

# 车削颤振时变可靠性预测

刘 宇<sup>1</sup>, 王振宇<sup>1</sup>, 杨慧刚<sup>2</sup>, 张义民<sup>1</sup>  
(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 菏泽学院 蒋震机电工程学院, 山东 菏泽 274015)

**摘 要:** 针对车削加工过程中刀具磨损使得切削力系数等加工参数不断变化,进而导致传统的颤振预测方法随着加工时间的增加预测精度大大降低的问题,将时变可靠性理论引入颤振预测中,用线性方程表示了合力切削力系数的均值随切削时间的变化关系,建立了时变稳定性和时变可靠性模型. 获得给定加工条件下系统的时变极限切宽和时变颤振可靠度曲线. 最后对提出的计算方法做了相应的实验证明. 实验表明. 提出的颤振时变可靠性预测方法能够更为准确地预测不同加工时间下的颤振.

**关 键 词:** 刀具磨损;切削力系数;时变随机参数;颤振时变稳定性;颤振时变可靠性

**中图分类号:** TP      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)05-0684-06

## Chatter Reliability Prediction in the Turning Process with Time-Varying Stability

LIU Yu<sup>1</sup>, WANG Zhen-yu<sup>1</sup>, YANG Hui-gang<sup>2</sup>, ZHANG Yi-min<sup>1</sup>  
(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;  
2. Jiangzhen Electrical Engineering Institute, Heze University, Heze 274015, China. Corresponding author: LIU Yu, E-mail: yuliu@me.neu.edu.cn)

**Abstract:** Tool wear in the machining process changes the cutting force coefficient and other parameters in flux, which causes the prediction accuracy of traditional chatter prediction to decrease greatly with the increase of processing time. The time-varying reliability theory was introduced to predict chatter reliability, and the linear equations were used to express the change in the mean values of cutting force coefficient with varied cutting time whereby the chatter stability and reliability model in turning was presented. The time-varying critical cutting width and time-varying chatter reliability curve were obtained in the given machining conditions, and the corresponding calculation method was tested experimentally. The results showed that the proposed method can be used to predict the chatter of different processing time accurately.

**Key words:** tool wear; cutting force coefficient; time-varying random parameter; time-varying chatter reliability; time-varying chatter stability

金属切削过程中的刀具磨损问题是任何机加工都不可避免的. 长期以来加工过程中刀具的快速磨损问题一直是公认的难题<sup>[1]</sup>. Albertelli 等<sup>[2]</sup>的研究表明切削速度的大小会对刀具后刀面的磨损产生影响. Debnath 等<sup>[3]</sup>的研究发现切削速度对刀具的磨损影响最大,进给速度对工件的表面粗糙度影响最大. Cascón 等<sup>[4]</sup>的研究表明刀具超前角对切削力大小大约有 15% 的影响. Che 等<sup>[5]</sup>的研究表明刀具后角的变化会影响平均摩擦角和切削力的大小. Campocasso 等<sup>[6]</sup>的研究证明了刀具磨损使得刀刃的几何形状和切削角度发生变化,进而使得切削力系数发生相应的变化.

目前关于刀具磨损的研究大多集中在磨损监测、寿命预测<sup>[7-10]</sup>、切屑的大小与切削力之间的关系<sup>[11-12]</sup>以及加工参数的优化问题<sup>[13-14]</sup>. 关于刀具磨损对颤振稳定性预测的研究还未见报道. 然而,由于刀具磨损使得工件的加工质量逐渐降低,切削力不断增大,切削力系数不断增加,其必

收稿日期: 2015-05-14  
基金项目: 科技重大专项 (2013ZX04011011).  
作者简介: 刘 宇(1980-),男,宁夏中卫人,东北大学副教授; 张义民(1958-),男,吉林长春人,东北大学教授,教育部“长江学者奖励计划”特聘教授.

