

# 煤样巴西劈裂试验声发射能量幂律分布规律

任松, 赵云峰, 张军伟, 蒋翔  
(重庆大学 煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘 要:** 为了研究煤拉伸破坏过程中声发射能量分布规律, 以及采用平均场理论的纤维束模型在煤拉伸破坏过程中声发射特征数值模拟的适用性, 对原煤进行不同加载速率下的巴西劈裂试验. 结果表明, 煤样抗拉试验中声发射能量概率密度分布符合幂律分布, 其幂律分布指数与平均场理论模型的预测分布指数相近; 不同时间区间的声发射能量概率密度分布也满足幂律分布; 试验结果与采用平均场理论纤维束模型数值模拟结果相符, 为纤维束模型参数确定提供了依据.

**关 键 词:** 巴西劈裂; 声发射能量; 幂律分布; 平均场理论; 纤维束模型  
**中图分类号:** TD 315      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)04-0581-05

## Power-Law Distribution of Acoustic Emission Energy of Coal Samples in Brazilian Test

REN Song, ZHAO Yun-feng, ZHANG Jun-wei, JIANG Xiang  
(State Key Laboratory for the Coal Mine Disaster Dynamics and Control, Chongqing University, Chongqing 400044, China. Corresponding author: ZHAO Yun-feng, E-mail: cqu\_zyf@163.com)

**Abstract:** In order to study the acoustic emission energy distribution and the feasibility of fiber bundle model based on mean field theory in numerical simulation on acoustic emission characteristics during the tensile damage process of coal, Brazilian tests on coal specimen were carried out under different loading rates. The results showed that the acoustic emission energy probability density distribution follows a power-law distribution and its distribution exponents are close to the predicted value of the mean field theory model. At the same time, the acoustic emission energy probability density distribution also follows a power-law distribution within different time intervals. The test results are similar to numerical results of the mean field theory based fiber bundle model, and provide a basis for the confirmation of the fiber bundle model parameters.

**Key words:** Brazilian test; acoustic emission energy; power-law distribution; mean field theory; fiber bundle model

通过声发射特征参数分布规律研究材料变形破坏过程中内部状态变化成为目前研究的热点. 国外学者对多孔材料的声发射特征参数进行了研究. 文献[1-2]研究不同加载速率下有机玻璃的声发射特征, 发现其声发射能量分布满足幂次定律. 文献[3-5]对铁矿石、石英玻璃等多孔材料进行了单轴条件下声发射特征研究, 发现材料破裂过程中的声发射能量概率密度分布函数满足

$p(E) \sim E^{-\alpha}$ .

随着基础理论的发展和计算机技术的进步, 通过以理论为基础的数值模拟方法来研究材料声发射特征参数分布规律开始受到学者的广泛关注, 其中具有代表性的理论模型为平均场理论模型. 文献[5-7]采用平均场理论模型研究多孔材料声发射特征参数分布规律. 对于此方面的研究, 国外学者多采用以  $\text{SiO}_2$  为主的多孔材料, 对典型多孔材料煤的研究较少.

因此,本文对原煤进行巴西劈裂试验,采用不同加载速率,分析试验过程中煤样声发射能量分布规律,研究采用平均场理论模型对煤样拉伸破坏声发射参数特征进行数值模拟的适用性.

1 试验材料及方法

试验设备采用日本 AG-I250 电子精密材料试验机及美国物理声学公司生产的 DISP 声发射监测仪. 试验所用煤样来自重庆市荣昌区某煤矿. 按照试验要求,使用取芯机取出原煤试样,将煤样加工成直径 50 mm、高度 25 mm 的标准试样.

试验共分 3 组进行,每组 3 个试件,均采用位移加载方式,各组加载速率分别为 0.05, 0.1, 0.2 mm/min.

