

doi: 10.3969/j.issn.1005-3026.2017.05.010

# 工业规模电渣重熔过程电磁场的数值模拟

余嘉, 刘福斌, 姜周华, 陈奎  
(东北大学冶金学院, 辽宁沈阳 110819)

**摘 要:** 建立了考虑集肤效应的工业规模电渣重熔过程电磁场数学模型, 利用 FLUENT 对磁场强度实部和虚部的传输方程进行求解. 分析了工频下电渣重熔过程电磁场的分布特征, 并研究了电流频率和电极插入深度对电磁场的影响规律. 结果表明: 电流频率从 0.5 Hz 增加到 60 Hz 时, 电极表面的电流密度从 91 378 A/m<sup>2</sup> 增大到 190 746 A/m<sup>2</sup>; 增大电流频率使磁场强度分布主要集中在电极和铸锭表面区域, 渣金界面的洛伦兹力方向也会发生改变; 在同功率条件下, 增加电极的插入深度使远离电极端部的渣池区域中焦耳热密度增大, 而电极端部附近渣池的焦耳热密度减小.

**关键词:** 电渣重熔; 电磁场; FLUENT; 频率; 插入深度

中图分类号: TP 391 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2017)05-0655-06

## Numerical Simulation of Electromagnetic Field of Industrial Scale Electroslag Remelting Process

YU Jia, LIU Fu-bin, JIANG Zhou-hua, CHEN Kui

(School of Metallurgy, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: JIANG Zhou-hua, professor, E-mail: jiangzh@smm.neu.edu.cn)

**Abstract:** A mathematical model is established to investigate the electromagnetic field phenomena in an industrial-scale electroslag remelting process, the coupled real and imaginary scalar equations of magnetic field intensity are simultaneously solved with FLUENT software. The distribution characteristics of electromagnetic field with 50 Hz have been analyzed, and the effects of current frequency and electrode penetration depth on electromagnetic field are also investigated. The results indicate that the current density increases from 91 378 A/m<sup>2</sup> to 190 746 A/m<sup>2</sup> when the current frequency varies from 0.5 Hz to 60 Hz. The magnetic field intensity concentrates in the region adjacent to the surface of electrode and ingot with the current frequency increasing. In addition, it also results in the alteration of the direction of Lorentz force at the slag-pool interface. Under the condition of the same power input, the Joule heating density in slag far from the electrode tip increases with the electrode penetration depth, however, it decreases at the region adjacent to the electrode tip.

**Key words:** electroslag remelting; electromagnetic field; FLUENT; frequency; electrode penetration depth

电渣重熔主要用于特殊钢及其他合金的提纯和精炼. 交流或直流电由自耗电极, 穿过渣池和铸锭, 最后回到主回路. 渣池在电流的作用下, 产生大量的焦耳热, 为整个系统提供热源. 电极端部受热熔化形成金属熔滴, 熔滴穿过渣池进入金属熔池. 金属熔池在水冷结晶器的冷却下, 不断定向凝

固形成铸锭<sup>[1-4]</sup>.

目前, 电渣炉通常采用 50 ~ 60 Hz 的交流电<sup>[5]</sup>. 采用直流电时渣池中会发生电化学反应, 对铸锭的成分造成影响, 比如 Al, Si, Ti 等元素的烧损. Etienne 指出采用直流电重熔电极时, Ti 元素有 40% ~ 80% 的烧损<sup>[6-7]</sup>. 在大尺寸铸锭的生产

收稿日期: 2015-12-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U1560203, 51674070, 51434004, U1435205).

作者简介: 余嘉(1991-), 男, 四川南充人, 东北大学博士研究生; 姜周华(1963-), 男, 浙江杭州人, 东北大学教授, 博士生导师.

中,采用高频交流电面临的主要问题是感应损失.铸锭尺寸越大,感应损失也越大. Dilawari 等<sup>[8]</sup>研究了采用直流电的实验室规模的电磁力和速度场. Patel 等<sup>[9]</sup>研究了电极插入深度对从电极侧壁进入渣池的电流和渣池中的电势差的影响. Giesselmann 等<sup>[10]</sup>采用耦合的计算流体动力学模型研究了电渣重熔过程渣池和金属熔池的流动,以及金属熔滴的形成. 魏季和<sup>[11]</sup>研究了电极锥度、填充比和电流大小对电渣重熔过程磁场强度的影响. 王芳等<sup>[12]</sup>建立了考虑集肤效应的三维谐波电磁场有限元模型,分析了渣、钢锭和电极的磁场、电磁力、电流密度和焦耳热功率密度的分布. 目前的文献报道中,针对实验室规模的电渣重熔体系模拟的文献较多,但对工业规模电渣重熔体系模拟报道的较少;关于电极插入深度的研究,通常是在恒定电流条件下来讨论的,而在工业规模的生产中采用恒定功率来操作,因此,有必要对工业规模电渣重熔过程的电磁场行为进行进一步的研究.