然会影响对加工过程中颤振稳定性的预测。因此，在刀具磨损不可避免的情况下，如何更准确地预测加工过程中的颤振稳定性成了提高加工质量和加工效率的关键。

本文结合文献[15-16]提出了合力切削力系数随加工时间的变化关系式，进而由 Altintas 方法可以得到系统的极限切宽随时间的变化关系。作者还引入了时变稳定性理论，得出加工条件一定时不同加工时间下的颤振稳定性曲线，用以表示颤振稳定性随时间的变化关系。

由于加工环境的不断变化和材料分布不均等因素，导致刀具的磨损具有一定的随机性。因此本文结合 Liu 等<sup>[17]</sup>的颤振可靠度计算方法，提出了车削过程中的时变颤振可靠度及其计算方法。然后结合四阶矩法计算出不同时刻下的颤振可靠度值，并用颤振可靠度曲线表示车削过程中的颤振可靠度随时间的变化关系。

## 1 车削加工过程动力学建模

### 1.1 切削动力学模型

图 1 为车刀进行端面车削时建立的单自由度再生型切削颤振动力学模型。对该动力学模型作如下假设：①工件系统刚性良好，刀架系统是整个切削系统的薄弱环节，也是切削系统的主振系统；②振动系统是线性的，振动系统的弹性恢复力与振动位移成正比；③动态切削力的方向与稳态切削力的方向一致，同时阻尼力与主振系统的振动速度成正比；④切削厚度的动态变化只由再生效应产生。

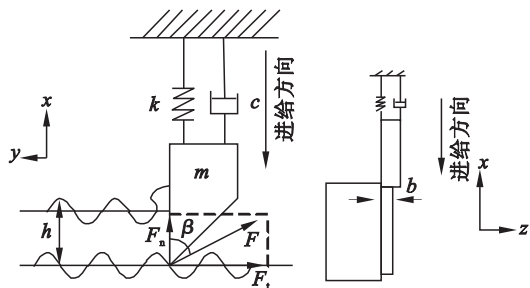


图 1 车削加工系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model for the turning process system

图 1 所示的动力学模型中，动态切削力沿刀具振动方向的分力为

$$F_n = F \cos \beta = K_s b h \cos \beta, \quad (1)$$

$$h = h_m + x(t - T) - x(t), \quad (2)$$

$$T = \frac{60}{\Omega}. \quad (3)$$

式中： $F_n$  为法向切削力(N)； $F$  为切削合力(N)； $\beta$  为切削力与振动方向夹角(rad)； $b$  为切削宽度(m)； $K_s$  为合力切削力系数(N/m<sup>2</sup>)； $h$  为前后两转切削厚度(m)； $h_m$  为平均切厚(m)。

机床振动系统的动力学微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_n. \quad (4)$$

式中： $m$  为振动系统的等效质量(N·s<sup>2</sup>/m)； $c$  为振动系统的等效阻尼(N·s/m)； $k$  为振动系统的等效刚度(N/m)。

### 1.2 时变切削力系数建模

为了说明切削力随时间的变化关系，本文取切宽为一定值，大小为每齿进给率。采用线性方程表示切削力系数随切削时间的变化关系<sup>[15-16]</sup>，并以 Cascón 等<sup>[4]</sup>的实验数据为基础，拟合而得由于刀具磨损导致的合力切削力系数均值随时间变化关系表达式：

$$K_s(t) = \begin{cases} 17.35, & t(t \leq 9); \\ 3.246t + 252.6 + K_{s0}, & (9 < t \leq 30); \\ 20t - 352.4, & (t > 30). \end{cases} \quad (5)$$

式中： $K_s(t)$  为合力切削力系数均值，它是一个时变随机参数(下文中提到的切削力系数均指合力切削力系数均值)； $t$  为加工时间； $K_{s0}$  为刀具磨损前的合力切削力系数，具体表达式如式(6)所示：

