

# 数控机床多变量关联热误差组合模型及其实验验证

马跃<sup>1</sup>, 王洪福<sup>1,2</sup>, 孙伟<sup>1</sup>, 黄余彬<sup>1</sup>  
(1. 大连理工大学机械工程学院, 辽宁大连 116024; 2. 首都航天机械公司, 北京 100076)

**摘 要:** 针对主要基于受综合因素影响的机床本体温度所建立的热误差模型鲁棒性较差的问题. 综合考虑机床本体温度、动力源转速、冷却液温度及环境温度提出了多变量关联热误差组合模型. 将最小二乘支持向量机(LS-SVM)的方法运用到热误差建模中, 并利用偏最小二乘(PLS)方法提取输入变量的主成分作为LS-SVM的输入, 形成PLS-LSSVM组合热误差模型. 此外根据数控加工过程及材料热变形原理, 将相对起始温度的差温值作为温度输入, 使热误差补偿更加准确. 在某型号精密加工中心进行实验验证, 结果表明: PLS-LSSVM模型比LS-SVM更稳定, 比PLSR预测精度高; 考虑差温多变量的PLS-LSSVM模型较单纯考虑机床本体测量温度值的PLS-LSSVM\*模型, 热误差预测值的均方根误差(RMSE)平均减少了5.5 μm.

**关 键 词:** 数控机床; 热误差模型; 热误差影响因素; 偏最小二乘; 最小二乘支持向量机

**中图分类号:** TH 161.4      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)05-0700-06

## Multivariate Correlative and Combined Thermal Error Model for the CNC Machine Tool with Experimental Validation

MA Yue<sup>1</sup>, WANG Hong-fu<sup>1,2</sup>, SUN Wei<sup>1</sup>, HUANG Yu-bin<sup>1</sup>  
(1. School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. Capital Aerospace Machinery Company, Beijing 100076, China. Corresponding author: SUN Wei, professor, E-mail: sunwei@dlut.edu.cn)

**Abstract:** To solve the problem that based on machine tool temperature that is comprehensively influenced by other factors, and thus the thermal error models had poor robustness, a multivariate correlative and combined thermal error model was put forward, which overall considers machine tool temperature, speed of power source, and temperature of coolant and environment. Least squares support vector (LS-SVM) method was applied to the thermal error model, and partial least squares (PLS) method was applied to extract the principal components as the input of LS-SVM, and the PLS-LSSVM thermal error combined model was then formulated. In addition, this model set the differential temperatures, relatively with initial temperatures, as the temperature variable, which is based on the process of numerical control machining and the principle of material thermal deformation, to make the thermal error compensation more accurate. It was tested on a precision machining center, whose results showed that the PLS-LSSVM thermal error model is more stable than the LS-SVM model, and more accurate than the partial least squares regression (PLSR) model. Besides, the root mean square error (RMSE) of the predictive thermal error with the PLS-LSSVM model is 5.5 μm on average less than that with the PLS-LSSVM\* model, which only takes into account the temperature measurements of the machine tool.

**Key words:** CNC machine tool; thermal error model; influence factor of thermal error; partial least squares; least squares support vector machine

热误差是影响精密机床加工精度重要因素之一, 在高速、精密数控机床长时间加工中, 由热变形产生的加工误差更为突出, 占总制造误差的40%~70%<sup>[1]</sup>. 提高机床加工精度的方法包括误差预防法和误差补偿法. 在热误差补偿技术中, 能够建立适应复杂工

况、精确地预测机床热变形的热误差模型是进行热误差补偿的关键和基础, Microlution 微型加工机床制造商采用有限元方法建立微型铣床的热误差模型, 使主轴热变形减少了 80%<sup>[2]</sup>. Eneko 等<sup>[3]</sup>提出了基于参数状态方程建模的一种新的热误差补偿方法. 近年来国内许多学者对基于热误差实验的热误差模型进行了大量研究, 提出支持向量机(support vector machine, SVM)、灰色系统理论、神经网络等及其改进的热误差模型, 以及灰色模型和神经网络、主成分分析与神经网络、遗传算法和神经网络<sup>[4]</sup>. 偏最小二乘 (partial least squares, PLS) 等组合预测方法来建立热误差模型.