本文在前人的基础上,建立了考虑集肤效应的工业规模电渣重熔过程的电磁场数学模型,详细分析了电渣重熔过程中磁场强度、电流密度、洛伦兹力和焦耳热密度的分布特征. 在此基础上,研究了电流频率对工业规模电渣重熔过程中电磁行为的影响. 同时还考虑了在恒定的焦耳热功率条件下,电极插入深度对电渣重熔过程中电磁场的影响.

## 1 模型的数学描述

### 1.1 模型假设

采用交流电的电渣重熔过程电场和磁场相互影响十分复杂,根据现有文献和实际情况,本模型假设:

- 1) 在电渣重熔过程中,忽略金属熔滴的影响.
- 2) 与传导电流相比,位移电流可以忽略.
- 3) 熔渣及金属各有关物性参数可视为常数,且具有均匀性和各向同性.
- 4) 熔渣和钢锭的相对磁导率均为 1.
- 5) 忽略电极和铸锭中的焦耳热.

### 1.2 磁场传输方程

磁场强度的传输方程:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \mathbf{H} + \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{H}). \quad (1)$$

式中,  $\eta = 1/(\sigma\mu_0)$  为磁扩散系数. 由于本系统的磁雷诺数很小,忽略了对流项. 式(1)可简化为

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \eta \nabla^2 \vec{\mathbf{H}}. \quad (2)$$

圆柱形结晶器的电渣重熔过程的磁场强度是轴对称的. 因此,  $H_r = H_z = \frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ . 磁场强度的切向分量可写成:

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial t} = \eta \left( \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r^2} H_\theta + \frac{\partial^2 H_\theta}{\partial z^2} \right). \quad (3)$$

采用复数法表示交流电的磁场强度和电流密度:

$$H_\theta(r, z, t) = \hat{H}_\theta e^{i\omega t}, \quad (4)$$

$$J_r = \hat{J}_r e^{i\omega t}, \quad (5)$$

$$J_z = \hat{J}_z e^{i\omega t}. \quad (6)$$

式中:  $\hat{H}_\theta, \hat{J}_r, \hat{J}_z$  分别是  $H_\theta, J_r, J_z$  的复振幅;  $\omega$  表示角频率, rad/s;

由式(3)和式(4)得到微分方程(7)和(8),使用用户自定义标量(UDS)把磁场强度的实部和虚部标量添加到 FLUENT 中<sup>[13]</sup>,两个标量方程通过源项进行耦合,并独立求解.

$$\eta \left( \frac{\partial^2 \hat{H}_{\theta, \text{Re}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{H}_{\theta, \text{Re}}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \hat{H}_{\theta, \text{Re}}}{\partial z^2} \right) = \eta \frac{\hat{H}_{\theta, \text{Re}}}{r^2} - \omega \hat{H}_{\theta, \text{Im}}, \quad (7)$$

$$\eta \left( \frac{\partial^2 \hat{H}_{\theta, \text{Im}}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \hat{H}_{\theta, \text{Im}}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \hat{H}_{\theta, \text{Im}}}{\partial z^2} \right) = \eta \frac{\hat{H}_{\theta, \text{Im}}}{r^2} - \omega \hat{H}_{\theta, \text{Re}}. \quad (8)$$

径向和轴向的洛伦兹力分别为

$$f_r = -\frac{1}{2} \mu_0 (\hat{H}_{\theta, \text{Re}} \hat{J}_{z, \text{Re}} + \hat{H}_{\theta, \text{Im}} \hat{J}_{z, \text{Im}}), \quad (9)$$

$$f_z = -\frac{1}{2} \mu_0 (\hat{H}_{\theta, \text{Re}} \hat{J}_{r, \text{Re}} + \hat{H}_{\theta, \text{Im}} \hat{J}_{r, \text{Im}}). \quad (10)$$

