

摆线包络行星减速机模糊故障树分析

李朝阳, 姜耘哲, 陈兵奎
(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400030)

摘 要: 根据新型精密减速机的结构特点,建立了故障树分析模型.充分考虑新型精密减速机在实际工况下故障现象、故障概率和故障原因等不确定性因素,将模糊数学理论引入故障树分析;采用三角型模糊数来描述减速机故障原因的失效概率,结合 λ 截集理论和扩张原理,计算得到减速机失效的模糊概率和故障原因的模糊概率重要度.分析结果表明,该新型精密减速机可靠性高;滚子、滚道和摆线齿廓的磨损,曲柄轴支撑轴承的失效是影响精密减速机可靠性的关键因素.

关 键 词: 摆线包络行星减速机;精密传动;可靠性;模糊故障树
中图分类号: TB 114.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2017)05-0706-06

Fuzzy Fault Tree Analysis of the Cycloid Enveloping Reducer

LI Chao-yang, JIANG Yun-zhe, CHEN Bing-kui
(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400030, China.
Corresponding author: LI Chao-yang, E-mail: li_zhaoyang77@cqu.edu.cn)

Abstract: Based on the structural characteristics of the new cycloid enveloping reducer, a fault tree model of the reducer was established. Considering such uncertain factors of the new cycloid reducer as fault phenomenon, fault probability and fault cause under actual conditions, the fuzzy sets theory was introduced into fault tree analysis. The triangular fuzzy numbers were utilized to qualify the probability of fault causes. Mean while, the fuzzy probability of failure and fuzzy importance measure of fault causes were calculated based on the λ cut-set theory and interval arithmetic. The results showed that the cycloid enveloping reducer has a high reliability and the wear of rollers, raceways and cycloid teeth profiles, and the failure of crankshaft bearings are the key influence factors for the reliability of the cycloid enveloping reducer.

Key words: cycloid enveloping reducer; precision transmission; reliability; fuzzy fault tree

精密减速机是一种以传递精密运动为主要目的的机械传动件,是我国极其重要的通用件和关键基础件之一.摆线包络行星减速机作为一种新型的摆线类精密减速机,具有传动精度高、结构紧凑、制造成本低等突出优点,可广泛应用于航空航天、国防装备等行业.近年来,随着机器人行业的迅猛发展,该新型精密减速机在机器人关节驱动系统方面也具有十分广阔的应用前景.可靠性是衡量产品性能的重要指标之一,对该新型精密减速机进行可靠性分析,有助于提高其综合性能.

国内外学者对摆线类精密减速机和产品可靠性做了大量的研究.文献[1]详细研究了少齿差

行星传动的共轭啮合理论,提出了形成内摆线 and 外摆线的包络法;文献[2-3]将二次包络理论用于摆线传动,通过齿廓啮合方程表明包络内齿轮与摆线轮组成的啮合副中存在二次接触现象,并通过样机的传动精度实验验证了其优良的传动特性.文献[4]建立了摆线针轮减速机故障树模型并采用常规的分析方法对其可靠性进行了定性和定量分析.对于分析不确定性系统的可靠性,常常将模糊数学理论和可靠性分析方法相结合.文献[5]首先提出了将模糊集理论用于处理不确定性事件;文献[6]提出了用三角型模糊数代替精确概率值来描述底事件和顶事件的发生概率;文献