$$K_{s0} = K_{tc} \sqrt{1 + K_r^2}. \quad (6)$$

式中： $K_{tc}$  为切向切削力系数； $K_r$  为径向切削力系数与切向切削力系数之比。

切削力系数随加工时间变化关系如图 2 所示。

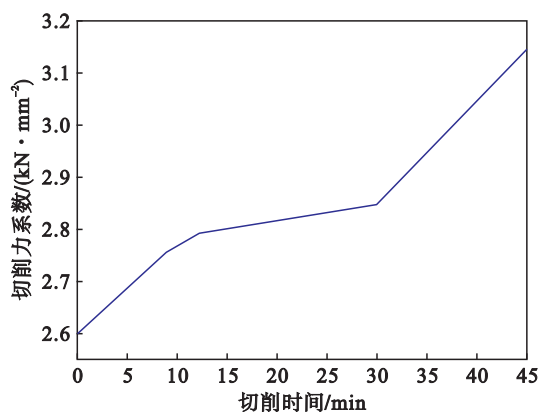


图 2 切削力系数随加工时间变化关系

Fig. 2 Relationship between processing time and cutting force coefficient

## 2 切削力系数的变化对颤振稳定性与颤振可靠性预测的影响

### 2.1 包含时变切削力系数的颤振稳定性模型

由文献[18]可知车削过程中的极限切宽可

以表示为

$$b_{\lim} = \frac{-1}{2K_s \cdot \text{FRF\_real}} \cdot \tag{7}$$

式中: $b_{\lim}$  表示极限切宽; $K_s$  为合力切削力系数,是一定值; $\text{FRF\_real}$  表示频响函数的实部,具体表示为

$$\text{FRF\_real} = \frac{\frac{1}{K}(1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2)}{(1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2)^2 + (2\zeta \frac{\omega}{\omega_n})^2} \cdot \tag{8}$$

式中: $\omega$  为扫描频率; $\omega_n, \xi, K$  分别为车削系统的固有频率、阻尼比和模态刚度. 将式(5)、式(8)代入式(7)中,分别替代  $K_s$  和  $\text{FRF\_real}$ ,可得系统的时变极限切宽  $b_{\lim}(t)$ :

$$b_{\lim}(t) = \frac{-1}{2K_s(t) \text{FRF\_real}} \cdot \tag{9}$$
$$\Omega = \frac{\omega_c}{2\pi [N + (1 - \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(\frac{\text{FRF\_real}}{\text{FRF\_imag}}))]} \cdot \tag{10}$$

式中: $\omega_c$  为颤振角频率 (rad/s);  $N = 0, 1, 2, \dots$  为叶瓣数; $\text{FRF\_imag}$  为频响函数的虚部如式(11)所示; $\Omega$  为主轴转速 (r/s).

$$\text{FRF\_imag} = \frac{\frac{1}{K}(-2\zeta \frac{\omega}{\omega_n})}{(1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2)^2 + (2\zeta \frac{\omega}{\omega_n})^2} \cdot \tag{11}$$

2.2 包含时变切削力系数的颤振可靠性建模

规定当车削加工过程中切宽大于对应主轴转速下的极限切切宽时系统可靠,否则不可靠. 则系统的功能函数可以表示为

$$g(t) = b_{\lim}(t) - b \cdot \tag{12}$$

式中, $b$  为加工过程中的实际切宽. 将式(5)、式(9)代入式(12)得

$$g(t) = \frac{-1}{2K_s(t) \text{FRF\_real}} - b \cdot \tag{13}$$

系统的时变可靠度可以表示为

$$R_s(t) = P(g(t) > 0) = \int_{X_R(t)} f_x(x) dx \cdot \tag{14}$$

式中, $f_x(x)$  为系统失效的概率密度函数.

2.3 计算车削加工中颤振时变可靠度

本文结合 Liu 等<sup>[17]</sup>提出的用任一时刻处随机生成均值为式(5)且符合正态分布的随机参数作为实际加工过程中  $t$  时刻的切削力系数,并以此来计算车削过程中的颤振可靠度.

以  $K_s(t)$  作为随机参数,采用四阶矩法计算系统的可靠度. 其中  $K_s(t)$  关于式(9)的前两阶偏

导可表示为

$$\frac{\partial g}{\partial K_s} = \frac{1}{2K_s(t)^2 \text{FRF\_real}} \cdot \tag{15}$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial K_s^2} = \frac{-1}{K_s(t)^3 \text{FRF\_real}} \cdot \tag{16}$$