渣池中的焦耳热密度为

$$\frac{dQ}{dV} = \frac{1}{2} \mu_0 \eta (\hat{J}_{r, \text{Re}}^2 + \hat{J}_{r, \text{Im}}^2 + \hat{J}_{z, \text{Re}}^2 + \hat{J}_{z, \text{Im}}^2). \quad (11)$$

### 1.3 边界条件

本文建立的几何模型如图 1 所示,对应的边界条件为

- 1) 电极顶端:

$$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} = 0. \quad (12)$$

- 2) 电极与空气接触壁面:

$$\hat{H}_\theta = \frac{I_0}{2\pi R_c}. \quad (13)$$

- 3) 自由渣面:

$$\hat{H}_\theta = \frac{I_0}{2\pi r}. \quad (14)$$

- 4) 电极与渣池接触壁面:

$$\left( \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial r} + \frac{\hat{H}_\theta}{r} \right)_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_s} \left( \frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial r} + \frac{\hat{H}_\theta}{r} \right)_s. \quad (15)$$

5) 电极底部:

$$\left(\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z}\right)_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_e} \left(\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z}\right)_e \quad (16)$$

6) 铸锭和渣池与结晶器接触表面:

$$\hat{H}_\theta = \frac{I_0}{2\pi R_m} \quad (17)$$

7) 渣金界面:

$$\left(\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z}\right)_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_m} \left(\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z}\right)_m \quad (18)$$

8) 铸锭底部:

$$\frac{\partial \hat{H}_\theta}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

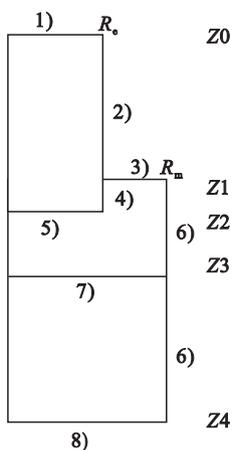


图1 计算模型示意图

Fig. 1 Schematic of the model

大,约为 10 362 A/m.

表1 模型参数  
Table 1 Parameters of the model

模型参数	数值
电极半径/m	0.3
(铸锭半径/高度)/m	0.45/0.6
渣池深度/m	0.2
电极插入深度/m	0.01, 0.02, 0.03
电流/kA	20
频率/Hz	0.5, 5, 20, 50, 60
熔渣电导率/(Ω·m) <sup>-1</sup>	120
钢的电导率/(Ω·m) <sup>-1</sup>	7.14 × 10 <sup>5</sup>
磁导率/(H·m <sup>-1</sup> )	1.26 × 10 <sup>-6</sup>

表2 模拟采用的工艺参数

Table 2 Process parameters for simulations

序号	电流/A	频率/Hz	功率/W	插入深度/m
1	20 000	0.5	632 627	0.02
2	20 000	5	632 627	0.02
3	20 000	20	632 627	0.02
4	20 000	50	632 627	0.02
5	20 000	60	632 627	0.02
6	19 267	50	632 615	0.01
7	20 698	50	632 654	0.03

## 2 几何模型和模型参数

根据现场电渣炉尺寸建立几何模型,采用 40% ~ 60% CaF<sub>2</sub>, 10% ~ 20% CaO, 20% ~ 30% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, w(SiO<sub>2</sub>) ≤ 10%, w(MgO) ≤ 5% (质量分数)渣系. 模型的几何尺寸及各物性参数如表 1 所示.

## 3 结果与讨论

本文分析了频率为 50 Hz 情况下电渣重熔过程中的电流密度、磁场强度、洛伦兹力和焦耳热密度的分布特征,然后分别研究了电流频率和电极插入深度对电渣重熔过程电磁场的影响. 具体的工艺参数见表 2.

图 2 为电流 20 kA, 频率 50 Hz 情况下磁场强度分布云图. 从图中可看出,电极和铸锭内的磁场强度主要分布在表面,渣池内的磁场强度分布比较均匀. 磁场强度随距离中心轴线距离增加而增加,边缘处磁场强度最大. 电极表面的磁场强度最