[7-8]将模糊故障树用于有限信息量系统的分析;文献[9-11]给出了模糊故障树在多个领域对复杂系统可靠性分析的运用。

本文以新型摆线包络行星减速机为研究对象,根据其结构特点建立了模糊故障树可靠性分析模型,分析得出影响精密减速机可靠性的关键因素,并从设计和加工两方面提出改进措施。

1 摆线包络行星减速机故障树的建立

新型摆线包络行星减速机的结构形式如图 1 所示。

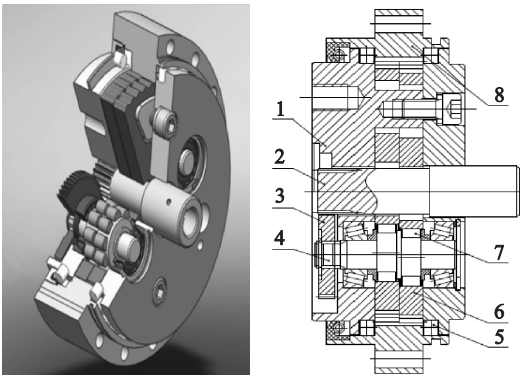


图 1 摆线包络行星减速机
Fig. 1 Cycloid enveloping reducer

1-行星架;2-输入轴;3-行星轮;4-曲柄轴;
5-交错滚子;6-摆线轮;7-满装滚子轴承;8-针齿壳。

摆线包络行星减速机作为高精度传动机构,通常要求其传动精度 ≤ 1 弧分,回差 ≤ 1 弧分.因而,当减速机的传动精度和回差不再满足使用要求时将被视为失效.基于摆线包络行星减速机的结构特点和功能,以减速机失效作为故障树的顶事件,通过逻辑演绎的方法分析出引起减速机失效的直接和间接原因,建立如图 2 所示的摆线包络行星减速机失效的故障树模型,故障树中各个事件所对应的名称参见表 1。

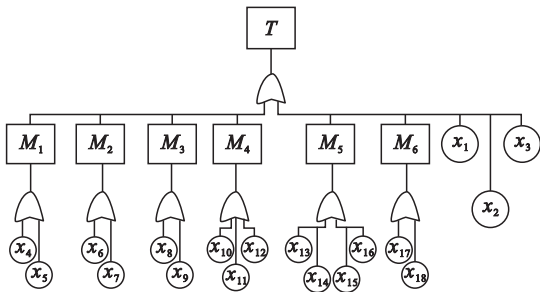


图 2 摆线包络行星减速机失效的故障树模型
Fig. 2 Fault tree of the cycloid enveloping reducer

表 1 摆线包络行星减速机故障树事件名称对应表
Table 1 Event code table of the fault tree of the cycloid enveloping reducer

事件编号	事件名称	事件编号	事件名称
T	减速机失效	x_7	针齿壳滚道磨损
M_1	行星架失效	x_8	曲柄轴滚道磨损
M_2	针齿壳失效	x_9	曲柄轴滚道点蚀
M_3	曲柄轴失效	x_{10}	曲柄轴支撑轴承失效
M_4	轴承失效	x_{11}	交错滚子磨损
M_5	摆线轮失效	x_{12}	曲柄轴满装滚子磨损
M_6	渐开线齿轮失效	x_{13}	摆线轮齿廓磨损
x_1	曲柄轴滚子挡块磨损	x_{14}	摆线轮齿廓点蚀
x_2	滚针磨损	x_{15}	摆线轮坐标孔滚道磨损
x_3	行星架连接螺栓松动	x_{16}	摆线轮坐标孔滚道点蚀
x_4	行星架滚道磨损	x_{17}	渐开线齿轮点蚀
x_5	行星架滚道点蚀	x_{18}	渐开线齿轮轮齿折断
x_6	针齿壳齿廓磨损		

2 摆线包络行星减速机模糊故障树定性分析

模糊故障树定性分析的目的是寻找导致减速机失效的原因,即找出故障树所有的最小割集.它有助于判明减速机潜在的故障,以便改进设计,指导故障诊断,同时也为定量分析打下基础.本文采用上行法求解故障树的最小割集。

根据上文建立的故障树,事件根据与门用乘、或门用加的逻辑门运算法则有

$$M_1 = x_4 + x_5,$$

$$M_2 = x_6 + x_7,$$

$$M_3 = x_8 + x_9,$$

$$M_4 = x_{10} + x_{11} + x_{12},$$

$$M_5 = x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16},$$

$$M_6 = x_{17} + x_{18},$$

$$T = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + M_6 + x_1 + x_2 + x_3.$$

故顶事件可以表示为

$$T = x_1 + x_2 + \cdots + x_{18}. \tag{1}$$

所以摆线包络行星减速机故障树的最小割集为

$$\{x_1\}, \{x_2\}, \{x_3\}, \cdots, \{x_{18}\}.$$

以上 18 个最小割集构成影响减速机可靠性的薄弱环节。

3 摆线包络行星减速机故障树底事件模糊化

在传统的故障树分析中,顶事件的发生概率是根据确切的底事件发生概率通过逻辑门的运算获得的.然而,现实机械故障的发生常常具有模糊性和随机性,往往获取零部件准确充分的失效数据是非常困难的,甚至是不可能的.因此,本文采用模糊数来描述摆线包络行星减速机故障原因的发生概率.

