

铣削加工颤振稳定性可靠度的计算方法

黄贤振, 胡 森, 张义民

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 铣削过程中的系统参数往往具有随机性, 严重影响了铣削加工的稳定性. 利用 BP 神经网络综合分析了随机因素对铣削加工过程的影响, 提出了一种铣削加工再生型颤振稳定性可靠度计算方法. 建立铣削加工再生型颤振动力学模型, 使用全离散法获取铣削稳定性叶瓣图. 利用神经网络拟合极限轴向切深的函数表达式, 再分别使用蒙特卡罗法和一次二阶矩法进行可靠度计算. 结果表明, 基于 BP 神经网络的方法兼具高效和精确的优点.

关 键 词: 再生型颤振; 铣削; 稳定性叶瓣图; 神经网络; 可靠性

中图分类号: TG 54 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2017)05-0675-05

On the Calculation Method for the Reliability of Chatter Stability in CNC Milling

HUANG Xian-zhen, HU Sen, ZHANG Yi-min

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: HUANG Xian-zhen, E-mail: xzhuang@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The system parameters in the process of milling generally have randomness, which influences the stability of milling. The neural network was used to make a comprehensive analysis of the effects of random factors in milling, and a method for the reliability analysis of regenerative chatter stability in milling was proposed. A dynamic model for regenerative chatters of milling was established, and the stability lobe diagram was obtained by means of full discretization. The neural network was applied to approximate the functional relationship of the limit axial cutting depth, and the reliability was then calculated with the Monte Carlo method and first order second moment method, respectively. Finally, the results of an example were used to demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed method based on the neural network.

Key words: regenerative chatter; milling; stability lobe diagram; neural network; reliability

铣削加工具有高精度、高表面质量以及高材料去除率等优点, 因而广泛应用于航天航空、汽车、船舶、能源、轨道交通等领域. 然而近年来, 伴随着现代工业的飞速发展, 机械产品趋向于形状复杂、薄壁结构、难加工材料多、精度要求高等问题使得加工过程中更容易产生振动. 轻者影响加工质量, 降低生产效率, 重者造成生产事故的发生, 危及人身安全, 因此有关铣削振动的研究变得极为重要.

颤振是一种不稳定的自激振动, 往往是由系统内部的“再生反馈”引起的. 根据反馈方式的不同, 颤振主要分为再生颤振、模态耦合颤振、摩擦颤振等^[1]. 就铣削而言, 再生颤振是引起系统失稳的主要因素^[2]. 文献[3]提出了在频域中解析计算铣削稳定边界的单频率法. 单频率法具有较高的计算效率, 但是不能预报小径向切深工况的稳定性. 文献[4]随后提出了多频率法解决了这一问题. 文献[5]建立了 PTP(peak-to-peak)时域仿真模型, 提出通过仿真计算得到的切削力

收稿日期: 2016-03-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51105062, 51305071); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-13-0103); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N140304003).

作者简介: 黄贤振(1982-), 男, 山东定陶人, 东北大学副教授, 博士; 张义民(1958-), 男, 吉林长春人, 东北大学教授, 教育部“长江学者奖励计划”特聘教授.

峰-峰值作为颤振发生的依据. 文献[6]改进了时域模型, 将预测的动态切削厚度和静态切削厚度的比值作为颤振发生的判据. 文献[7]提出了时域有限元分析法判断铣削稳定性, 该方法可以同步预报铣削稳定性和加工误差. 文献[8]在研究周期性变化系数的时滞微分方程稳定性的分析中首次提出了半离散法. 文献[9]提出了一种基于直接积分方法的颤振稳定域求解方法, 称为全离散法.

上述方法中的切削动力学参数往往被认为是确定的, 然而实际加工中可以精确描述或控制的因是不存在的, 大部分因素都是随机、不确定的^[10]. 例如, 电压波动会使工件的进给量具有随机性; 测量、加工等误差会造成刀具几何尺寸的随机性. 文献[11]考虑了影响参数的随机性, 采用单频率法判定铣削颤振稳定性, 应用蒙特卡罗法计算出铣削颤振可靠度. 但是, 单频率法仅适合多齿刀具和大径向切深工况的稳定性判定, 本文采用全离散法判定铣削颤振稳定性, 并且利用人工神经网络综合分析随机因素对铣削颤振稳定性的影响, 相比蒙特卡罗法大大降低了抽样样本数量, 提高了计算效率.

