

# ±800 kV 悬索拉线塔静力稳定性研究

肖正直<sup>1,2</sup>, 温航<sup>1</sup>, 李正良<sup>1,2</sup>

(1. 重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045; 2. 重庆大学 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045)

**摘 要:** 针对 ±800 kV 悬索拉线塔立柱的静力稳定性问题, 首先基于广义变分原理推导斜拉线的等效弹性模量公式, 然后根据应变能相等得到了立柱的等效截面属性, 再根据悬索拉线塔立柱的受力特点, 将其简化为下端铰接、上端弹性支撑的等截面压杆, 最后基于压杆稳定理论得到拉线塔立柱的计算长度系数  $\mu$  与初始预拉力和风速的关系. 研究结果表明: 背风侧立柱在垂直线路方向以及迎风侧立柱的静力计算长度系数可取值为 1; 风荷载及初始预拉力对背风侧立柱沿线路方向的静力计算长度系数有较大的影响, 当初始预拉力较小时, 其静力计算长度系数随风速的增大而迅速地增大, 但当初始预拉力超过某值之后, 背风侧立柱的静力计算长度系数受风速的影响较小.

**关 键 词:** 悬索拉线塔; 静力稳定; 计算长度系数; 广义变分原理; 压杆稳定理论

**中图分类号:** TU 297.7      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)05-0746-05

## Research on Static Stability of ±800kV Suspension Cable Guyed Tower

XIAO Zheng-zhi<sup>1,2</sup>, WEN Hang<sup>1</sup>, LI Zheng-liang<sup>1,2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, China. Corresponding author: XIAO Zheng-zhi, E-mail: xiaozhengzhi@cqu.edu.cn)

**Abstract:** To solve the problem of static stability of ±800 kV suspension cable guyed tower, equivalent elastic modulus formula of suspension cable is firstly derived based on the generalized variational principle. Then according to the strain energy, the equivalent column attributes of equivalent cross section are obtained. According to the force characteristics of suspension cable guyed tower column, it is simplified to the bar with uniform cross section which is hinged at the bottom and is supported elastically at the top. Finally, based on compressive bar stability theory, the relationship of calculation length coefficient of guyed tower column is got, the initial pretension and wind speed. The study results show that the static calculated length coefficient of column in windward side and column in leeward side along vertical transmission line direction is one, wind load and initial pretension have great impact on static calculated length coefficient of column in leeward side along transmission line, which rapidly increases with an increase in wind speed when initial pretension is lesser, but wind speed has a minor effect on it when initial pretension exceeds a certain value.

**Key words:** suspension cable guyed tower; static stability; calculated length coefficient; generalized variational principle; compressive bar stability theory.

悬索拉线塔的侧向刚度主要由拉线提供, 拉线在力学上主要表现为高度柔性和极强的几何非线性, 因此吸引了许多研究者对其进行研究. 拉线

初始预张力是拉线塔的重要参数, 不少国外学者<sup>[1-4]</sup>对拉线初始预拉力大小对拉线塔静动力响应的研究进行了研究, 但很少有国内外学者对拉

线塔或拉线的简化分析进行研究. Ernst<sup>[5]</sup>提出通过修正材料的弹性模量来考虑索垂度引起的几何非线性,但此方法的精度随着拉线的松弛和倾角的增大而降低. 文献[6]采用一致切线刚度推导拉线的几何刚度,在 Ernst 公式的基础上通过引入一个修正因子来考虑由垂度引起的几何非线性,但该修正因子是通过拟合获得的经验公式. 刘树堂<sup>[7]</sup>基于拉线的状态方程推导拉线的等效弹性模量. 洪显诚<sup>[8]</sup>从能量出发,基于广义变分原理导出普遍适用的斜拉索等效弹性模量公式.