模糊数学中,对于 $L-R$ 型模糊数 \tilde{A} 的三角型模糊数的隶属函数为

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} L(x)=1-(m-x)/\alpha, & m-\alpha\leq x<m; \\ 1, & x=m; \\ R(x)=1-(x-m)/\beta, & m< x\leq m+\beta. \end{cases}$$

式中: m 代表模糊数 \tilde{A} 的均值; α 代表模糊数 \tilde{A} 的置信上限; β 代表模糊数 \tilde{A} 的置信下限; $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 代表模糊数 \tilde{A} 的隶属函数.

根据模糊数 $\lambda(0\leq\lambda\leq1)$ 截集理论,则三角型模糊数的 λ 截集为

$$\tilde{A}_{\lambda}=[(m-\alpha)+\alpha\lambda,(m+\beta)-\beta\lambda]. \quad (2)$$

摆线包络行星减速机各故障原因发生概率的均值 m_i 可以根据应力强度干涉理论计算得到.以事件 x_{13} 的发生概率计算为例,通常摆线轮的接触强度和接触应力均为正态分布的随机变量,则其概率密度函数分别为

$$f(r)=\frac{1}{\sigma_r\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r-\mu_r}{\sigma_r}\right)^2\right],$$
$$f(s)=\frac{1}{\sigma_s\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu_s}{\sigma_s}\right)^2\right].$$

式中: μ_r,μ_s 分别表示接触强度和接触应力的均值; σ_r,σ_s 分别表示接触强度和接触应力的标准差.

令: $\xi=r-s,\xi$ 也服从正态分布,且

$$\mu_{\xi}=\mu_r-\mu_s;\sigma_{\xi}=(\sigma_r^2+\sigma_s^2)^{1/2}.$$

基于应力、强度干涉模型的可靠性为

$$R(t)=P(\xi>0)=\int_0^{\infty}f(\xi)d\xi=\int_z^{\infty}\Phi(Z)dZ.$$

式中: $\Phi(Z)=\frac{1}{\sigma_{\xi}\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right);Z=\frac{(\xi-\mu_{\xi})}{\sigma_{\xi}}.$

当 $\xi=0$ 时,联系应力、强度和可靠度的连接方程 Z 可表示为

$$Z=-\frac{\mu_r-\mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2+\sigma_s^2}}. \quad (3)$$

$$\mu_r=\sigma_{lim}\cdot Z_N\cdot Z_L\cdot Z_V=1\,515.8\text{ MPa},$$

$$\sigma_r=V_r\cdot\mu_r=90.948\text{ MPa}.$$

式中: σ_{lim} 表示摆线轮疲劳极限,查文献[12]可得: $\sigma_{lim}=1\,300\text{ MPa}$; Z_N 表示接触强度计算的寿命系数,查文献[12]可得: $Z_N=0.5\sim1$; Z_L 表示润滑剂系数,查文献[12]可得: $Z_L=1.1$; Z_V 表示速度系数,查文献[12]可得: $Z_V=1\sim1.06$; V_r 表示接触强度变差系数,查文献[12]可得: $V_r=0.04\sim0.08$.

摆线齿廓的接触应力 μ_s 根据文献[13]所述,摆线啮合副的接触可以认为是两个圆柱体瞬时的接触,由赫兹公式推导其接触应力计算公式为

$$\mu_s=12\,000\times\sqrt{\frac{T_g}{b_gR_z^2K_1z_g}\frac{S^{3/2}}{(S^{3/2}\cdot r_z/R_z+T\cdot r_z^2/R_z^2)}}. \quad (4)$$

式中: $z_g=z_b-1$; $K_1=e z_b/R_z$; $S=1+K_1^2-2K_1\cos\theta_b$; $T=K_1(1+z_b)\cos\theta_b-(1+z_bK_1^2)$.

