

基于等效磁路的 PMECD 变种群规模遗传多目标优化设计

王大志, 时统宇, 李 硕, 于林鑫

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 基于等效磁路模型, 提出了一种使用引入死亡和战争因素的变种群规模遗传算法进行永磁涡流驱动器的多目标优化设计的方法. 首先建立磁场分析模型, 推导关键参数的解析表达式. 在此基础上, 以永磁体厚度、极弧系数、铜盘厚度以及永磁体个数为变量, 以输出转矩、转动惯量和驱动器体积为优化目标, 提出了基于熵值权重的永磁驱动器多目标优化函数, 然后应用引入死亡和战争因素的变种群规模遗传算法来优化结构尺寸. 优化结果得到了实验以及有限元仿真的验证, 并且与其他算法进行了比较. 结果表明, 相比其他优化算法, 该基于解析模型的变种群规模遗传算法在结构参数优化设计中有很好的计算效果.

关 键 词: 永磁涡流驱动器; 等效磁路; 熵值权重; 多目标优化; 变种群规模遗传算法

中图分类号: TM 144

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2017)06-0772-06

A Multi-objective VPGA for Optimization Design of PMECD Based on Equivalent Magnetic Circuit Model

WANG Da-zhi, SHI Tong-yu, LI Shuo, YU Lin-xin

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: SHI Tong-yu, E-mail: 1210291@stu.neu.edu.cn)

Abstract: Based on equivalent magnetic circuit model, an optimum design method of permanent magnet eddy current driver (PMECD) was proposed by the variable population-size genetic algorithm (VPGA) which taken death and war factors into account. Firstly, analytical model was built and the analytical formulas of key parameters were deduced. On this basis, by using permanent magnet thickness, pole-arc coefficient, copper plate thickness and the number of permanent magnets as variables and taking output torque, rotational inertia and the volume of the driver as optimization goals, a multi-objective optimization function with entropy coefficients and the VPGA were proposed to optimize parameters structure of the driver. The validity and feasibility of the proposed method were proved by finite element analysis and experimental results. The results confirm that compared with other two optimization algorithms, optimization design result by the VPGA based on the analytical model has good effect on optimization of structural parameters.

Key words: permanent magnet eddy current driver; equivalent magnetic circuit; entropy-based weight; multi-objective optimization; variable population-size genetic algorithm

工业生产中, 风机与水泵分别可以通过风门挡板和节流阀来控制流量. 然而, 此方法是低效的. 随着永磁材料和磁传动技术的不断发展, 永磁涡流驱动器(PMECD)随之诞生, 具有柔性启动、

隔离振动、过载保护、容忍对中误差等优点^[1].

在对电磁类设备优化时, 由于存在互有冲突的优化目标, 需要在各优化目标之间进行折中, 故对这类设备的优化是比较困难的. 近年来, 针对

PMECD 的单一性能进行优化的不同优化方法逐渐被应用,然而并没有考虑其他性能优劣,性能优化不全面^[2-4];文献[5-6]分别引入响应曲面和支持向量回归方法对 PMECD 进行了模型建立,并基于粒子群算法进行优化.然而建模需要大量的实验样本数据,这样增加了优化过程的工作量.文献[7]利用分离变量法建立的解析模型进行了标准遗传算法的多目标函数的优化设计,然而这种算法进化后期会失去对环境变化的适应能力,存在早熟收敛现象.

为了使 PMECD 的输出转矩、转动惯量、体积等指标尽可能达到最优,本文提出了基于等效磁路法模型的变种群规模遗传算法(VPGA)的多目标优化设计方法.首先通过等效磁路法建立转矩计算模型和其他指标函数;提出基于熵值权重法的多目标优化函数,在此基础上,采用引入死亡和战争因素的 VPGA 作为寻优手段优化结构尺寸,并通过有限元仿真和实验结果予以验证,另外,对该方法与其他文献算法进行了比较,以证明该算法的优越性.

1 永磁涡流驱动器的解析模型

1.1 忽略涡流效应时的气隙磁场分析

为了简化计算过程,作出如下假设:

- 1) 材料的磁导率为常数,不受外部因素影响.
- 2) 不考虑端部效应与磁饱和对磁场的影响.
- 3) 在本部分计算中忽略由导体上感应电流产生的磁场对涡流驱动器磁场分布的影响.