悬索拉线塔立柱为格构式构件,其分析模型主要有空间桁架模型和等效梁柱模型; Kahla<sup>[9]</sup>使用单位荷载法推导格构式构件的等效截面属性; Kollbrunner 等<sup>[10]</sup>基于能量等效推导了桅杆的等效截面属性;由于上述等效方法均较为繁琐, H. Meshmesha 等<sup>[11]</sup>提出一种较为简化的等效方法,该方法是基于应变能等效推导桅杆的等效截面属性,并从静力、模态、动力等多个角度验证这种等效方法的精度.

本文先基于广义变分原理推导拉线的等效弹性模量公式,在推导的过程中参考了文献[8]提供的方法,但在该方法的基础上做了适当改进;然后根据应变能相等得到了立柱的等效截面属性,再根据悬索拉线塔立柱的受力特点,将其简化为下端铰接、上端弹性支撑的压杆,最后基于压杆稳定理论推导了拉线塔立柱的计算长度系数与相对刚度之间的关系表达式,在此基础上得到拉线塔立柱的计算长度系数与初始预拉力和风速的关系曲线.

## 1 拉线等效弹性模量公式的推导

基本假定:①只考虑斜拉线承受拉力,即拉索是柔性的;②大位移小应变,即考虑斜拉线的几何非线性,但材料处于弹性工作阶段.

图 1a 为一平面斜拉线,容重  $\gamma$ , 面积为  $A$ , 沿其弦向的均布荷载为  $q$ , 其中  $X, Z$  方向的分量分别为  $q_x$  和  $q_z$ ; 微段变形前后的拉力分别为  $T_0$  和  $T$ ; 设  $u(x, z), w(x, z)$  分别为微段沿  $X, Z$  方向的位移, 变形后  $C$  点移动到  $C'$  点; 用  $O, C$  端表示斜拉线的端部, 其边界条件为

$$\left. \begin{aligned} O: u_o = 0, w_o = 0; \\ C: u = u_c, w = w_c. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

选取斜拉线的微段如图 1b 所示,  $A, B$  为微段变形前的端点,  $A(s), B(s+ds)$  为微段变形后的端点,  $s$  为坐标参数; 设变形前  $A$  点的坐标为  $(x, z)$ ,  $B$  点的坐标为  $(x+dx, z+dz)$ ;

斜拉线处于弹性工作阶段, 由胡克定律有

$$T - T_0 = EA\varepsilon. \quad (2)$$

其中:  $\varepsilon$  为变形前后微段应变增量, 其表达式为

$$\varepsilon = \frac{dxdu + dzdw}{(dx)^2 + (dz)^2} + \frac{1}{2} \frac{(du)^2 + (dw)^2}{(dx)^2 + (dz)^2}. \quad (3)$$

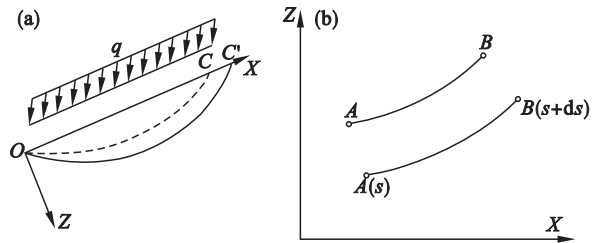


图 1 斜拉线分板模型

Fig. 1 Analysis model of inclined cable

(a) 一平面斜拉索; (b) 一斜拉索微段.

变形前后微段应变能的增量为

$$dV_\varepsilon = \frac{EA\varepsilon^2}{2} + T_0\varepsilon. \quad (4)$$

斜拉索变形前后外荷载  $p_x$  和  $p_z$  及支座反力做功引起势能的改变量为

$$V_p = - \int (p_x u + p_z w) dx - T_{Cx} u_C - T_{Cz} w_C. \quad (5)$$

其中:  $T_{Cx}, T_{Cz}$  分别为  $C$  端沿弦向与垂直弦向的支座反力; 则微段变形前后的总势能泛函为

$$\Pi_p = \int \left( \frac{EA\varepsilon^2}{2} + T_0\varepsilon \right) ds - \int (p_x u + p_z w) dx - T_{Cx} u_C - T_{Cz} w_C. \quad (6)$$