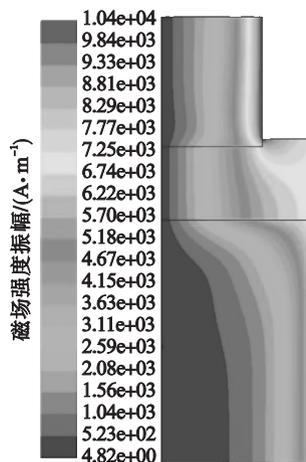


图2 磁场强度振幅

Fig. 2 Amplitude of the magnetic field intensity

图 3 为不同截面上磁场强度沿径向的分布. 从图中可看出, z = 0.3 m 截面上的磁场强度沿径向增长最快,在 r = 0.3 m (电极表面) 时达到最大值,随后磁场强度逐渐减小到 7 111 A/m. z = 0.32 m 截面上的磁场强度分布与 z = 0.3 m 上的相似,磁场强度最大值为 8 617 A/m. z = 0.4 m 和 z = 0.5 m 分别为渣池和渣金界面上磁场强度

沿径向的分布,磁场强度随着半径增大而增大,其分布较为均匀.  $z = 0.7 \text{ m}$  截面上磁场强度在  $r < 0.3 \text{ m}$  时增加缓慢,  $r > 0.3 \text{ m}$  后磁场强度迅速增大至最大值  $6883 \text{ A/m}$ . 本模型磁场强度沿径向的分布情况与 Patel<sup>[9]</sup> 描述的磁场强度分布特征基本一致.

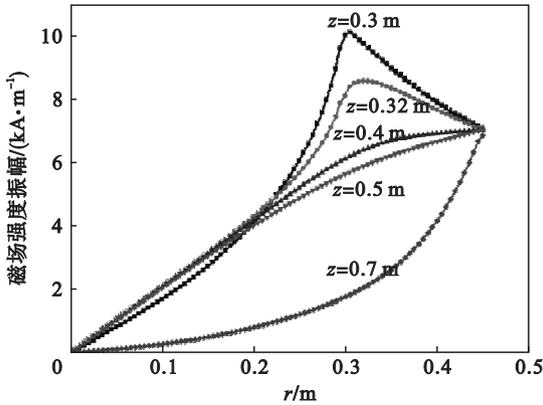


图3 磁场强度振幅在不同截面上沿径向的分布

Fig. 3 Distribution of the amplitude of the magnetic field intensity along the radius at different axial locations

图4 为电流频率对磁场强度在电极和铸锭中分布的影响. 铸锭表面的最大磁场强度为  $6864 \text{ A/m}$ . 频率为  $0.5 \text{ Hz}$  和  $5 \text{ Hz}$  时,铸锭中的磁场强度沿径向线性增加. 当频率从  $20 \text{ Hz}$  逐渐增大到  $60 \text{ Hz}$  时,铸锭中磁场强度的分布规律和电极中的类似. 改变电流频率,可以改变磁场强度的分布规律. 频率越大,磁场强度在钢表面的分布越集中.

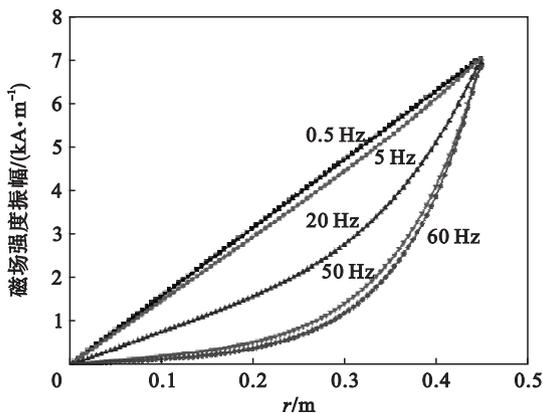


图4 磁场强度在不同频率下沿径向的分布

Fig. 4 Distribution of the amplitude of the magnetic field intensity along the radius at different frequencies

图5 为电流密度矢量. 从图中可看出,电流从自耗电极顶端流进,通过电极底部进入渣池,经过渣金界面进入铸锭,最后从铸锭底部流出. 在电极内,电流的集肤效应显著,主要集中在电极表面,电流方向为轴向. 在电极与渣池接触的界面,由于

渣的电导率很小,大部分电流经电极底部进入渣池,剩下的从电极侧面进入渣池并且这部分电流随着电极插入深度的增加而呈抛物线形式增加<sup>[9]</sup>. 渣池内电流分布较为均匀,电流方向为轴向. 电流从渣金界面进入铸锭时,由于铸锭的电导率远大于渣池,导致电流重新分布向铸锭的表面聚集.