以上热误差模型主要考虑机床本体温度变化, 但数控机床是一个复杂的系统, 影响因素较多: 动力源输出量和速率、冷却装置及周围环境等对热误差也有一定影响<sup>[5]</sup>. 为此, 本文针对某型号精密卧式加工中心, 考虑机床本体温度、主轴转速、冷却液温度及环境温度等多变量因素, 并采用 PLS 和最小二乘支持向量机(least squares support vector machine, LS-SVM)相结合的方法建立模型, 并对其进行实验验证.

# 1 多变量关联热误差组合模型技术路线

本文以某型号精密卧式加工中心为测试对象, 其多变量关联热误差组合模型技术路线见图 1.

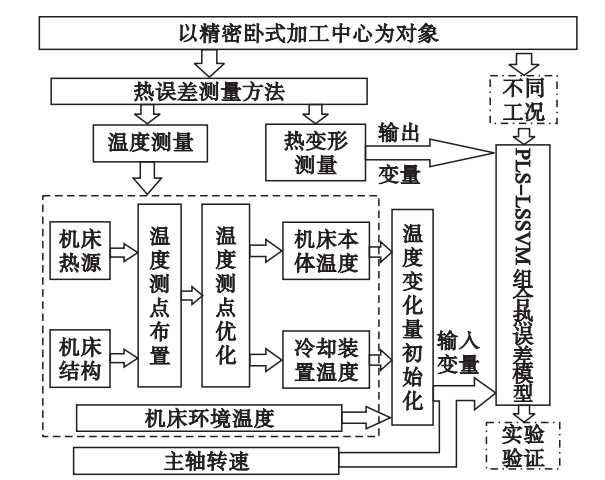


图 1 多变量关联热误差组合模型技术路线  
Fig. 1 Technical route for the multivariate correlative and combined thermal error model

根据对机床热源和结构设计分析, 在机床本体及冷却装置上布置温度测点, 并由温度测点优化分别选出机床本体和冷却装置的温度特征

点; 在机床周围测量室温变化情况作为机床环境温度, 并手动记录主轴转速. 对温度变量进行初始化处理, 得相对于初始温度值的差温值. 将差温多变量作为输入, 同步测量的热变形作为输出, 建立 PLS-LSSVM 组合热误差模型, 并在不同工况下对模型进行实验验证.

# 2 多变量关联的 PLS-LSSVM 组合模型

## 2.1 影响机床热误差的变量

影响数控机床热误差的因素很多, 本文主要考虑环境温度、冷却液温度、主轴转速及机床本身温度等影响温度的变量.

本文采用差温多变量作为模型的输入, 即测量的温度值相对于对刀时刻温度的变化值. 图 2 为环境、机床主轴、冷却液的理想温度变化曲线, 其中图 2a 为一个完整的加工升温及加工后停机降温的过程,  $t_a$  时刻机床开始工作,  $t_c$  为停机时刻,  $t_b$  时刻制冷机(工作方式高于/低于某温度一定范围时开始/停止制冷)制冷功能开启, 此后冷却液温度呈现振荡现象.