以型号为 FBBX-15E 的摆线包络行星减速机设计参数为例.摆线轮上阻力矩 $T_g=50\text{ Nm}$;摆线轮宽度 $b_g=6\text{ mm}$;针齿分布圆半径 $R_z=37\text{ mm}$;偏心距 $e=0.5\text{ mm}$;针齿数 $z_b=54$;存在

θ_b 使得 $\frac{S^{3/2}}{K_1z_g(S^{3/2}\cdot r_z/R_z+T\cdot r_z^2/R_z^2)}$ 取得最大值

1.574.将上述参数代入式(4)得摆线轮齿廓最大接触应力

$$\mu_s=1\,174.6\text{ MPa},$$

$$\sigma_s=V_s\cdot\mu_s=82.22\text{ MPa}.$$

式中: V_s 表示接触应力的变差系数,查文献[12]可得 $V_s=0.02\sim0.09$.

将上述求得的参数代入式(3)可以得到 $Z=-2.7892$,查标准正态分布数值表可得 $R(t)=0.997\,538$,即事件 x_{13} 发生概率的均值 $m_{13}=1-0.997\,538=0.002\,462$.

摆线包络行星减速机其他故障原因发生概率的均值 m_i 也可根据应力强度干涉模型求出.根据模糊数学理论,为使故障原因的发生概率最具模糊性,以其均值的 50% 作为模糊数的置信上下限,即 $\alpha_i=\beta_i=0.5m_i$.减速机故障原因的模糊概率参数,如表 2 所示.

4 摆线包络行星减速机模糊故障树定量分析

模糊故障树定量分析就是计算减速机失效概率和各失效原因的重要度.根据上文所确定的减速机故障原因发生的模糊概率,通过模糊算子来计算减速机失效的模糊概率和各失效原因的模糊

概率重要度.

表 2 减速机故障原因的模糊概率参数		
Table 2 Fuzzy probability parameters of the fault reasons of reducer		
底事件编号	$m \times 10^3$	$\alpha, \beta \times 10^3$
x_1	1.9	0.95
x_2	2.9	1.45
x_3	0.1	0.05
x_4	1.3	0.65
x_5	0.2	0.1
x_6	0.8	0.4
x_7	1.5	0.75
x_8	3.3	1.65
x_9	0.5	0.25
x_{10}	2.2	1.1
x_{11}	1.6	0.8
x_{12}	3.6	1.8
x_{13}	2.5	1.25
x_{14}	0.4	0.2
x_{15}	3.1	1.55
x_{16}	0.3	0.15
x_{17}	0.4	0.2
x_{18}	0.05	0.025

4.1 减速机失效的模糊概率

设故障树各底事件的故障率为模糊数 \tilde{F}_i , 根据三角型模糊数 λ 截集的表示方法, 底事件故障率的 λ 截集为

$$\tilde{F}_{i\lambda} = [(m_i - \alpha_i) + \alpha_i \lambda, (m_i + \beta_i) - \beta_i \lambda]. \quad (5)$$

根据模糊数学三大基本定理之一的扩张原理, 设 \tilde{A}, \tilde{B} 为模糊数, 对于 $\forall \lambda \in [0, 1]$, 有以下的扩张运算:

$$\tilde{A}_\lambda + \tilde{B}_\lambda = [L_A^\lambda, R_A^\lambda] + [L_B^\lambda, R_B^\lambda] = [L_A^\lambda + L_B^\lambda, R_A^\lambda + R_B^\lambda],$$

$$\tilde{A}_\lambda - \tilde{B}_\lambda = [L_A^\lambda, R_A^\lambda] - [L_B^\lambda, R_B^\lambda] = [L_A^\lambda - L_B^\lambda, R_A^\lambda - R_B^\lambda],$$

$$\tilde{A}_\lambda \tilde{B}_\lambda = [L_A^\lambda, R_A^\lambda][L_B^\lambda, R_B^\lambda] = [L_A^\lambda L_B^\lambda, R_A^\lambda R_B^\lambda],$$

$$\frac{\tilde{A}_\lambda}{\tilde{B}_\lambda} = \frac{[L_A^\lambda, R_A^\lambda]}{[L_B^\lambda, R_B^\lambda]} = \left[\frac{L_A^\lambda}{L_B^\lambda}, \frac{R_A^\lambda}{R_B^\lambda} \right].$$

假设各底事件相互独立, 根据逻辑门概率计算原理和扩张原理可得:

三角型模糊数与门结构模糊算子为

$$\tilde{F}_{s\lambda}^{\text{and}} = \prod_{i=1}^n \tilde{F}_{i\lambda} = \left[\prod_{i=1}^n ((m_i - \alpha_i) + \alpha_i \lambda), \prod_{i=1}^n ((m_i + \beta_i) - \beta_i \lambda) \right]. \quad (6)$$

三角型模糊数或门结构模糊算子为

$$\tilde{F}_{s\lambda}^{\text{or}} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \tilde{F}_{i\lambda}) = \left[1 - \prod_{i=1}^n (1 - (m_i - \alpha_i) - \alpha_i \lambda), 1 - \prod_{i=1}^n (1 - (m_i + \beta_i) - \beta_i \lambda) \right]. \quad (7)$$

将表 2 相关数据代入式(5)可得各故障原因发生概率的 λ 截集, 由于 $T = x_1 + x_2 + \cdots + x_{18}$, 结合式(7), 忽略 λ 的二次及以上的高次项, 保留 4 位有效数字, 则减速机失效的模糊概率 λ 截集表示形式为

$$\tilde{F}_{T\lambda} = [0.013\ 24 + 0.013\ 16\lambda, 0.039\ 26 - 0.012\ 85\lambda].$$

当 $\lambda = 1$ 时, 相当于减速机失效概率为精确值: $\tilde{F}_T = 0.026\ 41$; 当 $\lambda = 0$ 时, 减速机失效概率为一个模糊数: $\tilde{F}_{T0} = [0.013\ 24, 0.039\ 26]$, 即摆线包络行星减速机失效的最大概率为 0.039 26, 最小概率为 0.013 24. 根据 λ 的取值变化, 可以得到减速机失效的模糊概率隶属函数, 如图 3 所示.

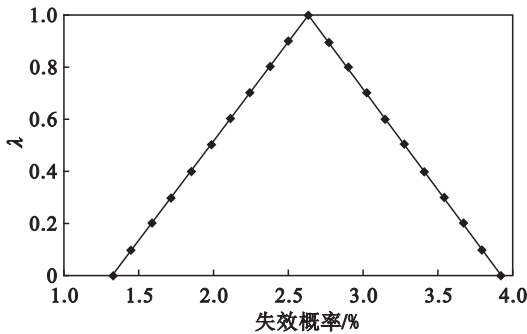


图 3 摆线包络行星减速机失效的隶属函数
Fig. 3 Membership function of the failure of the cycloid enveloping reducer

模糊故障树定量分析得到的结果可用于摆线包络行星减速机可靠性的评判, 也可设计人员在今后提高其可靠性提供参考依据.

4.2 失效原因的模糊概率重要度分析

底事件的发生对顶事件发生的贡献, 称为底事件的重要度. 将模糊数学理论与底事件的重要度相结合, 给出了底事件的模糊概率重要度定义:

$$\Delta \tilde{g}_i(t) = \frac{\partial \tilde{F}_s(t)}{\partial \tilde{F}_i(t)} = \tilde{g}[1_i, \tilde{F}(t)] - \tilde{g}[0_i, \tilde{F}(t)]. \quad (8)$$

式中: 1_i 表示第 i 个变量为 1, 其余的为 0; 0_i 表示第 i 个变量为 0, 其余的为 1.

根据式(8)得三角型模糊数与门结构底事件的模糊概率重要度为

$$\Delta \tilde{g}_i(t) = \prod_{j=1, j \neq i}^n \tilde{F}_j(t). \quad (9)$$

对应的 λ 截集为

$$\Delta g_{i\lambda}(t) = [\prod_{j=1, j \neq i}^n ((m_j - \alpha_j) + \alpha_j \lambda),$$
$$\prod_{j=1, j \neq i}^n ((m_j + \beta_j) - \beta_j \lambda)] . \tag{10}$$

三角型模糊数或门结构底事件的模糊概率重要度为

$$\widetilde{\Delta g}_i(t) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 - \bar{F}_j(t)) . \tag{11}$$

对应的 λ 截集为

$$\Delta g_{i\lambda}(t) = [\prod_{j=1, j \neq i}^n (1 - (m_j - \alpha_j) - \alpha_j \lambda),$$
$$\prod_{j=1, j \neq i}^n (1 - (m_j + \beta_j) + \beta_j \lambda)] . \tag{12}$$

由于摆线包络行星减速机故障树为或门结构,根据表 2 数据和式(12),取 $\lambda = 0$,得减速机失效原因的模糊概率重要度如表 3 所示.