2 声发射能量概率密度幂律分布

采集到的声发射事件能量值大多杂乱无章、尺度不一,能量值跨越多个数量级. 每一个声发射事件能量样本值都是独立的,共同构成能量样本集. 对于离散的样本集,其概率密度幂律分布可以表示为<sup>[8]</sup>

$$p(x) = \Pr(X = x) = Cx^{-\alpha}.$$
 (1)

式中: $X$  为样本值; $C$  为归一化常数. 当  $x \rightarrow 0$  时,函数分布会出现分岔,在此定义理论边界值  $x_{\min} > 0$ . 对于样本值的累积概率密度分布  $P(x) = \Pr(X > x)$ ,通过归一化计算:

$$P(x) = \frac{\zeta(\alpha, x)}{\zeta(\alpha, x_{\min})}.$$
 (2)

对幂律分布中的指数  $\alpha$  的估计,采用最大似然法,其累积概率幂律分布指数的最大似然估计函数表示为

$$L(\alpha) = \ln \prod_{i=1}^n \frac{x_i^{-\alpha}}{\zeta(\alpha, x_{\min})} = -n \ln \zeta(\alpha, x_{\min}) - \alpha \sum_{i=1}^n \ln x_i.$$
 (3)

令  $\partial L / \partial \alpha = 0$ , 累积概率密度幂律分布指数  $\alpha$  的最大似然估计等式为

$$\frac{\zeta'(\hat{\alpha}, x_{\min})}{\zeta(\hat{\alpha}, x_{\min})} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i.$$
 (4)

式(4)解析较为困难,当  $x_{\min} \geq 6$  时,可以表示为<sup>[8]</sup>

$$\hat{\alpha} \cong 1 + n \left[ \sum_{i=1}^n \ln \frac{x_i}{x_{\min} - \frac{1}{2}} \right]^{-1}.$$
 (5)

将能量样本集按照不同的能量区间进行划

分,采用 Matlab 软件编程实现上述分析,进而获得指数  $\alpha$  的分布特征.

3 试验结果及分析

3.1 不同加载速率下煤样声发射能量分布特征

分析三组煤样巴西劈裂试验声发射数据,得到不同加载速率下时间与 AE 能量的关系图,如图 1 所示.

选取图 a1, b1, c1 进行分析. 加载速率为 0.05 mm/min, 试验持续时间约为 610, 0 ~ 300 s 时的能量信号较少,声发射累积能量曲线无明显变化,对应于煤样压密阶段,内部裂隙逐渐闭合;声发射绝对能量信号主要集中在 300 ~ 610 s 时间段,声发射累积能量曲线上升较快,对应于煤样破坏阶段,内部裂隙重新发育、扩展,与试样的脆性特征较为符合. 加载速率为 0.1 mm/min 时,试验持续时间约为 480 s,声发射绝对能量信号集中在 300 ~ 480 s;加载速率为 0.2 mm/min 时,试验持续时间约为 160 s,声发射绝对能量信号集中在 100 ~ 160 s.

3.2 声发射能量累积概率密度分布及分析

按上述声发射能量概率密度幂律分布研究方法得到三种不同加载速率下的声发射能量在双对数坐标下的累积概率密度分布曲线,如图 2 所示.

选取试件编号为 a1 煤样声发射能量概率分布图进行分析. 加载速率为 0.05 mm/min 时,图中原本杂乱无章、大小不一的声发射绝对能量样本在双对数坐标中其累积概率密度呈现线性分布,这说明煤样受拉过程中的声发射能量累积概率密度分布符合幂律分布. 声发射能量信号主要集中在 300 ~ 600 s 时间段,按 100 s 时间长度将能量样本划分为 3 个样本子集,每个样本子集的能量累积概率密度分布都呈现较好的线性分布. 三种不同加载速率下,试样声发射能量样本的累积概率密度分布都呈现线性分布.

根据图 2 可知,0.05, 0.1, 0.2 mm/min 加载速率下的能量累积概率密度分布指数  $\alpha$  的平均值: $\alpha_{0.05} = 1.36, \alpha_{0.1} = 1.38, \alpha_{0.2} = 1.43$ . 随着加载速率的增大,能量累积概率密度分布指数  $\alpha$  呈增大趋势. Salje 等<sup>[5]</sup>综合其他学者采用平均场理论模型研究多孔材料声发射特征参数分布规律,得出平均场理论模型预测的声发射能量幂律分布平均指数值为 1.33. 试验所得声发射能量分布指数值较为接近平均场理论模型预测的平均值,表明在煤体抗拉试验中采用平均场理论模型研究声发射特征参数分布规律的可行性.