1 铣削加工颤振稳定性分析

常见的铣削加工动力学模型如图 1 所示^[12], 其中 ϕ_j 为第 j 齿的瞬时切削角 (rad), Ω 为主轴转速 (r/min), a_e 为径向切深 (mm), v_t 表示工件相对刀具的进给方向, F_{tj} 和 F_{rj} 分别是 j 齿受到的切向切削力 (N) 和径向切削力 (N).

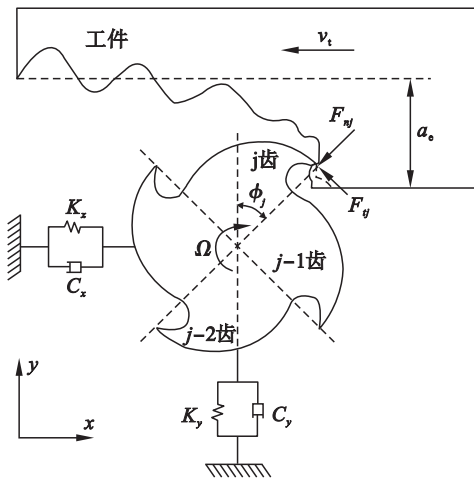


图 1 铣削加工动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of milling

图 1 所示铣削加工动力学系统的控制方程的状态空间形式可以表示为^[9, 13]

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-T)). \quad (1)$$

式中:

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{q}(t) \quad \mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\mathbf{q}(t)/2]^T; \quad (2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}/2 & \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}/4 - \mathbf{K} & -\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}/2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_c(t) & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中: \mathbf{M} , \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 分别为刀具模态质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{q}(t)$ 为刀具模态坐标; $\mathbf{K}_c(t)$ 为切削力系数矩阵.

对时间 t 进行离散化处理, 将时间周期 T 分为 r 个时间段, 即 $T = r\Delta t$, $r \in \mathbb{Z}$. 在任意时间区段上, 式(1)可以重新表示为

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{y}(t) + \tilde{\mathbf{B}}(t)(\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}(t-T)), \quad t \in [t_j, t_{j+1}]. \quad (4)$$

式中: $t_j = j\Delta t$ ($j \in \mathbb{Z}$),

$$\tilde{\mathbf{B}}(t) = \mathbf{B}_{j+1} + \frac{\mathbf{B}_{j+1} - \mathbf{B}_j}{\Delta t}(t - t_{j+1}), \quad (5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_{j+1} + \frac{\mathbf{y}_{j+1} - \mathbf{y}_j}{\Delta t}(t - t_{j+1}), \quad (6)$$

$$\mathbf{y}(t-T) = \mathbf{y}_{j-r+1} + \frac{\mathbf{y}_{j-r+1} - \mathbf{y}_{j-r}}{\Delta t}(t - t_{j+1}). \quad (7)$$

其中: $\mathbf{B}_j = \mathbf{B}(t_j)$; $\mathbf{y}_j = \mathbf{y}(t_j)$.

解方程(4), 得到

$$\mathbf{y}_{j+1} = (\Phi_0 + \mathbf{F}_j)\mathbf{y}_j + \mathbf{F}_{j+1}\mathbf{y}_{j+1} - \mathbf{F}_{j+1}\mathbf{y}_{j-r+1} - \mathbf{F}_j\mathbf{y}_{j-r}. \quad (8)$$