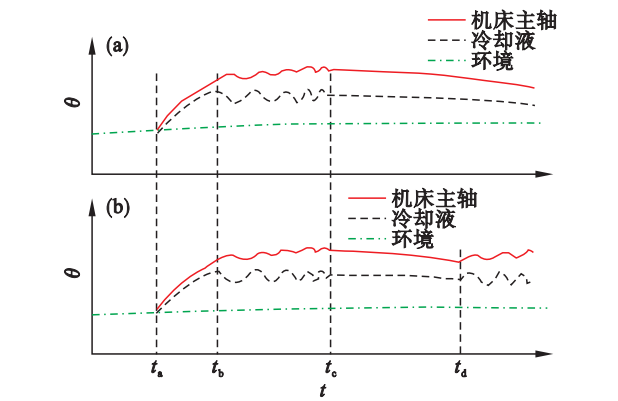


图 2 环境、机床主轴、冷却液理想温度变化曲线  
Fig. 2 Ideal temperature changes for the surrounding environment, spindle and coolant  
(a)——一次对刀温度变化; (b)——两次对刀温度变化.

图 2b 前期和图 2a 一样,  $t_d$  为对刀时间点. 对刀是确定刀具刀位点在工件坐标系中的起始位置, 在数控机床中对刀可分为手动对刀、接触自动对刀和非接触自动对刀, 对刀的好坏直接影响着产品的加工质量<sup>[5-6]</sup>. 在数控机床加工过程中, 每次对刀都会消除之前加工过程中累积的热误差, 若仍采用温度测量值作为补偿参数, 则会产生系统误差. 所以本文提出结合对刀系统的热误差补偿方法, 每次对刀后采用差温值(相对于对刀时刻)计算热误差值. 采用差温值作为温度变量更

加符合实际加工,也解决了当夏季、冬季实际温度差异大时热误差模型的适用性问题.

2.2 PLS – LSSVM 组合模型

PLS – LSSVM 组合模型属于方法组合模型,是将 PLSR 模型中的关键环节——PLS 主成分提取与 LS – SVM 模型组合. PLS 主成分提取是采用信息综合和筛选技术从自变量中逐步提取  $h$  个对因变量和自变量都具有最佳解释能力的新的综合变量,即主成分. 组合模型是将 PLS 中提取的主成分作为 LS – SVM 的输入,如图 3 所示.

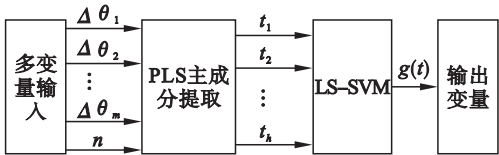


图 3 PLS – LSSVM 模型  
Fig. 3 Model of PLS-LSSVM

图 3 中  $\Delta\theta$  为差温变量,  $n$  为转速,  $t_1, t_2, \dots, t_h$  为提取的  $h$  个主成分,  $g(t)$  是 LS – SVM 模型以主成分  $t_1, t_2, \dots, t_h$  为输入构造的非线性回归函数. PLS – LSSVM 不仅融合了 PLS 降低维度、消除温度间多重相关性优点,还具有 LS – SVM 泛化能力强的特点,使组合模型比 LS – SVM 维度低,比 PLS 适应性强.

3 热误差检测及实验方案

3.1 热误差测量装置及温度测点布置

热误差建模是建立差温值、转速与热误差的关系. 热误差测量采用 ISO230 – 3 热效应测定<sup>[7]</sup>推荐的 5 点法,本实验采用电涡流传感器,考虑到电涡流传感器的边缘效应及交叉干扰,采用特制检棒代替实际加工刀具. 为了增加测试系统的稳定性和准确性,采用专用夹具将电涡流位移传感器固定在工作台上,实际测量装置如图 4 所示.

温度传感器采用 PT100 铂热电阻温度传感器,将普通封装的 PT100 嵌套在铜环里,再外套磁座,如图 4 所示吸附在所选测点. 针对此精密卧式加工中心的热源和结构分析,测量冷却液温度是将温度传感器吸附冷却液进出口处,环境温度直接测量机床周围室温,具体布置见表 1.

主轴转速  $n$  采用手动记录方式,温度与位移同步测量,利用基于 LabVIEW 开发的精密加工中心主轴热误差测量系统进行采集,采样间隔为 1 min.