其中, 应变  $\varepsilon$  增量受到式(3)的制约, 即式(6)取极值时属于条件极值, 此处用斜拉索变形后的拉力作为拉格朗日乘子, 即斜拉线的广义总势能泛函为

$$\begin{aligned} \Pi_p = & \int \left( \frac{EA\varepsilon^2}{2} + T_0\varepsilon \right) \frac{ds}{dx} dx - \int (p_x u + p_z w) dx \\ & - T_{Cx} u_C - T_{Cz} w_C - \int \left( \varepsilon - \left( \frac{dxdu + dzdw}{(dx)^2 + (dz)^2} + \frac{1}{2} \frac{(du)^2 + (dw)^2}{(dx)^2 + (dz)^2} \right) T \right) \frac{ds}{dx} dx. \end{aligned} \quad (7)$$

对式(7)求变分并结合分部积分, 同时略去高阶微量得

$$\left. \begin{aligned} T - T_0 &= EA\varepsilon, \\ \varepsilon &= \frac{du}{dx} + \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2, \\ \frac{dH}{dx} + q_x &= 0, \\ \frac{d}{dx} \left( \left( \frac{dz}{dx} + \frac{dw}{dx} \right) H \right) + q_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中,  $H$  为微段变形后拉力  $T$  的水平分量.

对式(8)中的第三项进行积分得

$$\left. \begin{aligned} H(\xi) &= H(0) - C(\xi), \\ C(\xi) &= \int_0^\xi q_x(\eta) d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对式(8)中的第四项进行积分并代入边界条件得

$$\left. \begin{aligned} w(x) &= -z(x) - \int_0^x \frac{D(\xi)}{H(0) - C(\xi)} d\xi + \\ &\quad I \int_0^x \left( \frac{H(0)}{H(0) - C(\xi)} \right) d\xi, \\ I &= \left( \frac{dz}{dx} + \frac{dw}{dx} \right)_{x=0}, \\ D(\xi) &= \int_0^\xi q_z(\eta) d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

由式(10)可知  $w(x)$  是  $H(0)$  的函数, 即要得到  $w(x)$ , 则必须先求得  $H(0)$ . 下面利用斜拉索的广义最小余能泛函来求  $H(0)$ , 表达式为

$$\begin{aligned} \Pi_C &= \int \left( \frac{(T)^2 - (T_0)^2}{2EA} \right) ds - \int (q_x u + q_z w) dx - \\ &\quad \int \left( \varepsilon \frac{dx du + dz dw}{(dx)^2 - (dz)^2} - \frac{1}{2} \frac{(du)^2 + (dw)^2}{(dx)^2 + (dz)^2} \right) T ds - \\ &\quad T_{Cx} u_C - T_{Cz} w_C. \end{aligned} \quad (11)$$

对式(11)求变分并略去高阶微量得

$$\frac{du}{dx} + \frac{dz}{dx} \cdot \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 - \frac{H - H_0}{EA} = 0. \quad (12)$$

对式(11)求导代入式(12)并积分得

$$u_C + \int_0^L \left( \frac{1}{2} \frac{(IH(0) - D(x))^2}{H(0) - C(x)} - \frac{1}{2} \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 + \frac{H_0 - H(0) + C(x)}{EA} \right) dx = 0. \quad (13)$$

由于支座  $C$  端垂直于弦向的位移对斜拉线拉力变化的影响不大, 所以只考虑斜拉线沿其弦向的位移; 由力的分解与合成可知荷载  $q_x$  和  $q_z$  的表达式为

$$\left. \begin{aligned} q_x &= q \sin \alpha, \\ q_z &= q \cos \alpha, \\ p &= \gamma A. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)并积分得