表 3 减速机失效原因的模糊概率重要度

Table 3 Fuzzy probability importance of each basic event

底事件编号	模糊概率重要度
x_1	[0.963 49,0.987 69]
x_2	[0.964 94,0.988 19]
x_3	[0.960 89,0.986 81]
x_4	[0.962 62,0.987 40]
x_5	[0.961 03,0.986 85]
x_6	[0.961 90,0.987 15]
x_7	[0.962 91,0.987 50]
x_8	[0.965 53,0.988 39]
x_9	[0.961 47,0.987 00]
x_{10}	[0.963 93,0.987 84]
x_{11}	[0.963 06,0.987 55]
x_{12}	[0.965 96,0.988 54]
x_{13}	[0.964 36,0.987 99]
x_{14}	[0.961 32,0.986 95]
x_{15}	[0.965 32,0.988 29]
x_{16}	[0.961 18,0.986 90]
x_{17}	[0.961 32,0.986 95]
x_{18}	[0.960 82,0.986 78]

根据模糊数的比较方法,由表 3 可知:减速机失效原因的模糊概率重要度排序为: $x_{12} > x_8 > x_{15} > x_2 > x_{13} > x_{10} > x_1 > x_{11} > x_7 > x_4 > x_6 > x_9 > x_{14} = x_{17} > x_{16} > x_5 > x_3 > x_{18}$.

由此可见,事件 $x_{12}, x_8, x_{15}, x_2, x_{13}, x_{10}$ 对精密减速机失效的影响较大,即滚子、滚道和摆线齿廓的磨损,曲柄轴支撑轴承的失效对精密减速机的失效有较大的影响.在精密减速机实际运行中,一

旦出现传动精度和回差不再满足使用需求时,可以依据失效原因模糊概率重要度的大小依次进行故障诊断.同时,该分析结果也可为减速机在设计和加工阶段提供参考依据.在设计阶段,可以通过改变设计参数进一步优化减速机的结构设计.比如,适当地增加满装滚子轴承滚子的个数,可以减小单个滚子所受的最大载荷;适当地增大针齿分布圆半径 R_z 可以减小摆线啮合副之间的接触应力.在加工制造阶段,可以通过热处理提高啮合副表面硬度,并且提高啮合副表面的加工精度.在设计和加工阶段采用这些措施可以从源头上降低减速机失效的概率,提高减速机的可靠性.

5 结 论

1) 运用模糊故障树分析方法求得型号为 FBBX-15E 摆线包络行星减速机的最大失效概率为 0.039 26,最小失效概率为 0.013 24,并得到该减速机失效的模糊概率隶属函数.

2) 对减速机故障原因的模糊概率重要度进行分析,得到滚子、滚道和摆线齿廓的磨损,曲柄轴支撑轴承的失效是影响减速机可靠性的关键因素.

3) 分析影响减速机可靠性的关键因素,提出了在减速机设计和加工阶段提高其可靠性的措施.

参考文献:

[1] Chen B K, Fang T T, Li C Y, et al. Gear geometry of cycloid drives[J]. *Science in China Series E: Technological Science*, 2008, 51(5): 598-610.

[2] Chen B K, Zhong H, Liu J Y, et al. Generation and investigation of a new cycloid drive with double contact[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 49: 270-283.

[3] 李朝阳,陈兵奎,刘景亚.一种新型的摆线二次包络啮合副[J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2011, 39(11): 71-75.
(Li Chao-yang, Chen Bing-kui, Liu Jing-ya. A new type of cycloid double-enveloping meshing pair[J]. *Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition)*, 2011, 39(11): 71-75.)

[4] 何为东,李力行,关天民,等.摆线针轮减速机的逻辑诊断与故障树分析[J]. *大连铁道学院学报*, 1994, 15(2): 56-63.
(He Wei-dong, Li Li-xing, Guan Tian-min, et al. The logical diagnosis and fault analysis of cycloid speed redactor[J]. *Journal of Dalian Railway Institute*, 1994, 15(2): 56-63.)

[5] Zadel L A. Fuzzy set as a basis for a theory of possibility [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1978, 1(1): 3-28.