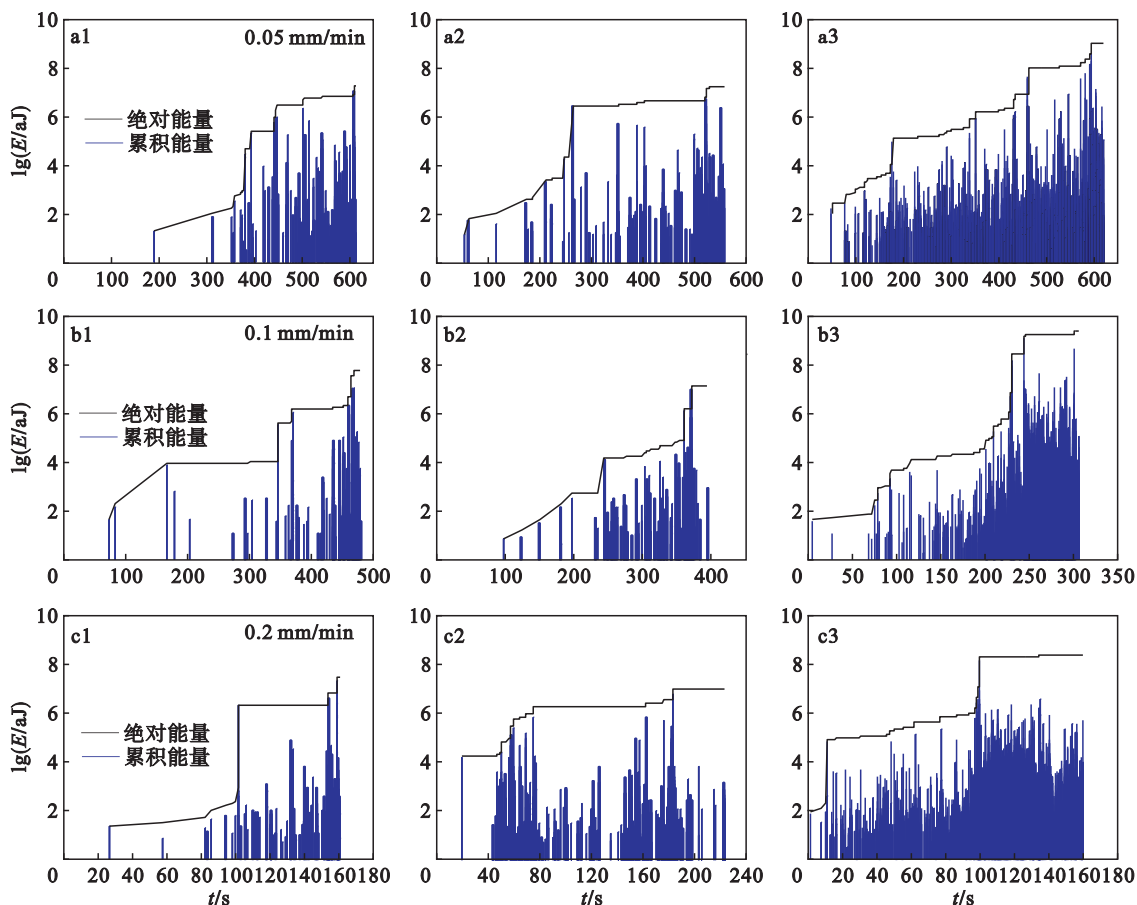


图1 不同加载速率下时间与AE能量的关系图

Fig. 1 AE energy as a function of time for different loading rates

a1, a2, a3—0.05 mm/min; b1, b2, b3—0.1 mm/min; c1, c2, c3—0.2 mm/min.