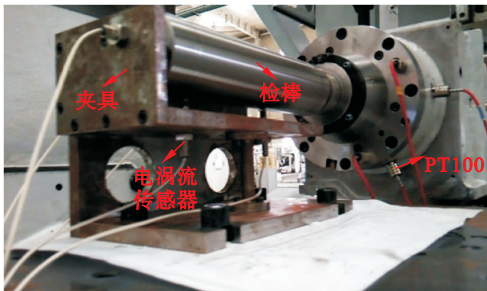


图 4 主轴热误差测量装置和部分温度传感器布置  
Fig. 4 Device for measuring spindle thermal error and partial temperature sensor arrangement

表 1 温度传感器布置	
Table 1 Temperature sensor arrangement	
温度传感器编号	温度测点布置位置
T1, T2	主轴前端面
T3, T4	电主轴前轴承套筒
T5, T7	工作台
T6, T15	十字滑台
T8 – T10	电主轴后轴承箱体
T11	立柱
T12, T13	主轴箱中部
T14	床身
T16, T17	冷却液入/出
T18	室温

3.2 热误差实验方案

为了使热误差模型适应不同转速  $n$  的影响,实验参考 ISO230 – 3<sup>[7]</sup> 设计阶梯转速谱,具体如图 5 所示. 将阶梯转速实验的前 240 min 数据作为训练组,测试组分为两组: A 测试组采用阶梯转速实验的后 90 min (241 ~ 330 min) 数据, B 测试组采用恒定转速  $n = 6 \text{ kr/min}$  的测量数据 (测试时间为 4 h).

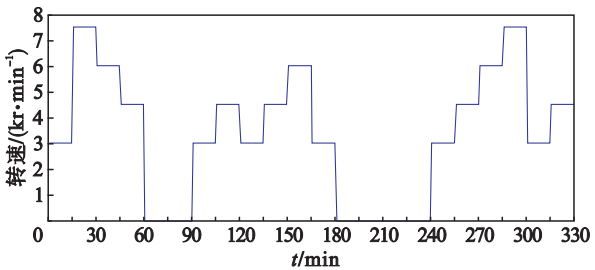


图 5 实验阶梯转速谱  
Fig. 5 Step speed spectrum for the experiment

为了验证多差温变量作为输入的有效性, PLS – LSSVM 组合模型的准确性和稳定性, 设计不同输入变量和模型组合, 见表 2.

4 热误差模型的建立及实验验证

4.1 热误差数据分析

本文只针对热误差最大的轴向方向(Z向)进行热误差建模. 为了减少众多温度测点之间的相关性,利用改进的模糊  $c -$  均值聚类和综合灰色关联,文献[8]对温度测点进行优化,选出机床本体和冷却液(多变量模型中)的特征温度测点. 结合表

2,各模型温度测点优化及具体输入变量见表 3.

表 2 不同热误差模型的输入变量  
Table 2 Input variables for different thermal error models

模型	变量	输入温度量
PLSR	多变量	差温值
LS - SVM	多变量	差温值
PLS - LSSVM	多变量	差温值
PLS - LSSVM *	机床本身温度	测量值

表 3 各模型温度测点优化结果及具体输入变量

Table 3 Results of temperature measuring points optimization and specific input variables for different thermal error models

模型类别	待优化温度变量	温度测点优化结果	具体输入变量
PLSR	$\Delta T_1 \sim \Delta T_{17}$	$\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}$	$\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}, \Delta T_{18}, n$
LS - SVM	$\Delta T_1 \sim \Delta T_{17}$	$\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}$	$\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}, \Delta T_{18}, n$
PLS - LSSVM	$\Delta T_1 \sim \Delta T_{17}$	$\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}$	$\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}, \Delta T_{18}, n$
PLS - LSSVM *	$T_1 \sim T_{15}$	$T_5, T_6, T_8$	$T_5, T_6, T_8$

由表 3 可知测量值和差温值的优化结果不同:机床本身优化温度测点分别是  $T_5, T_6, T_8$  及  $\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}$ . 多变量热误差模型输入变量还有冷却液变量  $\Delta T_{16}$ ,环境变量  $\Delta T_{18}$  及转速. 制冷机设置温度为  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,控温精度为  $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

阶梯转速实验中优化后的温度测量数据和同步测量的 Z 向热误差如图 6 所示.