由文献[17]得不同时刻下的颤振可靠度:

$$p_r = \varphi(\beta_{\text{FM}}(t)) \cdot \tag{17}$$

式中, $\beta_{\text{FM}}(t)$  代表  $t$  时刻时功能函数的四阶矩可靠性指标:

$$\beta_{\text{FM}}(t) = \frac{3(\alpha_{4g} - 1)\beta_{2M} + \alpha_{3g}(\beta_{2M}^2 - 1)}{\sqrt{(9\alpha_{4g} - 5\alpha_{3g}^2 - 9)(\alpha_{4g} - 1)}} \cdot \tag{18}$$

式中, $\alpha_{3g}, \alpha_{4g}, \beta_{2M}$  分别代表  $t$  时刻功能函数的偏态系数、峰态系数和二阶矩可靠性指标. 因为  $K_s(t)$  在不同时刻具有不同的随机参数,所以在不同时刻也会对应不同的  $\alpha_{3g}, \alpha_{4g}$  和  $\beta_{SM}$  值. 因此,将加工时间离散化便可得系统在任意加工时间  $t$  下的颤振可靠度值.

3 算例研究

3.1 搭建车削实验平台

本文以 ETC 数控车床 SYJC i5 为实验平台,采用丹麦 B&K 公司 3560 - B 振动信号采集系统、Pulse 分析软件、美国 PCB 模态力锤 086C01 和 B&K 加速度传感器 3560B,获取切槽刀的刀尖点的模态参数,如图 3 所示.

3.2 车削加工系统频响函数测试

本实验以 45#钢毛坯(直径 70 mm)为车削工件,切削力系数  $K_{s0} = 2\,600 \text{ N/mm}^2$ . 实验测得的刀尖点频响函数如图 4 所示. 实验测得的刀尖点频响函数,通过分量分析法得模态参数如表 1 所示.

表 1 车削系统模态参数

Table 1 Modal parameters of the turning system		
$\omega_n / (\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	$\xi$	$k / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$
854	0.106 6	$7.34 \times 10^6$

3.3 计算车削加工过程中颤振时变稳定性

由文献[18]和表 1 的数据可得车削加工系统的频响函数和频响函数实部  $\text{FRF\_real}$ . 将系统的合力切削力系数  $K_{s0}$  代入式(5)得不同时刻下的合力切削力系数. 将式(5)代入式(7)~式(9)可得不同时刻下的颤振稳定性叶瓣图.