式中:

$$\mathbf{F}_j = \frac{\Phi_3}{\Delta t^2}\mathbf{B}_j + \left(\frac{\Phi_2}{\Delta t} - \frac{\Phi_3}{\Delta t^2}\right)\mathbf{B}_{j+1}, \quad (9)$$

$$\mathbf{F}_{j+1} = \left(\frac{\Phi_2}{\Delta t} - \frac{\Phi_3}{\Delta t^2}\right)\mathbf{B}_j + \left(\Phi_1 - 2\frac{\Phi_2}{\Delta t} + \frac{\Phi_3}{\Delta t^2}\right) \times \mathbf{B}_{j+1}, \quad (10)$$

$$\Phi_0 = e^{A\Delta t}, \Phi_1 = A^{-1}(\Phi_0 - I),$$

$$\Phi_2 = A^{-1}(\Delta t\Phi_0 - \Phi_1),$$

$$\Phi_3 = A^{-1}(\Delta t^2\Phi_0 - 2\Phi_2). \quad (11)$$

式中 I 为单位矩阵. 由式(8)可以构造离散映射:

$$\mathbf{z}_{j+1} = \mathbf{D}_j\mathbf{z}_j. \quad (12)$$

式中:

$$\mathbf{z}_j = \text{col}(\mathbf{y}_j, \mathbf{y}_{j-1}, \dots, \mathbf{y}_{j+1-r}, \mathbf{y}_{j-r}), \quad (13)$$

$$D_j = \begin{bmatrix} [I - F_{j+1}]^{-1}(\Phi_0 + F_j) & 0 & 0 & \cdots & 0 & -[I - F_{j+1}]^{-1}F_{j+1} & -[I - F_{j+1}]^{-1}F_j \\ I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & I & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

转移矩阵表示为

$$\Phi = D_{r-1}D_{r-2} \cdots D_1D_0. \quad (15)$$

根据 Floquet 理论^[14], 铣削稳定性可由转移矩阵 Φ 的特征值判断, 若转移矩阵 Φ 的所有特征值的模均小于 1, 则系统稳定, 即

$$\max(|\Lambda(\Phi)|) \begin{cases} < 1, \text{稳定;} \\ = 1, \text{稳定边界;} \\ > 1, \text{不稳定.} \end{cases} \quad (16)$$

铣削极限轴向切深是指系统处于临界稳定状态的轴向切削深度, 由上述公式推导可知极限轴向切深是由切向切削力系数(K_t), 径向切削力系数(K_n), 模态阻尼(c), 模态质量(m), 模态刚度(k), 径向浸入比(r_c), 主轴转速(Ω)和铣刀齿数(N)的确定的, 即

$$a_{plim} = \{a_p | \max(|\Lambda(\Phi(K_t, K_n, c, m, k, r_c, N, \Omega))|) = 1\}. \quad (17)$$

2 颤振稳定性可靠度计算

机械可靠性是指机械产品在规定时间内规定条件下完成规定功能的能力. 采用概率的方式度量这种能力即为可靠度. 数控铣床颤振稳定性可靠度为实际轴向切深小于极限轴向切深的概率, 由式(17)可知铣削加工的极限轴向切深没有显式表达式, 所以本文通过神经网络拟合极限轴向切深的函数表达式, 在此基础上进行可靠度计算.

2.1 BP 神经网络

人工神经网络具有良好的自学习能力、非线性映射能力和容错能力, 适合处理对大量数据进行分类、建立复杂的非线性映射等问题. 而 BP 神经网络是人工神经网络最精华、最完美的部分. BP 神经网络的设计主要包括输入输出层设计、隐含层设计以及转换函数设计.

2.1.1 输入输出层设计

根据全离散法预报颤振稳定性的分析过程, 输入层采用 9 个神经元, 分别为径向切削力系数 K_n , 切向切削力系数 K_t , x 方向上的模态阻尼 c_x , 模态刚度 k_x 和模态质量 m_x , y 方向上的模态阻尼 c_y , 模态刚度 k_y 和模态质量 m_y 以及径向浸入比

r_c , 输出层为单神经元结构, 代表极限轴向切深 a_{plim} .

2.1.2 隐含层设计

在三层网络中, 隐含层神经元个数 n_2 和输入层神经元个数 n_1 之间的近似关系为^[15]

$$n_2 = 2 \times n_1 + 1. \quad (18)$$

所以隐含层神经元个数选为 19 个.