式中: $t_h$  为自变量的第  $h$  个主成分; $u_h$  为因变量的第  $h$  个主成分; $E_h, F_h$  分别为自变量与因变量的残差矩阵; $w_h$  为矩阵  $E_{h-1}^T F_{h-1} F_{h-1}^T E_{h-1}$  的最大特征矩阵所对应的单位特征向量,称为模型效应权重; $c_h$  为矩阵  $F_{h-1}^T E_{h-1} E_{h-1}^T F_{h-1}$  的最大特征矩阵所对应的单位特征向量,称为因变量权重; $p_h, r_h$  为模型效应载荷量

终止准则采用交叉有效准则,计算公式为

$$Q_h^2 = 1 - \frac{\text{PRESS}_h}{\text{SS}_{h-1}}.$$

(3)

若  $Q_h^2 \geq 1 - 0.95^2 = 0.0975$ ,则认为主成分有效;其中  $\text{PRESS}_h$  为依次从样本中舍弃某个样本点之后,用剩余样本拟合出含  $h$  个主成分的回归方程,再对舍弃样本点进行预测误差的平方和; $\text{SS}_{h-1}$ 是样本点拟合出含  $h - 1$  个主成分的回归方程的拟合误差平方和.

根据表 3 输入变量和训练组,计算 PLSR 热误差模型的表达式为

$$\delta_z = -1.83 - 8.12\Delta T_1 - 0.35\Delta T_{12} + 8.92\Delta T_{14} + 0.357\Delta T_{16} - 3.47\Delta T_{18} + 0.00023n.$$

(4)

4.2.2 LS - SVM 热误差模型

LS - SVM 采用最小二乘作为损失函数,求解的最优化问题只含有一个等式约束的凸二次规划问题.

设训练集  $T = \{(x_1, y_1), \cdots, (x_n, y_n)\}$ , 其中  $x_i \in \mathbf{R}^m, y_i \in \mathbf{R}, i = 1, \cdots, n$ ; 在空间中构造线性回归方程  $g(x) = w \cdot x + b$ , 引用  $x = \Phi(x)$  变换方程和相对应的核函数  $K(x, x') = (\Phi(x) \cdot \Phi(x'))$ , 则原始问题的凸二次规划为

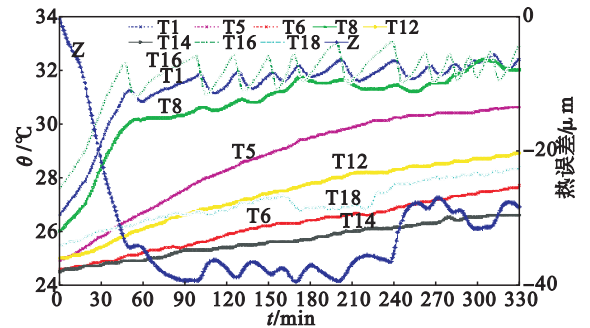


图 6 阶梯转速实验的优化温度测点和 Z 向热误差曲线  
Fig. 6 Optimized temperature points and thermal error in Z direction of the step speed experiment

4.2 建立热误差模型

4.2.1 PLSR 热误差模型

PLSR 集多元线性回归、典型相关分析和主成分分析为一体,可以同时实现两组变量之间的相关分析、数据结构简化及回归建模.