PMECD 的参数名称设定如下: t_c, t_m 分别表示导体盘和永磁体的厚度; w_m, w_i 分别表示永磁体宽度及磁体间距; g 表示气隙的长度; L 表示永磁体的有效径向宽度.

图1是 PMECD 一个磁通闭合回路的拓扑图,根据该图并考虑到对称性,可以绘制出等效磁路图2,通过等效磁路法的建立可以计算出忽略涡流效应情况下气隙和铜盘上的磁通密度.

变量定义如下: R_s 是主动转子盘背钢的磁阻; R_g 是气隙和铜盘的总磁阻; R_m 是磁极的磁阻; R_l 是磁铁通过背钢漏磁通对应的磁阻; R_r 是从动转子背钢的磁阻; R_{mm} 是磁极-磁极的漏磁通对应的磁阻; Φ_r 是磁极对应的内磁通磁源; Φ_g 是磁极对应的气隙磁通; Φ_m 是磁极对应的外磁通磁源.

为了提高计算的精确性^[8],本文将背钢分为两部分进行分析,具体如图3所示.

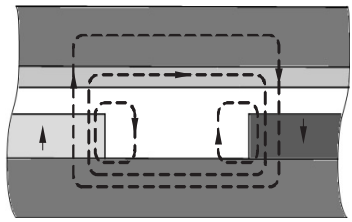


图1 涡流驱动器二维磁路

Fig. 1 Magnetic flux paths of the 2D eddy-current driver

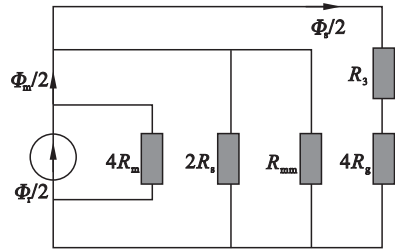


图2 图1的等效磁路

Fig. 2 Equivalent magnetic circuit for Fig. 1

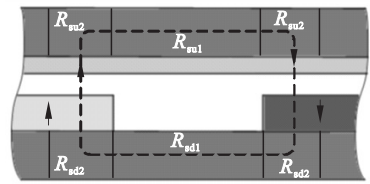


图3 背钢上的磁阻

Fig. 3 Yokes reluctances

背钢总磁阻为

$$R_s = R_{s1} + 2R_{s2} = (R_{su1} + R_{sd1}) + 2(R_{su2} + R_{sd2}). \quad (1)$$

$$\text{其中: } R_{su1} = R_{sd1} = w_i / \mu_0 \mu_s L L_s, \quad (2)$$

$$R_{su2} = R_{sd2} = w_m / \mu_0 \mu_s (L L_s + 0.5 w_m L). \quad (3)$$

其中: μ_s 是背钢的相对磁导率; L_s 是钢盘厚度.

气隙与导体铜盘总磁阻和永磁体的磁阻可以由以下公式求出:

$$R_g = g_e / \mu_0 L (w_i + w_m), \quad (4)$$

$$R_m = t_m / \mu_0 \mu_r w_m L. \quad (5)$$

其中: $g_e = g + t_c$ 为等效气隙长度;永磁体的相对磁导率为 $\mu_r = -B_r / \mu_0 H_c$.

为了简化计算,使用圆弧-直线模型,漏磁出射角度设为 $\pi/2$,故永磁体通过背钢漏磁通对应的磁导为

$$P_l = \mu_0 \int_0^{L_l} [L / (\pi x + t_m)] dx. \quad (6)$$

其中

$$L_l = \min \{g, w_i / 2\}. \quad (7)$$

根据式(6),式(7)得到永磁体通过背钢漏磁通对应的磁导 P_l 的通式:

$$P_l = \frac{\mu_0 L}{\pi} \ln(1 + \pi \min \{g, w_i / 2\} / t_m). \quad (8)$$

同理可以得到永磁体到相邻永磁体的漏磁通对应的磁导 P_{mm} 的表达式:

$$P_{mm} = \frac{\mu_0 L}{\pi} \ln(1 + \pi g/w_i) . \quad (9)$$

永磁体通过背钢漏磁通对应的磁阻 R_l 和永磁体到相邻永磁体的漏磁通对应的磁阻 R_{mm} 分别与 P_l 和 P_{mm} 互为倒数;根据磁路的相关理论,可以求得气隙磁通 Φ_g 的表达式:

$$\Phi_g = \frac{\Phi_r [4R_m \parallel 2R_l \parallel R_{mm}]}{4R_g + R_s + [4R_m \parallel 2R_l \parallel R_{mm}]} . \quad (10)$$