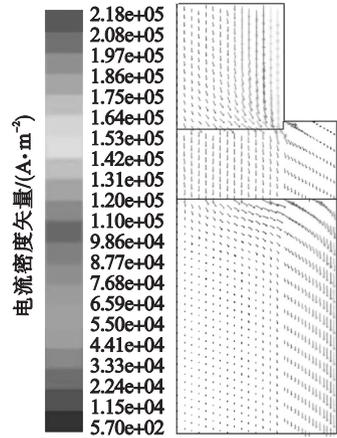


图5 电流密度矢量

Fig. 5 Current density vectors

图6 为电流频率对电流密度沿径向分布的影响. 从图中可看出电极和铸锭中电流密度的最大值出现在表面. 当电流频率从  $0.5 \text{ Hz}$  增大到  $60 \text{ Hz}$  时,铸锭表面的最大电流密度从  $31606 \text{ A/m}^2$  增大到  $134228 \text{ A/m}^2$ . 根据集肤效应公式  $\delta = 1/\sqrt{\pi f \sigma \mu_0}$ ,钢的集肤深度与电流频率成反比.  $f = 0.5 \text{ Hz}$  时,钢的集肤深度为  $0.84 \text{ m}$ ,  $f = 60 \text{ Hz}$  时的集肤深度为  $0.077 \text{ m}$ . 电流频率越高,钢的集肤深度越浅,表面的电流密度也越大. 采用低频交流电时,电流在钢中的集肤效应可显著减小,电流分布较为均匀.

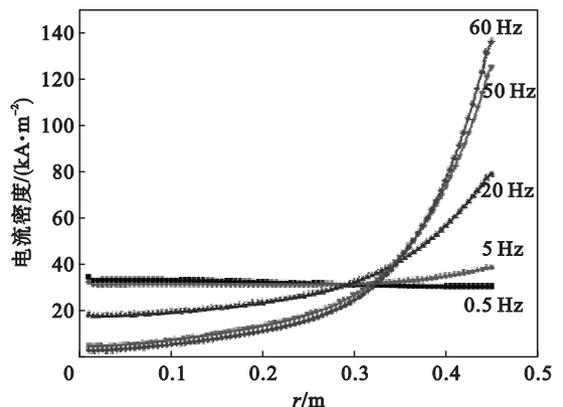


图6 电流密度在不同频率下沿径向的分布

Fig. 6 Distribution of the current density along the radius at different frequency

图7 为电流频率  $50 \text{ Hz}$  时洛伦兹力的分布.

径向电流和磁场作用,产生轴向的电磁力;轴向电流和磁场作用,产生径向的电磁力.洛伦兹力的最大值出现在电极与渣池接触的角部,约为  $1\,370\text{ N/m}^3$ ;从整体来看,洛伦兹力的方向均沿径向指向对称轴,但在自由渣面以下的环形渣池区域和渣金界面下方均有轴向的洛伦兹力.在电极与渣池接触的侧面和渣金界面区域,由于电导率的突变,电流会重新分布,径向的电流分量和磁场作用后产生了轴向的洛伦兹力.

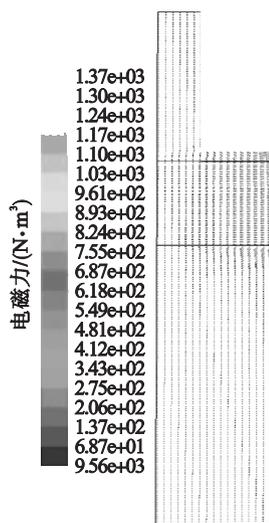


图 7 洛伦兹力矢量  $f=50\text{ Hz}$

Fig. 7 Lorentz force density vectors  $f=50\text{ Hz}$

图 8 为频率对洛伦兹力方向的影响.图 8a 和图 8b 分别表示  $0.5\text{ Hz}$  和  $60\text{ Hz}$  时渣金界面附近区域的洛伦兹力.由于渣池的集肤深度较大,交流电在渣池中的集肤效应不显著,洛伦兹力的方向均沿径向指向对称轴.在渣金界面处,电流频率为  $0.5\text{ Hz}$  的洛伦兹力方向仍为沿径向指向对称轴,电流频率为  $60\text{ Hz}$  的洛伦兹力方向变成斜向下.  $60\text{ Hz}$  的交流电从渣池进入金属熔池时,由于金属熔池中电流的集肤效应更显著,电流重新分布产生径向的电流分量,导致洛伦兹力方向变为斜向下.这与 Sibaki<sup>[5]</sup>模拟结果一致.