其中 PLS 主成分提取的迭代公式为<sup>[9]</sup>

$$\left. \begin{aligned} t_h &= E_{h-1} w_h, \\ u_h &= F_{h-1} c_h, \\ E_h &= E_{h-1} - t_h p_h^T, \\ F_h &= F_{h-1} - t_h r_h^T. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



$$\left. \begin{aligned} \min_{w,b,\eta} \quad & \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{C}{2} \sum_{i=1}^n \eta_i^2, \\ \text{s. t.} \quad & y_i - ((w \cdot \Phi(x_i)) + b) = \eta_i. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\eta_i$  为样本点训练误差; $C$  为惩罚因子.

引入记号  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, i=j; \\ 0, i \neq j, \end{cases}$  最优化问题式(6)可以转化为等价的凸二次规划问题:

$$\left. \begin{aligned} \max_{\alpha} \quad & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j (K(x_i, x_j) + \frac{\delta_{ij}}{C}) + \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i, \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{i=1}^n \alpha_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其解为  $\alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_n^*)^T$ ; 结合式(6)、式(7)则原始回归方程中的  $b$  为

$$b = y_j - \frac{\alpha_j^*}{C} - \sum_{j=1}^n \alpha_j^* K(x_j, x_i). \quad (8)$$

进一步可知非线性回归函数为 LS-SVM 模型:

$$g(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i^* K(x_i, x) + b. \quad (9)$$

式中的核函数本文选用最常用的高斯径向基函数(radial basis function, RBF)核函数,解析式为

$$K(x_i, x_j) = \exp(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{2\sigma^2}). \quad (10)$$

式中, $\sigma$  为核函数的宽度参数.

由式(8)~式(10)可知要得 LS-SVM 模型<sup>[8]</sup>,需先选取适当的惩罚因子  $C$  和核函数的宽度参数  $\sigma$ ,这两个参数决定了 LS-SVM 的泛化能力. 本文采用网格搜索法进行参数对的选择,并利用交叉验证(cross validation, CV)寻优. 将均方误差(mean square error, MSE)作为评价模型参数的指标.

在建模中由表 3 可知,由  $\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}, \Delta T_{18}, n$  作为自变量, $Z$  向热误差作为因变量,建立 LS-SVM 热误差模型. 利用 MATLAB 在  $C \in [2^0, 2^{15}], \gamma = \frac{1}{2\sigma^2} \in [2^{-5}, 2^5]$  范围内,利用交叉验证寻找使 MSE 最小的 LS-SVM 的最优参数对  $(C^*, \gamma^*)$ .

当  $C = 2^{14}, \gamma = 2^{-3}$  时总测试的 MSE 最小,再由式(8)~式(10)可得最终主轴  $Z$  向的 LS-SVM 热误差模型.

4.2.3 PLS-LSSVM 热误差模型

由图 3 的 PLS-LSSVM 模型图和表 3 可知,利用 PLS 主成分分析法是从  $\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}, \Delta T_{18}, n$  提取主成分,由式(4)计算交叉有效性  $Q_h^2$ ,结果见表 4.

表 4 各主成分  $t_h$  对因变量的交叉有效性  
Table 4 Cross validation of the principal components to the dependent variable

$h$	1	2	3	4	5
$Q_h^2$	1	0.687 6	0.635 5	0.244 8	0.024 9

由表 4 知  $Q_5^2 < 0.097 5$ ,则选取前 4 个主成分作为输入, $Z$  向热误差作为输出,根据 4.2.2 节利用网格搜索法解得惩罚因子  $C = 2\ 048$  和  $\gamma = 1$ ,并由式(8)~式(10)进一步可得最终主轴  $Z$  向 PLS-LSSVM 热误差模型.

同理,可得 PLS-LSSVM \* 热误差模型.

4.3 模型验证

采用与训练组不同工况下测得数据作为测试组,更能检验模型的稳定性及准确性. 由 3.2 节可知 A 测试组为阶梯转速后 90 min 测量数据,B 测试组为恒定转速  $n = 6\ \text{kr/min}$  的测量数据,B 测试组优化温度测点和同步测量的  $Z$  向热误差如图 7 所示.