气隙磁通密度的表达式最终可以统一为

$$B_g = \begin{cases} \frac{\Phi_g}{A_g} = \frac{\Phi_g}{Lw_m} , \\ 0 . \end{cases} \quad (11)$$

其中 A_g 为气隙磁场穿过的面积.

1.2 考虑感应磁场影响的涡流驱动器气隙磁场分析

由于交变磁场的作用,铜盘会感应出涡电流,其径向的感应电流密度为

$$J = r\sigma B\omega . \quad (12)$$

其中: ω 是两转子相对速度; B 是永磁体和感应电流产生的磁场总和.

$$B = B_g + B_{cs} . \quad (13)$$

其中 B_{cs} 是由铜盘感应电流产生的磁场密度.

根据安培环路定理可以得

$$\oint_c Hdl = \int_{x_1}^{x_2} \int_0^{t_c} Jdx dy . \quad (14)$$

由式(12)~(14)得到有关 B_{cs} 的微分方程:

$$\begin{aligned} dB_{cs}/dx - \left(\frac{\mu_0 \sigma v t_c}{2t_c + 2t_m + 2g} \right) B_{cs} = \\ \left(\frac{\mu_0 \sigma v t_c}{2t_c + 2t_m + 2g} \right) B_g . \end{aligned} \quad (15)$$

式中忽略了铜盘感应电流产生感应磁场在背钢中的磁势降.为了便于计算,本文将铜盘区域分为3部分,如图4所示.

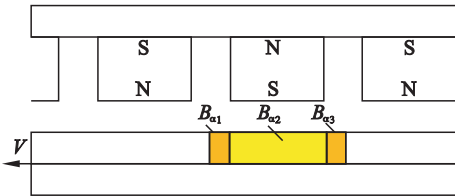


图4 铜盘分区域示意图

Fig. 4 Magnetic field distribution diagram in the conductor plate

根据铜盘区域式(15)和场强边界条件^[9],可以求得铜盘上感应电流产生的磁场密度 B_{cs} :

$$B_{cs} = \begin{cases} B_{cs1} = k_1 e^{mx} ; - (w_i + w_m)/2 \leq x \leq -w_m/2 , \\ B_{cs2} = k_2 e^{mx} - B_g ; -w_m/2 \leq x \leq w_m/2 , \\ B_{cs3} = k_3 e^{mx} ; w_m/2 \leq x \leq (w_i + w_m)/2 . \end{cases} \quad (16)$$

其中: $m = \frac{\mu_0 \sigma v t_c}{2t_c + 2t_m + 2g}$; k_1, k_2, k_3 分别为

$$k_1 = \frac{\Phi_g}{Lw_m} \left[\frac{\cosh(0.5w_i m)}{\cosh(0.5m(w_i + w_m))} - e^{0.5mw_m} \right] , \quad (17)$$

$$k_2 = \frac{\Phi_g}{Lw_m} \times \frac{\cosh(0.5mw_i)}{\cosh(0.5m(w_i + w_m))} , \quad (18)$$

$$k_3 = \frac{\Phi_g}{Lw_m} \left[\frac{\cosh(0.5mw_i)}{\cosh(0.5[0.5m(w_i + w_m)])} - e^{0.5mw_m} \right] . \quad (19)$$

最终求得合成磁场的磁场密度:

$$B = \begin{cases} B_{cs1} , - (w_i + w_m)/2 \leq x \leq -w_m/2 ; \\ \frac{\Phi_g}{Lw_m} + B_{cs2} , -w_m/2 \leq x \leq w_m/2 ; \\ B_{cs3} , w_m/2 \leq x \leq (w_i + w_m)/2 . \end{cases} \quad (20)$$