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{\sigma - \sigma_0}{E} L + \frac{\gamma^2 L^3 \cos^2 \alpha}{24 \sigma_0^2} \left( 1 - \frac{q_x L}{T_{00}} \right) - \\ &\quad \frac{\gamma^2 L^3 \cos^2 \alpha}{24 \sigma^2} \left( 1 - \frac{q_x L}{T_0} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

令等效弹性模量等于沿弦向应力改变量与应变改变量的比值, 即

$$\left. \begin{aligned} E_{eq} &= \frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta L / L}, \\ \Delta L &= u_C. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

将式(15)代入式(16)并整理得

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + (1 + K) \frac{q^2 L^2 (1 + \mu)^4 \cos^2 \alpha}{12 \sigma_m^3 \cdot 16 \mu^2 \cdot A^2}}. \quad (17)$$

式中:  $E$  为拉线的弹性模量;  $L$  为拉线弦向的长度;  $\alpha$  为拉弦弦向与水平方向的夹角;  $A$  为拉线的截面面积, 其余参数的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{T}{EA}; \sigma_0 = \frac{T_0}{EA}; \sigma_m = \frac{\sigma + \sigma_0}{2}; \mu = \frac{\sigma}{\sigma_0}; \\ K &= \frac{\beta \sigma_0^2 - \beta_0 \sigma^2}{\sigma^2 - \sigma_0^2}; \beta_0 = -\frac{q_x L}{T_{00}}; \beta = -\frac{q_x L}{T_0}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

## 2 拉线塔立柱的侧向刚度系数 $K$

根据悬索拉线塔立柱的受力特点, 将其简化为下端为铰接, 上端为弹性支座的截面压杆, 立柱的等效截面属性根据文献[11]提供的方法得到, 其简化模型见图 2a,  $EI$  为立柱的等效抗弯刚度.

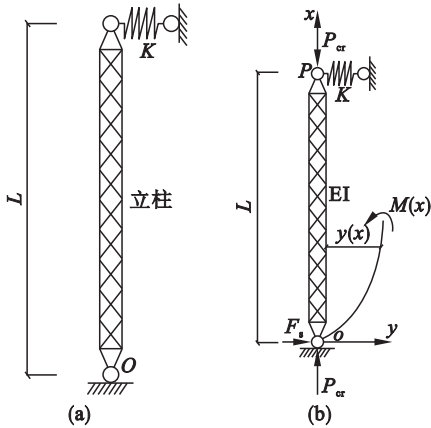


图 2 拉线塔立柱

Fig. 2 Stand column on the guyed tower

(a) — 简化模型; (b) — 分析模型.

在风荷载作用下, 迎风侧的拉线将会被张紧, 其垂度引起的几何非线性可以忽略, 此时拉线给立柱提供非常大的抗侧刚度, 立柱上端的支承可以视为铰接. 背风侧的拉线将会出现松弛现象, 但双柱悬索拉线塔的双柱通过悬索及绝缘子协同工作, 因此背风侧立柱在垂直线路方向的支承也可简化为铰接. 背风侧立柱在沿线路方向的抗侧刚度主要由松弛的拉线来提供, 因此将上端边界视为弹性支座, 其刚度值  $K$  的表达式需结合图 3 进行推导.

设  $PA$  长度为  $L_1$ , 等效弹性模量为  $E_{eqPA}$ ; 设  $PB$  长度为  $L_2$ , 等效弹性模量为  $E_{eqPB}$ ; 假设  $P$  点在垂直  $OP$  的外力  $F_1$  作用下产生  $\Delta$  的位移, 则  $PA$ ,  $PB$  内力改变量的合力在垂直  $OP$  方向的分量等于外力  $F$ ; 即