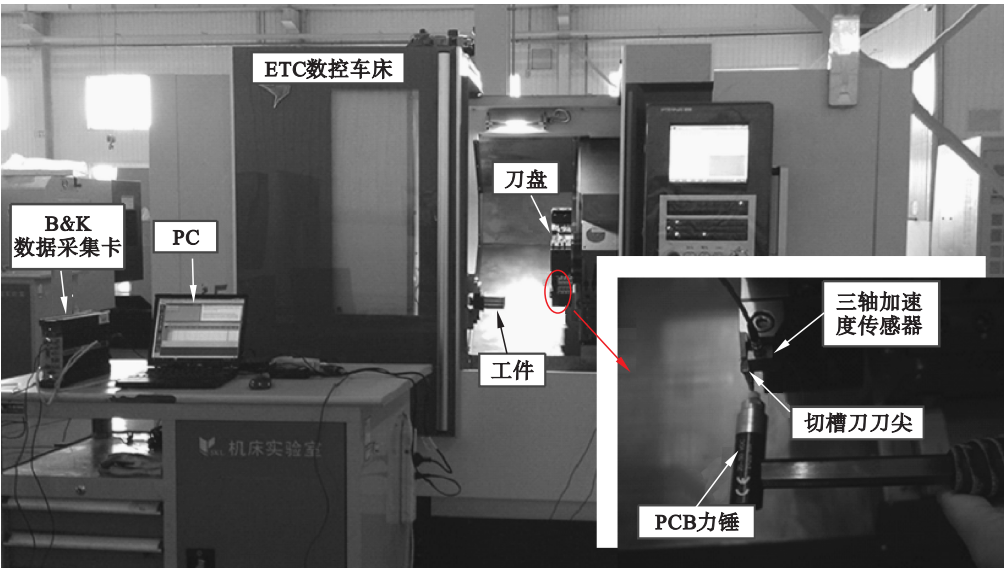


图 3 车削实验平台  
Fig. 3 Turning experiment platform

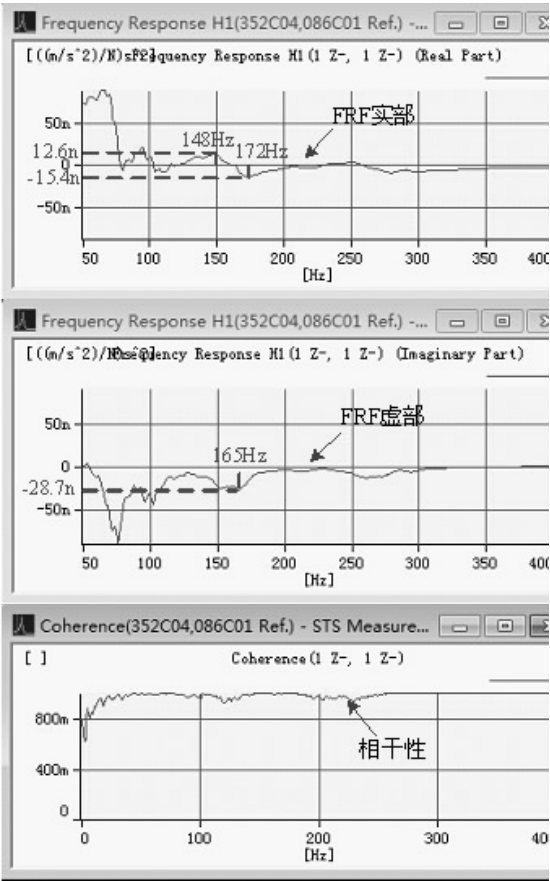


图 4 刀尖点频响应函数  
Fig. 4 FRF from PULSE LabShops

不同时刻下的切削颤振稳定性叶瓣图即颤振时变稳定性叶瓣图,如图 5 所示. 图中不同粗细代表不同时刻下的颤振稳定性叶瓣图,线条越粗表示加工的时间越长. 图中显示随着加工时间的增加,系统的颤振稳定性也逐渐降低.

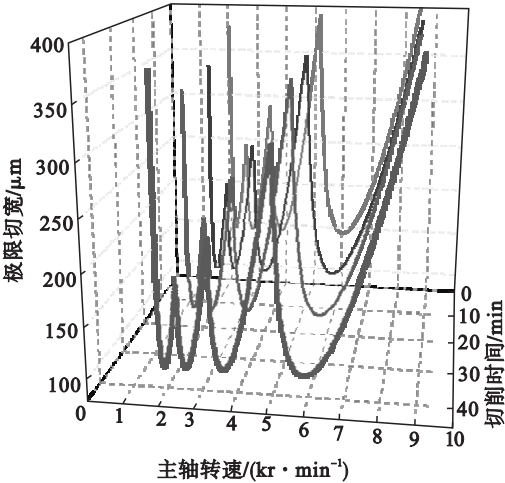


图 5 颤振时变稳定性叶瓣图  
Fig. 5 Time-varying chatter stability

图 6 中对比了主轴转速为 3 400, 4 800 和 7 600 r/min 时系统的极限切宽与加工时间的变化关系. 图 6 显示在平均切厚和进给速度一定时,极限切宽随加工时间的增加而不断减小.

3.4 计算给定主轴转速和平均切厚下的颤振时变可靠度

本实验选取平均切厚为 250  $\mu\text{m}$ , 进给速度为 80  $\mu\text{m}/\text{r}$ , 主轴转速为 3 400, 4 800 和 7 600 r/min 时对应的不同时刻下的颤振可靠度值. 首先确定主轴转速和平均切厚的值, 计算出对应频响函数的实部和虚部. 然后由式 (5) 得切削力系数  $K_s(t)$ . 用 MATLAB 软件在每个时刻  $t$  处随机生成 10 000 个符合正态分布且均值为式 (5), 标准差为 50 的随机数  $\text{Random}(K_s)$ . 取随机数的绝对值作为切削力数. 并计算出对应时刻的方差  $\text{Sva}(t)$



和标准差  $Sta(t)$ . 然后将  $Sva(t)$  和  $Sta(t)$  代入式 (12), 式 (13) 中得车给定切深和主轴转速下的颤振时变可靠度. 该系统在主轴转速分别为 3 400, 4 800 和 7 600 r/min 时的颤振时变可靠度曲线如图 7 所示.