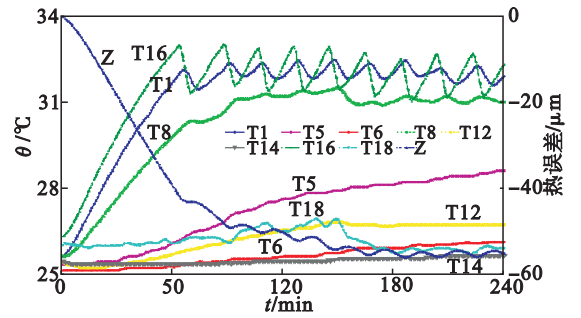


图 7 B 测试组优化温度测点和  $Z$  向热误差  
Fig. 7 Optimized temperature points and the thermal error in  $Z$  direction for the test group B

根据表 3 将  $\Delta T_1, \Delta T_{12}, \Delta T_{14}, \Delta T_{16}, \Delta T_{18}, n$  这 6 个变量代入 PLSR 和 LS-SVM 模型中可得热误差预测值.

要得 PLS-LSSVM 和 PLS-LSSVM \* 模型预测值,需先计算测试组的主成分矩阵:

$$T_{\text{test}} = E_{\text{test}} W (P^T W)^{-1}. \quad (11)$$

式中: $E_{\text{test}}$  为测试组标准化矩阵; $W = [w_1, \dots, w_h]$  为 PLS-LSSVM 建模中训练组的模型效应权重矩阵; $P = [p_1, \dots, p_h]$  为模型效应载荷矩阵. 将  $T_{\text{test}}, T_{\text{test}}^*$  分别代入 PLS-LSSVM, PLS-LSSVM \* 模型可得模型预测值.

为了验证模型的优劣,由残差  $e_i$  可以比较预测值与实际值之间的差距,用均方根误差(root mean square error, RMSE)来评价模型的预测精确度. 用残差的方差来评价模型的稳定性. 上述各参数计算公式为

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, i = 1, \cdots, n, \tag{12}$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}, \tag{13}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2. \tag{14}$$

式中： $n$  为样本数； $y_i$  为热误差测量值； $\hat{y}_i$  为模型预测值； $\bar{e}$  为模型残差的平均值。

A 测试组、B 测试组 4 种热误差模型预测残差分别如图 8、图 9 所示。

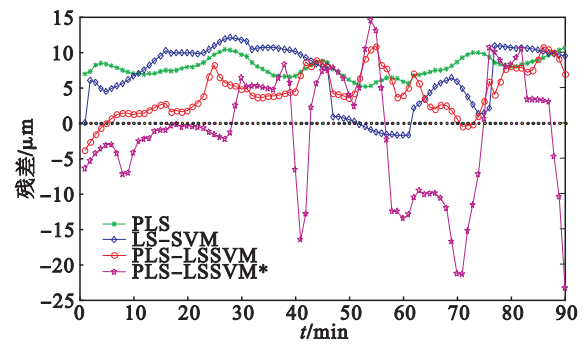


图 8 A 测试组热误差模型的预测残差

Fig. 8 Predictive residuals value for the thermal error models in the test group A

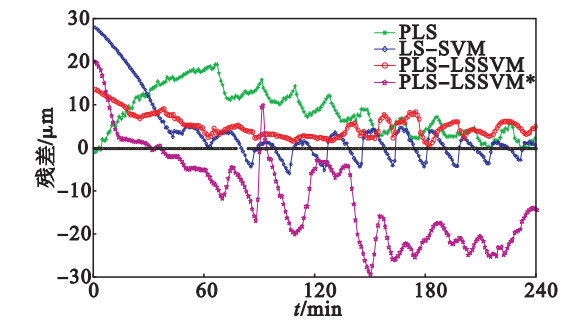


图 9 B 测试组热误差模型的预测残差

Fig. 9 Predictive residuals value for the thermal error models in the test group B