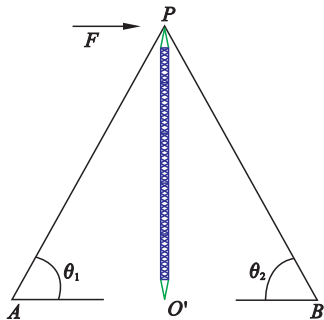


图 3 背风侧拉线塔立柱的简化模型

Fig. 3 Simplified model of stand column on the guyed towerin leeward side

$$F=\left(\frac{E_{eqPA}A\cos^2\theta_1}{L_1}+\frac{E_{eqPB}A\cos^2\theta_2}{L_2}\right)\Delta. \quad (19)$$

则背风侧立柱在沿线路方向的刚度  $K$  为

$$K=\frac{E_{eqPA}A\cos^2\theta_1}{L_1}+\frac{E_{eqPB}A\cos^2\theta_2}{L_2}. \quad (20)$$

式中: $\theta_1,\theta_2$  分别为拉线  $AP,BP$  与水平方向的夹角.

### 3 立柱的计算长度系数 $\mu$ 与相对刚度 $KL^3/EI$ 之间的关系

背风侧立柱在沿线路方向的分析模型如图 2b 所示,设拉线塔立柱的屈曲模态为  $y(x)$ ;对屈曲后的任意截面列力矩平衡方程,则

$$F_Sx-EIy''(x)-Py(x)=0. \quad (21)$$

式(21)对  $x$  求两次导得

$$y''''(x)+\omega^2y''(x)=0. \quad (22)$$

式中, $\omega^2=\frac{P}{EI}$ ;对式(22)求解得

$$y(x)=A\sin\omega x+B\cos\omega x+Cx+D. \quad (23)$$

由立柱的边界条件确定  $A,B,C,D$ ;

当  $x=0$  时, $y(x)=0;y'(x)=0$ ,即

$$B=D=0. \quad (24)$$

当  $x=L$  时, $y''(x)=0;\frac{dM(x)}{dx}=F_S$ ,即

$$\left. \begin{aligned} \omega^2\sin\omega LA &=0, \\ K\sin\omega LA+(K-EI\omega^2)C &=0. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

若  $A,C$  同时为零,则方程只有零解,则拉线塔立柱不会失稳;所以  $A,C$  不可能同时为零,即

$$\begin{vmatrix} \omega^2\sin\omega L & 0 \\ K\sin\omega L & (K-EI\omega^2) \end{vmatrix}=0. \quad (26)$$

解式(26)得: $P_1=\frac{\pi^2EI}{L^2},P_2=KL$ .

当  $P_1\leq P_2$ ,即 $\frac{KL^3}{EI}\geq\pi^2$  时, $P_{cr}=\frac{\pi^2EI}{L^2}$ ,

当  $P_1>P_2$ ,即 $\frac{KL^3}{EI}<\pi^2$  时, $P_{cr}=KL$ .

则拉线塔立柱计算长度系数  $\mu$ :

$$\mu=\begin{cases} 1, & \frac{KL^3}{EI}\geq\pi^2; \\ \sqrt{\frac{\pi^2EI}{KL^3}}, & \frac{KL^3}{EI}<\pi^2. \end{cases} \quad (27)$$

拉线塔立柱的计算长度系数  $\mu$  与相对刚度  $KL^3/EI$  的关系如图 4 所示.由图 4 可知,当相对刚度接近 10 时,拉线塔立柱的计算长度系数  $\mu$  等于 1,即立柱上端的边界条件接近铰接;此时的临界刚度  $K_{cr}$  为

$$K_{cr}=\pi^2EI/L^3. \quad (28)$$

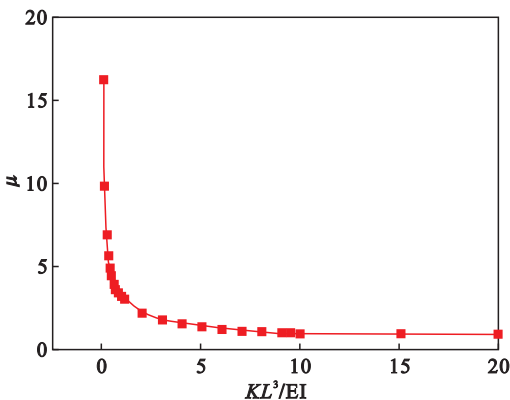


图 4 计算长度系数与相对刚度的关系曲线  
Fig. 4 Relationship curve between calculation length coefficient and relative rigidity