## 4 平均场理论与纤维束模型

采用纤维束模型<sup>[9]</sup>对材料破坏过程进行分析.假设每个纤维的弹性模量相同且在受力过程中保持恒定直至断裂,纤维的断裂强度满足一定分布规律.当某一纤维受力达到其断裂强度发生断裂,此纤维不再受力,应力重新分布.考虑三种应力分担模型<sup>[10]</sup>:

1) 整体平均场模型:载荷由全部未断的纤维平均分担;

2) 应力集中模型:一个已断纤维集团的应力由其两侧最近邻的未断纤维平均分担;

3) 非局域平均场模型:一个已断纤维集团的应力由其两侧的两个未断纤维集团平均分担,一个未断纤维集团承担的总力由其内部各纤维平均分担.

在此引入平均场理论,建立整体平均场模型.断裂纤维承受的应力重新平均分布到未发生断裂的纤维上,导致断裂强度较为接近的纤维发生断

裂,直至应力分布重新达到平衡,纤维不再发生断裂;随着外力 $F$ 的增大,上述过程重复发生,直至所有纤维断裂,模型破坏.

研究表明,在外力 $F$ 作用下,模型中纤维发生断裂的概率分布符合Weibull分布<sup>[9,11-12]</sup>:

$$P(F) = 1 - e^{-(F/F_0)^\rho}. \quad (6)$$

式中: $\rho$ 为Weibull指数; $F_0$ 为参考值,假设 $F_0 = 1$ .模型中纤维在 $F_1$ 作用下断裂而在 $F_2$ 作用下没有断裂的概率可表示为

$$p(F_1, F_2) = \frac{P(F_2) - P(F_1)}{1 - P(F_1)} = 1 - e^{-(F_2^\rho - F_1^\rho)}. \quad (7)$$

因此在 $F_1, F_2$ 作用下没有断裂的概率可表示为

$$q(F_1, F_2) = 1 - p(F_1, F_2) = e^{-(F_2^\rho - F_1^\rho)}. \quad (8)$$

定义应力重新分布平衡后,剩余的纤维数为 $N_k$ ,每个纤维承受的力为 $F_k$ .在新的应力 $F_h$ 作用下,使剩余纤维中的某个纤维发生断裂,即

$$N_k - 1 = N_k q(F_k, F_h), \quad (9)$$

$$F_h = \left[ F_k^\rho - \ln \left( 1 - \frac{1}{N_k} \right) \right]^{1/\rho}. \quad (10)$$