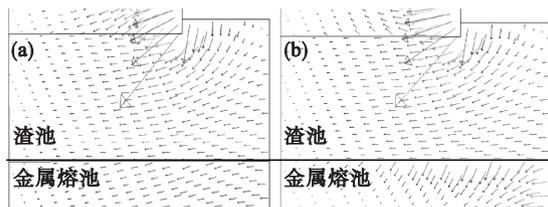


图 8 频率对洛伦兹力方向的影响

Fig. 8 Influence of the AC current frequency on the direction of the Lorentz force

(a)— $0.5\text{ Hz}$ ; (b)— $60\text{ Hz}$ .

密度分布.由于忽略电极和铸锭中的焦耳热,体系的焦耳热主要分布在渣池内.电流经电极进入渣池时,在电极与渣池接触的角部聚集,此处的电流密度最大,焦耳热密度约为  $5.67\text{ MW/m}^3$ .

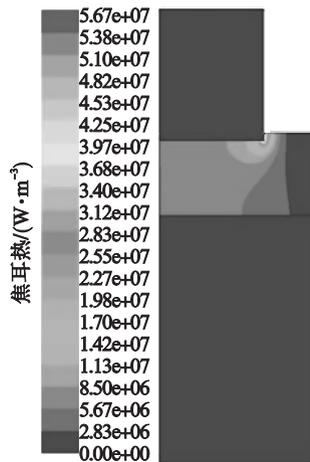


图 9 焦耳热分布

Fig. 9 Heat generation due to Joule heating

图 10 为电流频率  $50\text{ Hz}$ ,同功率条件下电极插入深度对渣池发热密度分布的影响.从图 10a

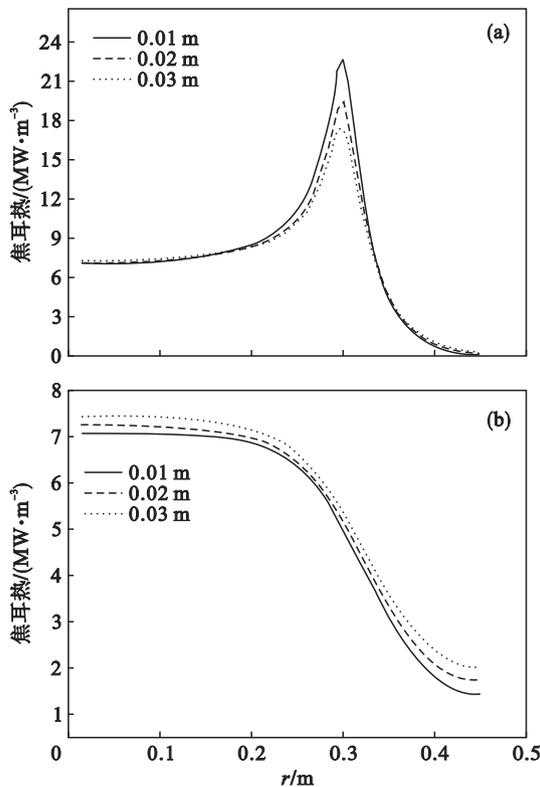


图 10 电极插入深度对渣池中焦耳热密度分布的影响  $f=50\text{ Hz}$

Fig. 10 Effects of electrode penetration depth on Joule heating density in slag with  $50\text{ Hz}$

(a)—距电极  $0.016\text{ m}$ ; (b)—距电极  $0.1\text{ m}$ .

图 9 为电流  $20\text{ kA}$ ,频率  $50\text{ Hz}$  情况下焦耳热

中可看出,焦耳热密度在  $r < 0.2\text{ m}$  时几乎不变,

在  $r=0.3\text{ m}$  达到最大值后又随着半径增大而减小. 焦耳热密度的最大值随着插入深度减小而增大. 因为电流密度的最大值总是位于电极与渣池接触的角部, 当电极插入深度减小时, 电极角部的电流密度会增大, 导致此处的焦耳热密度也相应增大.

从图 10b 中可看出, 距电极底部 10 cm 的渣池里, 在  $r<0.2\text{ m}$  的区域内有大量的焦耳热产生且焦耳热密度基本维持不变,  $r>0.2\text{ m}$  的区域内焦耳热密度随着半径增大逐渐减小. 这说明电流主要分布在渣池的中心区域, 并且分布比较均匀. 在同功率条件下电极插入深度增加, 距电极下方较远的渣池的焦耳热密度也会相应增加.