1.3 永磁涡流驱动器的转矩的计算

PMECD 的电磁转矩可以通过铜盘上的涡流损耗计算获得,经过计算和推导得到电磁转矩的最终表达式:

$$\begin{aligned} T_{2d} = \frac{N(\Phi_g)^2 r_{av}(t_c + t_m + g)}{Lw_m^2 \mu_0} \\ \left(2 \cosh^2 \frac{\mu_0 \sigma \omega r_{av} t_c w_i}{4(t_c + t_m + g)} \tanh \frac{\mu_0 \sigma \omega r_{av} t_c (w_i + w_m)}{4(t_c + t_m + g)} - \right. \\ \left. \sinh \frac{\mu_0 \sigma \omega r_{av} t_c w_i}{2(t_c + t_m + g)} \right) . \end{aligned} \quad (21)$$

文献[10]采用三维矫正方式进行修正.结合本文的涡流驱动器结构,根据边界条件可以求得适合文中涡流驱动器的修正因数 k_s 为

$$k_s = 1 - \frac{\tanh \lambda_m}{\lambda_m (1 + \tanh \lambda_m \tanh \lambda_{cm})} . \quad (22)$$

$$\lambda_m = \pi L / [2(w_i + w_m)] , \quad (23)$$

$$\lambda_{cm} = \pi H / [(w_i + w_m)] . \quad (24)$$

其中 H 是铜盘边缘到永磁体边缘的宽度.

从而可以得到在三维矫正后的传动转矩:

$$T_{3d} = k_s T_{2d} . \quad (25)$$

2 永磁涡流驱动器的多目标优化

2.1 目标问题描述

对于 PMECD,输出转矩是最重要的评价指标,然而转动惯量和体积等也不能忽略.

PMECD 的输出转矩表达式见上文.本文不针对背钢盘进行优化,所以该转动惯量目标函数为导体盘和永磁盘的转动惯量;将整个 PMECD 的体积简化为只考虑永磁体和铜导体的体积,由于永磁体材料价格和铜导体价格之间的差异,计算目标函数时将永磁体体积定为铜导体的 10 倍,所以,体积的目标函数表达式如下:

$$V = 10V(\text{NdFeB}) + V(\text{Cu}) = 10S_m x_1 x_4 + S_c x_3. \quad (26)$$

式中: S_m 为永磁体横截面积; S_c 为铜环的横截面积。

多目标优化问题可以通过加权转化为单目标优化问题。本文引入了熵值权重法来计算综合指标的函数表达式,其步骤如下。

1) 各指标数据的基本处理。由于输出转矩、转动惯量、体积为本文的优化指标,设对 m 个样本进行评价,则初始数据矩阵为

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

$$\text{即 } X = \{x_{ij}\}_{m \times 3}, 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq 3.$$

式中: x_{ij} 表示第 i 个样本的第 j 项指标的数值。

2) 数据标准化。为了将各指标数量级进行统一,还需要将各指标进行标准化处理。得到标准化比重矩阵

$$Y = \{y_{ij}\}_{m \times 3}, 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq 3. \quad (28)$$

其中: $y_{ij} = x'_{ij} / \sum_{i=1}^m x'_{ij}, 0 \leq y_{ij} \leq 1; x'_{ij}$ 是标准化值。

3) 计算指标信息熵值 e 和信息效用值 d 。第 j 个指标的信息熵值为

$$e_j = -K \sum_{i=1}^m y_{ij} \ln y_{ij}. \quad (29)$$

其中: K 为常数, $K = 1/\ln m$ 。

那么就可以求得信息效用值 $d_j = 1 - e_j$ 。

4) 计算评价指标权重。由此就可以很容易算出第 j 个评价指标权重:

$$\omega_j = d_j / \sum_{i=1}^n d_j. \quad (30)$$

5) 计算综合指标。由指标权重计算各样本的综合指标值 U_i :

$$U_i = \sum_{j=1}^n y_{ij}(X) \omega_j. \quad (31)$$

2.2 变种群规模遗传算法多目标优化的步骤

标准遗传算法是一种自适应全局优化统计算法,但是存在早熟收敛、局部搜索能力差和后期种群同化现象。引入死亡和战争因素的 VPGA 综合了两类种群更迭的方法,较好地实现了搜索的连续性和个体的多样性之间的平衡。具体实现步骤如下。