2.1.3 数据归一化

网络的转换函数为 sigmoid 函数, 该函数输出曲线两端平坦, 中间部分变化剧烈. 因此获得输入和输出变量后, 要对其进行归一化处理, 将数据处理为区间(0, 1)之间的数据, 以加快收敛速度.

因此, 本文的 BP 神经网络模型的拓扑结构如图 2 所示.

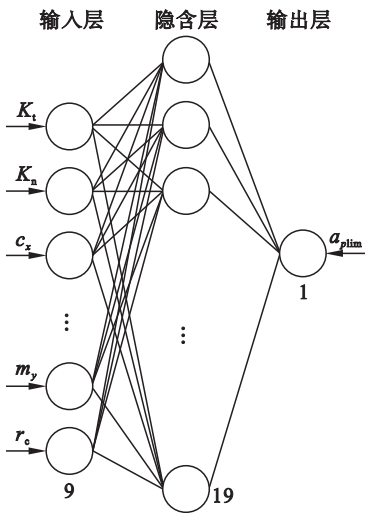


图 2 BP 神经网络拓扑结构
Fig. 2 Topological structure of BP neural network

BP 网络计算铣削颤振稳定性可靠度的基本思路为: 由基本变量产生 n 组随机样本 x_i ($i = 1, 2, \cdots, n$), 通过仿真计算得到随机样本的极限轴向切深 $a_{plim}(x_i)$. 利用数据 $\{x_i, a_{plim}(x_i)\}$ ($i = 1, 2, \cdots, n$) 训练网格, 训练好的网络可以模拟计算出不同变量值的极限轴向切深. 在此基础上, 使用蒙特卡罗、一次二阶矩等方法计算可靠度. 具体步骤如图 3 所示.

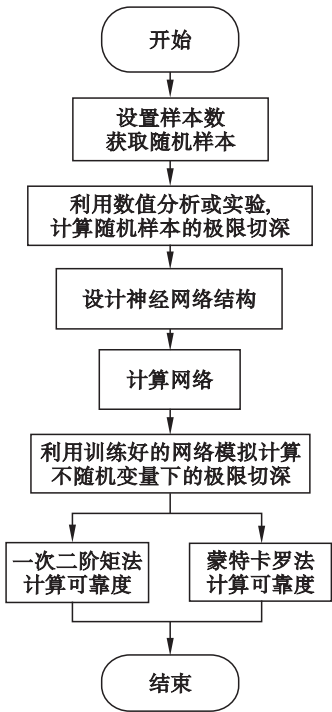


图 3 基于 BP 神经网络的颤振稳定性可靠度计算流程
Fig. 3 Flow chart for calculating chatter stability reliability by the BP neural network

2.2 蒙特卡罗法

蒙特卡罗法具有通用性强的特点,并且随着模拟次数的增加,其计算精度也会提高.该方法的基本思想是:在输入变量的空间内生成随机样本,然后代入系统模型求出结构响应值,利用随机样本及其响应的概率特性和统计规律,推断整体的概率特性和统计规律.基本步骤如下:

- 1) 根据基本变量的分布特性,生成 n 个随机样本 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$.
- 2) 将 n 个随机样本代入可靠性分析模型中,计算结构响应值 $g(x_i)$.
- 3) 统计落入失效域的样本数,记为 n_f .
- 4) 由失效频率近似求得失效概率 P_f ,即

$$P_f \approx \frac{n_f}{n}.$$

(19)

蒙特卡罗法的缺点是工作量比较大,在实际工程中很难应用.因此,蒙特卡罗法多作为标准验证其他方法的准确性.

2.3 改进一次二阶矩法

实际工程中,一次二阶矩法是最简单、最常用的方法.一次二阶矩法分为中心点法和设计验算点法.本文采用的是设计验算点法,即改进一次二阶矩法.

铣削颤振可靠性分析的功能函数为

$$Z = g_X(\mathbf{x}) = a_{plim}(x_1, x_2, \cdots, x_n) - a_p.$$

(20)

式中, a_p 为实际轴向切深.