### 4 算例分析

本文算例分析依托于郑州-哈密±800 kV 直流悬索拉线塔,如图 5 所示.悬索拉线塔立柱属于格构式构件,如图 6 所示,截面尺寸为 2 m×2 m,由不同型号的角钢组成格构式塔架.文献[11]先根据应变能相等将格构式结构的缀条等效为薄板,然后求出等效截面属性;本文按照这种等效方法求得  $A,B$  区段的等效截面属性为

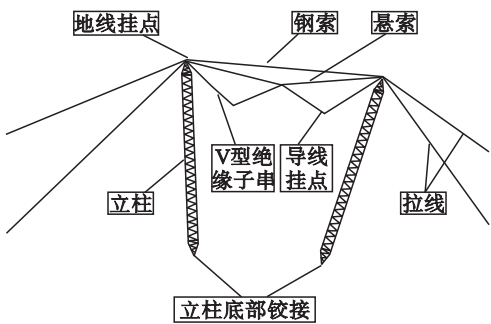


图 5 悬索拉线塔示意图  
Fig. 5 Diagram of suspension cable tower



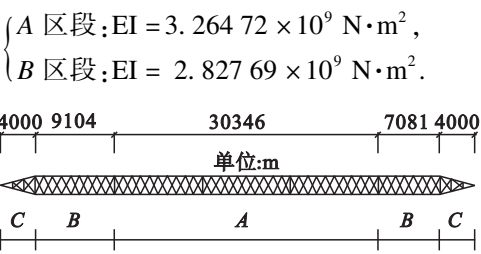


图 6 悬索拉线塔立柱  
Fig. 6 Stand column of suspension geyed tower

由于 A、B 区段的抗弯刚度差距不大,按照区段的高度取加权平均值为  $3.11275 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 。

为了研究拉线的初始预张力和风速对双柱悬索拉线塔立柱静力稳定性的影响,分别取拉线极限承载力的 5%~40%,增量取 5%;风速为 30, 33, 35, 40, 42 m/s 进行研究。

双柱悬索拉线塔单根拉线的容许拉应力取  $780 \text{ N/mm}^2$ ,单根拉线的计算截面面积为  $464.95 \text{ mm}^2$ ,拉线的弹性模量为  $185 \text{ kN/mm}^2$ ;每单位长度的质量为  $3.87 \text{ kg}$ ;预拉力对背风侧立柱计算长度的影响如图 7 所示,风荷载对背风侧立柱计算长度系数的影响如图 8 所示。

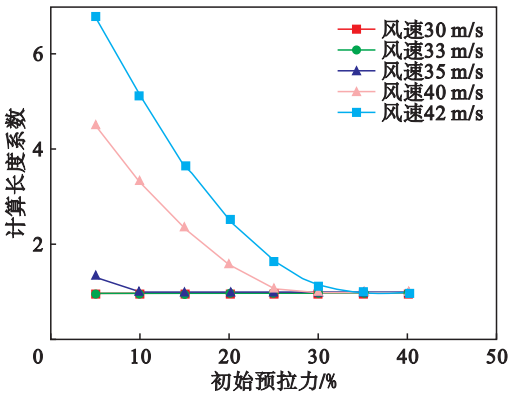


图 7 计算长度系数与初始预拉力的关系曲线  
Fig. 7 Relationship curve between calculation length coefficient and initial pretension