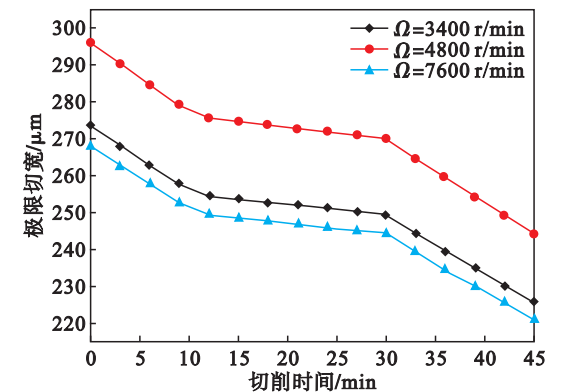


图 6 不同主轴转速时极限切宽与加工时间之间的关系  
Fig. 6 Relationship between the processing time and limit cutting width with different spindle speed

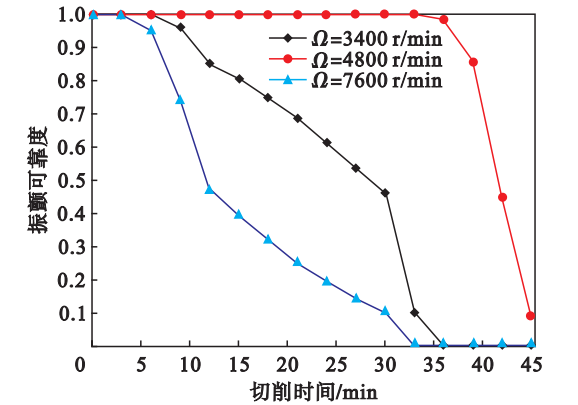


图 7 颤振时变可靠度曲线  
Fig. 7 Time-varying chatter reliability

图 7 显示系统的颤振可靠度值在开始阶段为 1, 之后随加工时间的增加而不断减小. 在同一加工条件下, 不同主轴转速下可靠度为 1 的时间长度也不同.

本文还比较了系统的颤振可靠度和切削力系数以及极限切宽和切削力系数随加工时间的变化关系, 如图 8 和图 9 所示.

图 8 表明平均切厚和主轴转速一定时, 系统的合力切削力系数随加工时间的增加而增加, 系统颤振可靠度随时间的增加而减小.

图 9 显示在平均切厚和主轴转速一定时, 系统的极限切宽随加工时间的增加而减小. 即在车削加工条件一定时, 系统的极限切宽和颤振可靠度都是随加工时间变化的, 这也是本文提出车削

颤振时变稳定性与颤振时变可靠度的原因.

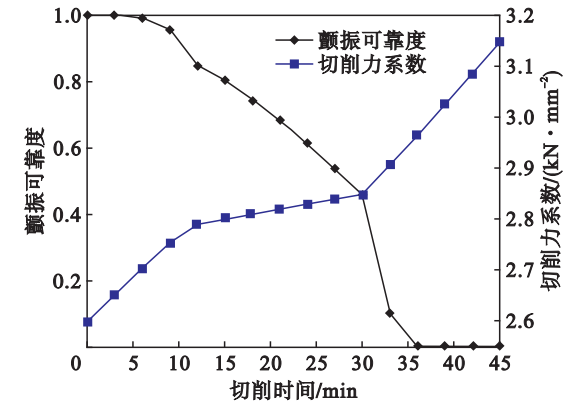


图 8 切削力系数和颤振时变可靠度随加工时间的变化关系  
Fig. 8 Relationship between cutting force coefficients, time-varying reliability and processing time