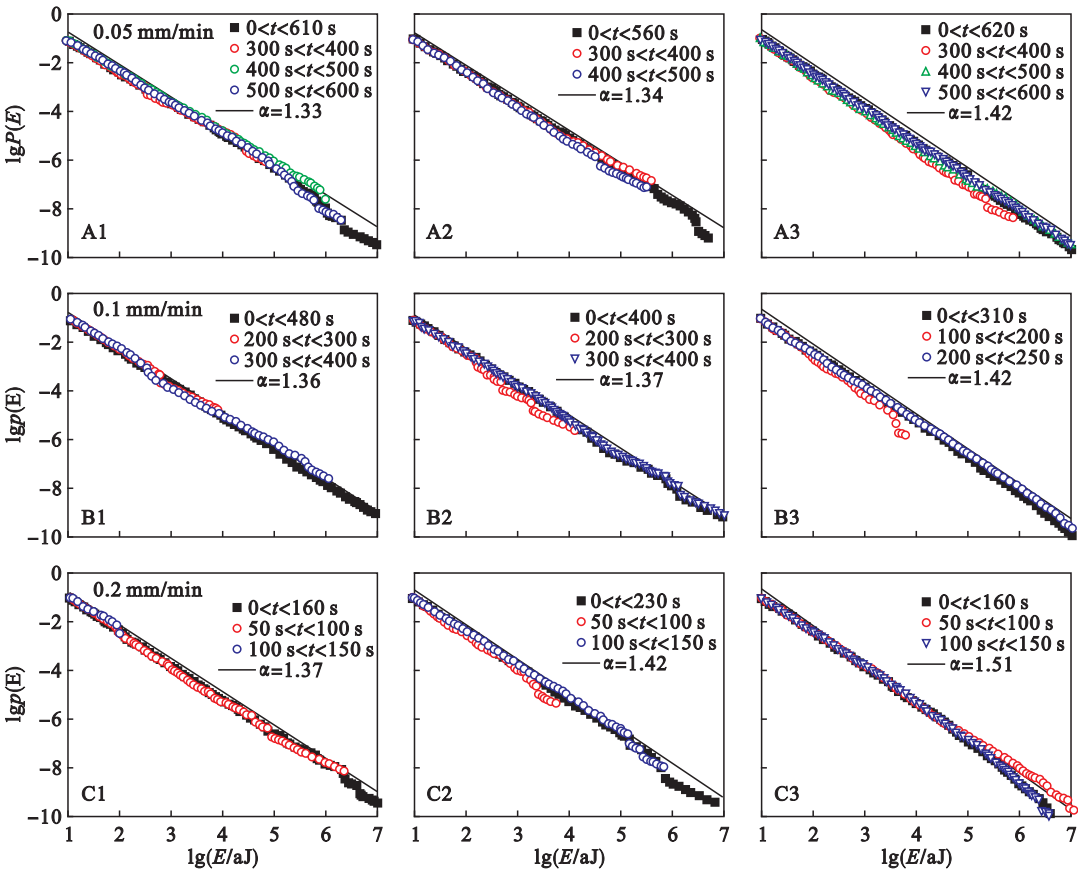


图 2 声发射能量概率分布图

Fig. 2 Lg-lg plot of energy distribution of AE event

A1, A2, A3—0.05 mm/min; B1, B2, B3—0.1 mm/min; C1, C2, C3—0.2 mm/min.

对应初始状态时的  $N_k = N_0, F_k = 0$ , 定义在  $F_1$  作用下有  $N_1$  个纤维发生断裂, 断裂后应力重新分配, 剩余纤维所承受的力为  $F_2 = N_1 F_1 / N_2$ , 因此在新的应力作用下剩余的纤维数  $N_3$  可以表示为

$$N_3 = N_2 q(F_1, \frac{N_1}{N_2} F_1) = N_2 q(F_1, F_2) \quad (11)$$

在此可以运用迭代方法直至剩余纤维全部断裂, 即  $N_i = N_{i+1}$ . 式(11)一般表示为

$$N_{j+1} = N_j q(F_{j-1}, F_j) \quad (12)$$

当  $N_0, \rho$  已知时, 通过计算机模拟可以得到此模型的概率分布曲线和临界负载  $F_c$ .

将上述模型中纤维断裂对应材料破坏过程中声发射事件的产生, 建立试验所得声发射事件累积计数率  $\eta$  与外力  $F$  之间的关系, 与上述模型的计算机模拟结果<sup>[12]</sup> 进行比较.

图 3 为试验所得声发射事件累积计数率与外力  $F$  之间的关系图, 图 3a 中  $\zeta, \sigma, \sigma_c$  对应图 3b 中的  $\eta, F, F_c$ . 外力  $F$  达到煤样破坏应力的 70% 之前, 声发射事件累积计数率  $\eta$  较小, 基本保持不变; 随着外力  $F$  的继续增大,  $\eta$  也随之增大, 且增幅也越大; 当外力  $F$  达到煤样破坏应力的 90%

后,  $\eta$  急剧增大, 直至试样破坏. 试验所得声发射事件累积计数率  $\eta$  和外力  $F$  之间的关系与 Moreno 等<sup>[11]</sup> 基于平均场理论的纤维束模型模拟所得关系曲线较为相符, 进一步证明平均场理论模型在煤体抗拉试验中运用的可行性.