A 测试组、B 测试组热误差模型的 RMES、预测残差值的方差，分别见表 5、表 6。

表 5 A 测试组热误差模型的 RMES 和方差  
Table 5 RMES and variance for the test group A models

模型类别	RMSE/ $\mu\text{m}$	方差/ $\mu\text{m}^2$
PLSR	7.94	3.8
LS-SVM	7.90	18.8
PLS-LSSVM	5.70	10.4
PLS-LSSVM *	8.40	69.3

结合图 8、图 9 和表 3、表 5、表 6 可以看出，差温多变量的 PLS-LSSVM 模型比单纯机床本体温度变量的 PLS-LSSVM\* 模型的 RMSE、方差较小；PLS-LSSVM 模型较 LS-SVM 模型的 RMSE、方差小；较 PLSR 的 RMSE 小，泛化能力

强；综合残差图和相关参数比较，差温多变量的 PLS-LSSVM 模型整体预测效果比较好，预测精度较高、较稳定。

表 6 B 测试组热误差模型的 RMES 和方差  
Table 6 RMES and variance for the test group B models

模型类别	RMSE/ $\mu\text{m}$	方差/ $\mu\text{m}^2$
PLSR	9.9	28.9
LS-SVM	8.1	54.5
PLS-LSSVM	7.3	8.1
PLS-LSSVM *	15.6	117.5

## 5 结 论

1) 将 PLS 提取的主成分作为 LS-SVM 模型的输入，形成 PLS-LSSVM 热误差组合模型，消除了输入变量之间的多重相关性，降低了模型维度。

2) 经实验验证，采用差温多变量的 PLS-LSSVM 热误差模型的 RMSE 比采用温度测量值的 PLS-LSSVM\* 热误差模型平均减小了 45.83%。

3) PLS-LSSVM 模型具有 PLSR 模型稳定性强和 LS-SVM 模型泛化能力强的优点，RMSE 分别平均减小了 27.13%，18.75%。

## 参考文献：

- [1] Ramesh R, Mannan M A, Poo A N. Error compensation in machine tools: a review part I: geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2000, 40 (9): 1235-1256.
- [2] Creighton E, Honegger A, Tulsian A, et al. Analysis of thermal errors in a high-speed micro-milling spindle [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2010, 50 (4): 386-393.
- [3] Eneko G A, Aitor O, Javier O, et al. Methodology for the design of a thermal distortion compensation for large machine tools based in state-space representation with Kalman filter [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2013, 75 (1): 100-108.
- [4] Huang Y Q, Zhang J, Li X, et al. Thermal error modeling by integrating GA and BP algorithms for the high-speed spindle [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 71: 1669-1675.
- [5] Li Y, Zhao W H, Wu W W, et al. Thermal error modeling of the spindle based on multiple variables for the precision machine tool [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 72: 1415-1427.
- [6] Lee E S, Lee C H, Kim S C. Machining accuracy improvement by automatic tool setting and on machine verification [J]. *Key Engineering Materials*, 2008, 381/382: 199-202.
- [7] ISO 230-3: 2007 Test code for machine tools—part3: determination of thermal effects [S]. Sydney: SAI Global, 2007: 15-19.
- [8] 邓乃杨, 田英杰. 支持向量机: 理论、算法与拓展 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 182-189.  
(Deng Nai-yang, Tian Ying-jie. Support vector machine: theory algorithms and expansion [M]. Beijing: Science Press Publishing, 2009: 182-189.)
- [9] 马跃, 王洪福, 孙伟, 等. 基于 IFCM-GRAs 的空间多维热误差温度测点优化 [J]. 大连理工大学学报, 2016, 56 (3): 236-243.  
(Ma Yue, Wang Hong-fu, Sun Wei, et al. Optimization of temperature measuring points in multi-dimensional space for thermal error based on IFCM-GRAs [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2016, 5 (3): 236-243.)