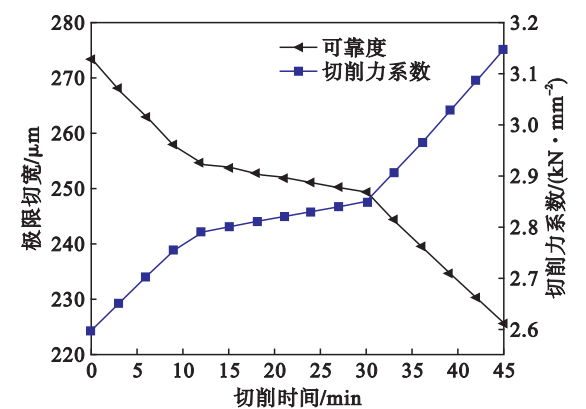


图 9 合力切削力系数和极限切宽与加工时间的变化关系  
Fig. 9 Relationship between limit cutting width, time-varying reliability and processing time

## 4 结 论

1) 刀具磨损对系统的颤振可靠度和颤振稳定性预测都有很大的影响, 本文提出的时变稳定性和时变可靠性方法能够更准确地预测包含刀具磨损情况下系统的颤振稳定性.

2) 在平均切厚和主轴转速一定时, 系统的极限切宽和颤振可靠度均随加工时间的增加而减小.

### 参考文献:

[1] Lee L C, Lee K S, Gan C S. On the correlation between dynamic cutting force and tool wear [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 1989, 29 (3): 295 - 303.

[2] Albertelli P, Mussi V, Ravasio C, et al. An experimental investigation of the effects of spindle speed variation on tool wear in turning [J]. *Procedia Cirp*, 2012, 4 (11): 29 - 34.

[3] Debnath S, Reddy M M, Yi Q S. Influence of cutting fluid conditions and cutting parameters on surface roughness and tool wear in turning process using Taguchi method [J].

*Measurement*,2016,78;111 – 119.

[ 4 ] Cascón I,Sarasua J A. Mechanistic model for prediction of cutting forces in turning of non-axisymmetric parts [ J ]. *Procedia CIRP*,2015,31;435 – 440.

[ 5 ] Che D,Ehmann K. Experimental study of force responses in polycrystalline diamond face turning of rock [ J ]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2014,72;80 – 91.

[ 6 ] Campocasso S,Costes J P,Fromentin G, et al. A generalised geometrical model of turning operations for cutting force modelling using edge discretisation [ J ]. *Applied Mathematical Modelling*,2015,39(21) ;6612 – 6630.

[ 7 ] Li L, An Q. An in-depth study of tool wear monitoring technique based on image segmentation and texture analysis [ J ]. *Measurement*,2015,79;44 – 52.

[ 8 ] Rmili W,Ouahabi A,Serra R, et al. An automatic system based on vibratory analysis for cutting tool wear monitoring [ J ]. *Measurement*, 2016,77;117 – 123.

[ 9 ] Maia L H A,Abrão A M,Vasconcelos W L, et al. A new approach for detection of wear mechanisms and determination of tool life in turning using acoustic emission[ J ]. *Tribology International*, 2015,92;519 – 532.

[ 10 ] Maia L H A,Abrão A M,Vasconcelos W L, et al. A new approach for detection of wear mechanisms and determination of tool life in turning using acoustic emission[ J ]. *Tribology International*,2015,92;519 – 532.

[ 11 ] Katuku K,Koursaris A, Sigalas I. Wear, cutting forces and chip characteristics when dry turning ASTM grade 2 austempered ductile iron with PcBN cutting tools under finishing conditions [ J ]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009,209(5) ;2412 – 2420.

[ 12 ] Altintas Y,Mohammad R K. Generalized modeling of chip geometry and cutting forces in multi-point thread turning[ J ]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*,2015, 98;21 – 32.

[ 13 ] Ahmed G M S,Quadri S S H,Mohiuddin M S. Optimization of feed and radial force in turning process by using Taguchi design approach [ J ]. *Materials Today Proceedings*, 2015,2 (4/5) ;3277 – 3285.

[ 14 ] Patidar L. Study of optimised process parameters in turning operation through force dynamometer on CNC machine[ J ]. *Materials Today Proceedings*,2015,2(4/5) ;2300 – 2305.

[ 15 ] Malakooti B, Wang J, Tandler W E. A sensor-based accelerated approach for multi-attribute machinability and tool life evaluation [ J ]. *International Journal of Production Research*,1990,28(12) ;2373 – 2392.