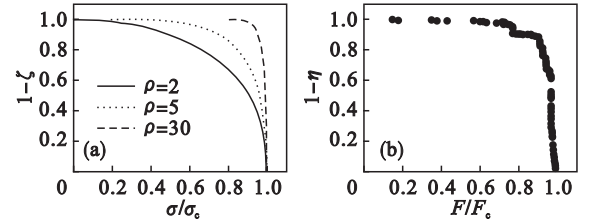


图 3 声发射累积计数率与外力  $F$  的关系

Fig. 3 Change of cumulative AE count rate with external force

(a)—计算机模拟结果; (b)—试验结果.

根据图 3a, 不同的  $N_0, \rho$  值对应不同的计算机模拟结果, 本试验结果对煤体受拉破坏时采用平均场理论模型模拟过程中  $N_0, \rho$  的确定提供了依据.

## 5 结 论

- 1) 煤样抗拉试验中声发射能量累积概率密度分布符合幂律分布,其幂律分布指数与平均场理论模型预测的平均值较为接近.
- 2) 不同加载速率下,不同时间区间的声发射能量累积概率密度分布也满足幂律分布.随着加载速率的增大,能量累积概率密度分布指数  $\alpha$  呈增大趋势.
- 3) 试验所得声发射事件累积计数率与外力之间的关系与纤维束模型的计算机模拟结果较为相符,为纤维束模型在煤拉伸破坏过程数值模拟中的可行性提供了依据.
- 4) 试验结果为采用平均场理论的纤维束模型对煤拉伸破坏过程数值模拟中  $N_0, \rho$  值的确定提供了依据.

### 参考文献：

[ 1 ]

Nataf G F, Castillo-Villa P O, Baró J, et al. Avalanches in compressed porous SiO<sub>2</sub>-based materials[J]. *Physical Review E*, 2014, 90:022405.

[ 2 ]

Baró J, Álvaro C, Illa X, et al. Statistical similarity between the compression of a porous material and earthquakes[J]. *Physical Review Letters*, 2013, 110:088702.

[ 3 ]

Salje E K H, Giulio I, Baró J, et al. Noise of collapsing minerals: predictability of the compressional failure in goethite mines[J]. *American Mineralogist*, 2013, 98:609 – 615.

[ 4 ]

Salje E K H, Soto-Parra D E. Failure mechanism in porous materials under compression: crackling noise in mesoporous SiO<sub>2</sub> [ J ]. *Philosophical Magazine Letters*, 2011, 91 ( 8 ): 554 – 560.

[ 5 ]

Salje E K H, Dahmen K A. Crackling noise in disordered materials[J]. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 2014, 5:233 – 254.

[ 6 ]

Dahmen K A, Ben-Zion Y, Uhl J T. Micromechanical model for deformation in solids with universal predictions for stress strain curves and slip avalanches[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102:175501.

[ 7 ]

Tsekenis G, Uhl J T, Goldenfeld N, et al. Determination of the universality class of crystal plasticity [ J ]. *Europhysical Letters*, 2009, 101:36003.

[ 8 ]

Clauset A, Shalizi C R, Newman M E J. Power-law distributions in empirical data [ J ]. *SIAM Review*, 2009, 51 ( 4 ):661 – 703.

[ 9 ]

Kloster M, Hansen A, Hemmer P C. Burst avalanches in solvable models of fibrous materials [ J ]. *Physical Review Letters*, 1997, 56( 3 ):2615 – 2625.

[ 10 ]

白以龙, 夏蒙芬, 柯孚久. 固体损伤的演化诱致灾变和预测 [ J ]. 失效分析与预防, 2007, 2( 1 ):1 – 5, 23. ( Bai Yi-long, Xia Meng-fen, Ke Fu-jiu. Evolution induced catastrophe in material failure and its forecast [ J ]. *Failure Analysis and Prevention*, 2007, 2( 1 ):1 – 5, 23. )

[ 11 ]

Moreno Y, Gomez J B, Pacheco A F. Fracture and second-order phase transitions [ J ]. *Physical Review Letters*, 2000, 85 ( 14 ):2865 – 2868.

[ 12 ]

Pradhan S, Hansen A, Chakrabarti B K. Failure process in elastic fiber bundles [ J ]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82:499 – 555.