柱度误差图形<sup>[10]</sup>. 在数学模型中,  $M = 2$ ,  $N = 7$ ,  $R = 15$ . 图 3 中,  $L$  与  $XOY$  坐标平面交点的坐标为  $a = -0.55 \mu\text{m}$ ,  $b = 0.39 \mu\text{m}$ ,  $L$  的方向向量  $S = [-0.00, 0.00, 1]$ , 圆柱度误差值  $f = 4.76 \mu\text{m}$ .

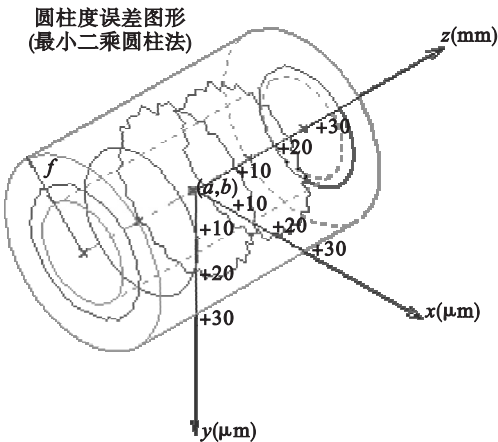


图 3 圆柱度误差图形  
Fig. 3 Error graph of cylindricity

### 4 结 论

- 1) 确定了生成圆柱度误差图形所需的理论基础. 用三维线框模型实现圆柱度误差可视化,可清晰地显示出被测零件的提取组成要素、拟合组成要素和拟合导出要素. 解决了三维误差图形中,部分要素的隐藏问题.
- 2) 建立了回转体类零件的圆柱度的最小二乘圆柱评定方法误差图形生成的数学模型. 数学模型符合几何公差国家标准中关于圆柱度误差的规定. 为解决回转体类零件圆柱度误差的图形化问题提供了理论依据.
- 3) 提出的误差图形理论和数学模型实现了形位误差三维图形的可视化.

#### 参考文献:

[1] Zhao W Q, Xue Z, Tan J B, et al. A new approach to higher accuracy cylindricity measuring instrument[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2006, 46: 1869 – 1878.

[2] Zhang X C, Jiang X Q, Scott P J. A reliable method of minimum zone evaluation of cylindricity and conicity from coordinate measurement data [J]. *Precision Engineering*, 2011, 35: 484 – 489.

[3] Calvo R, Gómez E. Accurate evaluation of functional roundness from point coordinates [J]. *Measurement*, 2015, 73: 211 – 225.

[4] Chen L J, Zou P. Study on mathematical model of radial run out error [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 217/ 218/219: 2419 – 2422.

[5] Erdem Y, René V. Efficient object localization and pose estimation with 3D wireframe models [C]// 14th IEEE International Conference on Computer Vision Workshops. Los Alamitos: IEEE Computer Society, 2013: 538 – 545.

[6] Caliskan A, Cevik U. Overview of computer graphics and algorithms [C]// 23th Signal Processing and