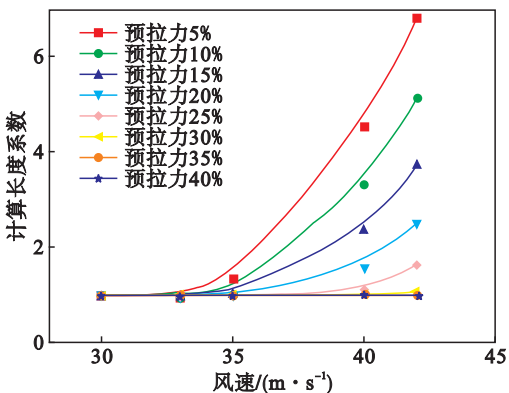


图 8 计算长度系数与初始预拉力的关系曲线  
Fig. 8 Relationship curve between calculation length coefficient and wind speed

由图 7、图 8 可知,当风速一定时,背风侧立柱的计算长度系数随拉线初始预拉力的增大而减小,但当拉线初始预拉力超过某数值时,计算长度系数始终为 1;当拉线初始预拉力一定时,风速越大,背风侧立柱的计算长度系数越大。

5 结 论

1) 迎风侧拉线在风荷载作用下将被拉紧,为立柱提供较大的侧向刚度;由拉线塔立柱临界刚度计算表达式可知,迎风侧立柱在自重、预拉力及风荷载共同作用下的计算长度系数为 1。

2) 背风侧拉线在风荷载作用下将会松弛,由于双柱悬索拉线的双柱在悬索作用下协同工作,背风侧立柱在垂直线路方向的计算长度系数为 1;但在沿线路方向的计算长度系数受到风荷载大小及预拉力大小的影响。

3) 当风速一定时,背风侧立柱在垂直线路方向的计算长度系数随初始预拉力的增大而减小;当预拉力一定时,背风侧立柱在垂直线路方向的计算长度系数随风速的增大而增大。

参考文献:

[1] Sparling B F. The dynamic behavior of guys and geyed masts in turbulent winds [D]. Ontario: University of Western Ontario, 1995.

[2] Wahba M M Y, Monforton G. Dynamic response of geyed masts [J]. *Engineering Structures*, 1998, 20(12): 1097-1101.

[3] Ballaben J, Guzman M, Rosales M. Parametric studies of geyed towers under wind and seismic loads [J]. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, 2011, 30: 1019-1032.

[4] Carrasco-Luzardo A, Parnas V E, Martín-Rodríguez P. Guy tension influence on the structural behavior of a geyed mast [J]. *International Association for Shell and Spatial Structures*, 2012, 53(2): 111-116.

[5] Ernst H J. Der E-modul von seilen unter berucksichtigung des durchchanges [J]. *Batteningieur*, 1965, 40(2): 52-55.

[6] Kiureghian A D, Sackman J L. Tangent geometric stiffness of inclined cables under self-weight [J]. *ASCE*, 2005, 131: 941-945.

[7] 刘树堂. 建立斜拉线单元刚度矩阵的等效线性方法 [J]. *广州大学学报*, 2006, 5(5): 77-81.

(Liu Shu-tang. Equivalent linearization method for setting up stayed cable element stiffness matrices [J]. *Journal of Guangzhou University*, 2006, 5(5): 77-81.)

[8] 洪显诚. 精确的斜拉索等效弹性模量公式的推导 [C]// 全国桥梁结构学术大会. 上海: 同济大学出版社, 1992: 834-838.

(Hong Xian-cheng. Deduction of exact formula of the inclined cable's equivalent elasticity modulus [C]// The National Bridge Structure Academic Conference. Shanghai: Tongji University Press, 1992: 834-838.)

[9] Kahla N B. Equivalent beam-column analysis of geyed towers [J]. *Computers & Structures*, 1995, 55(4): 631-645.

[10] Kollbrunner C F, Basler K. Torsion in structures [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2013: 10-94.

[11] Meshmesha H, Sennah K, Kennedy J B. Simple method for static and dynamic analysis of geyed towers [J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2006, 23(6): 635-649.