设 $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*)^T$ 为极限状态面上的一点,在点 \mathbf{x}^* 处将式(20)按泰勒级数展开并取至一次项,有

$$Z_L = g_X(\mathbf{x}^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_X(\mathbf{x}^*)}{\partial X_i} (X_i - x_i^*) = 0.$$

(21)

基于式(21)求得 Z_L 的平均值和标准差,再根据可靠性指标定义,求得

$$\beta = \frac{\mu_{Z_L}}{\sigma_{Z_L}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial g_X(\mathbf{x}^*)}{\partial X_i} (\mu_{X_i} - x_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial g_X(\mathbf{x}^*)}{\partial X_i} \right]^2 \sigma_{X_i}^2}}.$$

(22)

根据可靠性指标的几何意义,可以将可靠度问题转化为最优化问题:

$$\min \beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \right)^2},$$

s. t. $g_X(x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*) = 0.$

(23)

可靠性指标 β 与可靠度 P_s 的关系为

$$P_s = \Phi(\beta).$$

(24)

3 仿真分析

假定某数控铣床颤振系统 x 方向与 y 方向的动力学特性是均衡对称的,系统动力学参数及其概率分布特性如表 1 所示.

表 1 基本变量的概率分布特性			
Table 1 Probability distribution characteristic of random variables			
随机变量	均值	标准差	分布类型
K_t	$6 \times 10^8 \text{ N/m}^2$	$3 \times 10^7 \text{ N/m}^2$	正态
K_n	$2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$	$1 \times 10^7 \text{ N/m}^2$	正态
c	$5.089 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	$0.05089 \text{ N} \cdot \text{s/m}$	正态
k	$1.34 \times 10^6 \text{ N/m}$	$1.34 \times 10^4 \text{ N/m}$	正态
m	39.93 g	0.3993 g	正态
r_c	0.6	0.006	正态

当主轴转速 $\Omega = 10\,740 \text{ r/min}$ 时,极限轴向切深最小,此时发生颤振的可能性最大,故选取此速度进行稳定性可靠度计算.利用 BP 神经网络拟合极限轴向切深函数表达式,实际轴向切深取 $8.3 \times 10^{-5} \text{ m}$,再分别使用蒙特卡罗法和一次二阶矩法计算稳定性可靠度.表 2 为不同方法计算可靠度结果的对比,其中神经网络的训练样本数为 500,蒙特卡罗法的抽样样本数为 10^6 .由结果可以看出,基于 BP 神经网络的可靠度计算方法在

大量降低了抽样样本数量的情况下,其精度是可以接受的,其中蒙特卡洛法的精度要远高于改进一次二阶矩法,这与 BP 神经网络拟合的极限轴向切深表达式非线性过高有一定的关系.在实际工程中,可以通过降低实际轴向切深的取值提高铣削颤振稳定性可靠度.例如,当实际轴向切深取 $8\times10^{-5}\text{m}$ 时,可靠度会提高到 0.993 5.

表 2 可靠度结果比较			
Table 2 Comparison of reliability results			
计算方法	BP 神经网络		蒙特卡罗
	改进一次二阶矩	蒙特卡罗	
可靠度	0.924 6	0.968 7	0.967 0

4 结 语

铣削加工中的振动是限制其优势发挥的主要障碍,而颤振是其主要形式之一.本文分析了铣削加工再生型颤振稳定性,基于 BP 神经网络,对铣削加工颤振稳定性可靠度计算方法进行了研究,综合分析了随机因素对铣削颤振稳定性的影响,更加符合实际工程状况.采用上述方法获取了不同主轴转速下的铣削稳定性可靠度,对充分发挥铣削优势、提高加工精度以及加工效率具有重要意义.

参考文献:

[1] 刘强,李忠群.数控铣削加工过程仿真与优化:建模、算法与工程应用[M].北京:航空工业出版社,2010:57-93.
(Liu Qiang, Li Zhong-qun. Simulation and optimization of CNC milling process [M]. Beijing: Aviation Industry Press, 2010:57-93.)

[2] Altintas Y, Stn G, Merdol D, et al. Chatter stability of milling in frequency and discrete time domain [J]. *CIRP Journal of Manufacturing Science & Technology*, 2008, 1(1):35-44.