[ 16 ] Campocasso S,Costes J P,Fromentin G, et al. A generalised geometrical model of turning operations for cutting force modelling using edge discretisation[ J ]. *Applied Mathematical Modelling*,2015,39(21) ;6612 – 6630.

[ 17 ] Liu Y,Li T X,Liu K, et al. Chatter reliability prediction of turning process system with uncertainties [ J ]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2016,66/67;232 – 247.

[ 18 ] Schmitz T L, Smith K S. Machining dynamics frequency response to improved productivity [ M ]. New York:Springer Science Business Media,2009;122 – 124.

(上接第 683 页)

## 4 结 论

- 1) 使用大型通用仿真软件对脉冲红外测试模型进行仿真,并将模型仿真数据与已知的实验数据进行了对比,确定了仿真数据的可行性。
- 2) 在仿真模型的分析中发现影响最大温差时间的决定因素为缺陷半径、样板厚度及缺陷深度,同时也发现在缺陷半径相同的情况下,缺陷深度越小,相对温差的峰值越大,峰值温差对应的时间越短。
- 3) 用量纲法推导了各个物理量之间的关系并由仿真数据得出一个近似的深度预测公式,能较为准确地识别缺陷深度与板厚比值小于 0.5 的板缺陷的缺陷深度。

## 参考文献:

[ 1 ] Maldague X. Nondestructive evaluation of materials by infrared thermography[ J ]. *NDT & E International*,1996,29 (6) ;396.

[ 2 ] Zeng Z,Li C G,Tao N, et al. Depth prediction of non-air interface defect using pulsed thermography [ J ]. *NDT & E International*,2012,48(3) ;39 – 45.

[ 3 ] Sun J G. Method for determining defect depth using thermal imaging;US6542849B2[P],2003 – 04 – 01.

[ 4 ] Olga W F,Wiera O, Michal M. Reconstruction of size and depth of simulated defects in austenitic steel plate using pulsed thermography [ J ]. *Infrared Physics & Technology*, 2012,55(2) ;363 – 367.

[ 5 ] Zeng Z,Zhou J,Tao N, et al. Absolute peak slope time based thickness measurement using pulsed thermography [ J ]. *Infrared Physics & Technology*,2012,55(2) ;200 – 204.

[ 6 ] 万锟,马齐爽. 薄壁试件脉冲热像法深度检测模型分析 [ J ]. 北京航空航天大学学报,2010,36(10) ;1256 – 1260. (Wan Kai, Ma Qi-shuang. Analysis of depth testing model for thin board specimen [ J ]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*,2010,36(10) ;1257 – 1260. )

[ 7 ] Slawomir G. New thermal contrast definition for defect characterization by active thermography [ J ]. *Measurement*, 2012,45(3) ;1885 – 1892.

[ 8 ] Feuillet V, Ibos L, Fois M, et al. Defect detection and characterization in composite materials using square pulse thermography coupled with singular value decomposition analysis and thermal quadrupole modeling [ J ]. *NDT & E International*,2012,51(10) ;58 – 67.

[ 9 ] Sun J G. Analysis of pulsed thermography methods for defect depth prediction [ J ]. *Heat Transfer*, 2006, 128 (4) ; 329 – 338.

[ 10 ] 王保国,刘淑艳,王新泉,等. 传热学[ M ]. 北京:机械工业出版社,2009;105 – 137. (Wang Bao-guo, Liu Shu-yan, Wang Xiu-quan, et al. Heat transfer theory [ M ]. Beijing: China Machine Press, 2009: 105 – 137. )

[ 11 ] 王宏. 量纲分析法及其在原子物理学中的应用[ J ]. 西南师范大学学报,2009,34(2) ;189 – 192. (Wang Hong. Dimensional analysis and its application in the atomic physics [ J ]. *Journal of Southwest China Normal University*,2009,34(2) ;189 – 192. )

[ 12 ] Lahiria B B, Bagavathiappana S, Reshmib P R, et al. Quantification of defects in composites and rubber materials using active thermograph[ J ]. *Infrared Physic & Technology*, 2012,55;191 – 199.