## 4 结 论

1) 当频率从 0.5 Hz 增大到 60 Hz 时, 电极表面的电流密度从  $91\,378\text{ A/m}^2$  增大到  $190\,746\text{ A/m}^2$ ; 铸锭表面的电流密度从  $31\,606\text{ A/m}^2$  增大到  $134\,228\text{ A/m}^2$ . 电流频率越大, 电极和铸锭表面的电流密度越大, 磁场强度在电极或铸锭表面的分布也越集中.

2) 电极、渣池和铸锭里的电流整体上沿轴线分布, 洛伦兹力沿径向指向对称轴. 在和电极侧壁接触的渣池区域, 电流沿径向进入渣池, 此处的洛伦兹力沿轴向分布. 电流穿过渣金界面进入金属熔池时, 电流重新分布产生径向的电流分量, 渣金界面处洛伦兹力的方向为斜向下.

3) 渣池中焦耳热密度的最大值约为  $5.67\text{ MW/m}^3$ , 出现在电极与渣池接触的角部. 同功率条件下电极插入深度减小导致电极与渣池接触的角部的电流密度增大, 所以角部附近的焦耳热密度也增大. 距电极底部 0.1 m 的渣池中, 电流密度分布更均匀, 焦耳热密度随着电极插入深度增加而增大.

## 参考文献:

[1] 姜周华. 电渣冶金物理化学及传输现象[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2000:1-3.  
(Jiang Zhou-hua. Physical chemistry and transport phenomena during electroslag metallurgy [M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2000:1-3.)

[2] Li B, Wang F, Tsukihashi F. Current, magnetic field and Joule heating in electroslag remelting processes [J]. *ISIJ*

*International*, 2012, 52(7):1289-1295.

[3] 王晓花, 厉英. 电渣重熔过程电磁场和温度场数值模拟[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2014, 35(6):813-818.  
(Wang Xiao-hua, Li Ying. Numerical simulation of electromagnetic field and temperature field of ESR [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2014, 35(6):813-818.)

[4] 刘福斌, 陈旭, 姜周华, 等. 电渣重熔过程的数值模拟[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2014, 35(4):539-542.  
(Liu Fu-bin, Chen Xu, Jiang Zhou-hua, et al. Mathematical modeling of electroslag remelting process [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2014, 35(4):539-542.)

[5] Sibaki E K, Kharicha A, Wu M, et al. A Numerical study on the influence of the frequency of the applied AC current on the electroslag remelting process [C]//Proceedings of the 2013 International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting. Austin: John Wiley & Sons Inc, 2013:13-19.

[6] Etienne M. The loss of reactive elements during electroslag processing of iron-base alloys [D]. Columbia: University of British Columbia, 1970.

[7] Mitchell A, Beynon G. Electrode polarization in the DC electroslag melting of pure iron [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 1971, 2(12):3333-3345.

[8] Dilawari A H, Szekely J. A mathematical model of slag and metal flow in the ESR process [J]. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 1977, 8(1):227-236.

[9] Patel A D. Electrode immersion depth effects in the ESR process [C]//Proceedings of the 2011 International Symposium on Liquid Metal Processing and Casting. Nancy: SPIM, 2011:49-56.

[10] Giesselmann N, Rückert A, Eickhoff M, et al. Coupling of multiple numerical models to simulate electroslag remelting process for alloy 718 [J]. *ISIJ International*, 2015, 55(7):1408-1415.

[11] 魏季和, 任永莉. 电渣重熔体系内磁场的数学模拟[J]. 金属学报, 1995, 31(14):51-60.  
(Wei Ji-he, Ren Yong-li. Mathematical simulation of magnetic field in ESR system [J]. *Acta Metallurgical Sinica*, 1995, 31(14):51-60.)

[12] 王芳, 李宝宽. 电渣重熔过程中的电磁场和 Joule 热分析[J]. 金属学报, 2010, 46(7):794-799.  
(Wang Fang, Li Bao-kuan. Analysis of electromagnetic field and Joule heating of electroslag remelting process [J]. *Acta Metallurgical Sinica*, 2010, 46(7):794-799.)

[13] Rückert A, Pfeifer H. Numerical modelling of the electroslag remelting process [J]. *Metal*, 2007, 24(5):2-8.