[3] Altintas Y, Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling [J]. *CIRP Annals: Manufacturing Technology*,

1995, 44(1):357-362.

[4] Merdol S D, Altintas Y. Multi frequency solution of chatter stability for low immersion milling [J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2004, 126(3):459-466.

[5] Smith S, Tlustý J. Efficient simulation programs for chatter in milling [J]. *CIRP Annals: Manufacturing Technology*, 1993, 42(1):463-466.

[6] Campomanes M L, Altintas Y. An improved time domain simulation for dynamic milling at small radial immersions [J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2003, 125(3):416-422.

[7] Bayly P V, Halley J E, Mann B P, et al. Stability of interrupted cutting by temporal finite element analysis [J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2003, 125(2):220-225.

[8] Insperger T, Stn G. Semi-discretization method for delayed systems [J]. *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 2002, 55(5):503-518.

[9] Ding Y, Zhu L M, Zhang X J. A full-discretization method for prediction of milling stability [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2010, 50(5):502-509.

[10] Iglesias A, Munoa J, Ciurana J. Optimisation of face milling operations with structural chatter using a stability model based process planning methodology [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 70(1/2/3/4):559-571.

[11] 冯吉路,孙志礼,孙洪哲,等.铣削颤振及其可靠度分析[J].组合机床与自动化加工技术,2015(12):8-11.
(Feng Ji-lu, Sun Zhi-li, Sun Hong-zhe, et al. Investigation of the milling chatter and its probability [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2015(12):8-11.)

[12] Ding H, Ding Y, Zhu L M. On time-domain methods for milling stability analysis [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2012, 57(33):4336-4345.

[13] Gradisek J, Kalveram M, Insperger T, et al. On stability prediction for milling [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2005, 45:769-781.

[14] Farkas M. Periodic motions [M]. New York: Springer-Verlag, 1994:151-202.

[15] 郁磊,史峰,王辉,等. MATLAB 智能算法 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2015:1-37.
(Yu Lei, Shi Feng, Wang Hui, et al. MATLAB intelligent algorithm [M]. Beijing: Beihang University Press, 2015:1-37.)

(上接第 674 页)

[11] Thirunakaran R, Kim K T, Kang Y M, et al. Cr³⁺ modified LiMn₂O₄ spinel intercalation cathodes through oxalic acid assisted sol-gel method for lithium rechargeable batteries[J]. *Materials Research Bulletin*, 2005, 40:177-186.

[12] Wu C, Wu F, Chen L Q, et al. X-ray diffraction and X-ray photoelectron spectroscopy analysis of Cr-doped spinel LiMn₂O₄ for lithium ion batteries [J]. *Solid State Ionics*, 2002, 152/153:335-339.

[13] Chida Y, Wada H, Shizuka K. Relationship between cycle life of Li(Mn_{2-x}Li_x)O_{4-δ} and oxygen deficiency δ[J]. *Journal of Power Sources*, 1999, 81/82:454-457.

[14] Zhou X Y, Chen M M, Bai H L, et al. Preparation and electrochemical properties of spinel LiMn₂O₄ prepared by

solid-state combustion synthesis [J]. *Vacuum*, 2014, 99:49-55.

[15] Tang W, Liu L L, Tian S, et al. LiMn₂O₄ nanorods as a super-fast cathode material for aqueous rechargeable lithium batteries [J]. *Electrochemistry Communications*, 2011, 13:1159-1162.

[16] Liu J, Manthiram A. Understanding the improvement in the electrochemical properties of surface modified 5V LiMn_{1.42}Ni_{0.42}Co_{0.16}O₄ spinel cathodes in lithium-ion cells [J]. *Chemistry of Materials*, 2009, 21:1695-1707.

[17] Suryakala K, Paruthimal K G, Vasudevan T. Synthesis and characterization of Cr-doped LiMn_{2-x}Cr_xO₄ (x = 0.1-0.4) cathode for Li-ion battery [J]. *Materials Chemistry and Physics*, 2007, 104:479-482.