步骤 1: 编码和产生初始群体。采用二进制编码方法。随机生成 N 个 n 维的向量作为初始种群。

步骤 2: 定义适应度函数并计算适应度值。引入罚函数,将有约束最优化问题转化为无约束问

题。计算得到种群中的最高和最低适应度值。

步骤 3: 判断是否满足终止条件: 当前种群的适应度大于事先给定的最大适应度或者遗传代数大于规定代数,如果满足,输出最优解并结束。

步骤 4: 将繁殖池中的个体随机两两进行交叉、变异等遗传操作。每个个体,如果适应度值大于最低适应度值,则将其添加进种群中,否则被抛弃。在这样的过程下,种群规模就在不断增加。

步骤 5: 进行“死亡”操作。设定死亡概率随生存代数的变化规律;接着,对每个个体依照死亡概率来判断其是否死亡,若死亡则种群规模下降,相反,该个体死亡概率就会在下一代进行增加。

步骤 6: 如果种群中个体数量超过了先前设定的个体数最大值那么接下来要进行“战争”程序,即:按照个体的适应度值随机地选择种群中的个体重新初始化种群,然后转到步骤 2。

算法流程图见图 5。

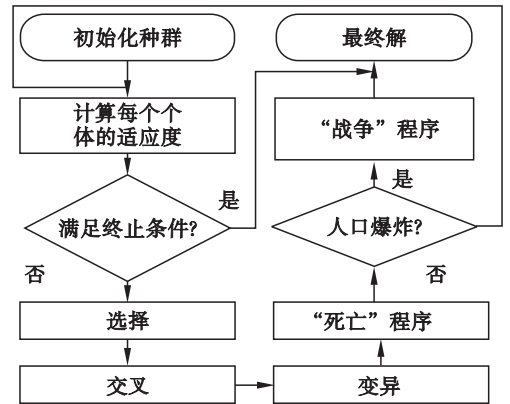


图 5 变种群规模遗传算法的算法流程图

Fig. 5 Algorithm flow chart of variable population-size genetic algorithm

2.3 永磁涡流驱动器的多目标优化

对 PMECD 进行多目标优化,首先要确定设计变量。本文取永磁体厚度 x_1 , 极弧系数 x_2 , 铜盘厚度 x_3 及永磁体个数 x_4 作为 PMECD 的变量。

考虑到涡流密度及体积尺寸限制等因素,为使优化更加合理化,设计变量时还应具有结构约束条件式(32)和工作性能的限制式(33):

$$\left. \begin{aligned} 10 &\leq x_1 \leq 30, \\ 0.5 &\leq x_2 \leq 1, \\ 5 &\leq x_3 \leq 15, \\ 8 &\leq x_4 \leq 20. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$$J_{\max} \leq 90 \text{ A/mm}^2. \quad (33)$$

保持不变的固定参数见表 1。

表 1 永磁涡流驱动器固定参数

Table 1 Fixed parameters of PM eddy current driver

参数	参数值	参数	参数值
永磁体相对磁导率	1.05	永磁材料	钕铁硼
铜电阻率	$1.7 \times 10^{-8} \Omega/\text{m}^2$	钢盘厚度	10 mm
气隙大小	3 mm	钢盘内径	90 mm
钢盘外径	140 mm	相对转速	150 r/min

利用 Matlab 进行基于 VPGA 的 PMECD 的多目标优化,该算法所设定的参数见表 2.

表 2 变种群规模遗传算法参数表

Table 2 Parameter table of VPGA

参数	参数值	参数	参数值
种群个体数量	80	最大遗传代数	250
基因交叉概率	30%	死亡概率	[0,0.3,0.7,1]
随机突变率	30%	最大种群个体数	120
繁殖率	30%		

2.4 优化结果和分析

利用引入死亡和战争的 VPGA 进行多目标优化.首先在参数可行域中随机生成初始种群,经过选择、交叉、变异、变种群规模等一系列过程之后,得到的优化后的参数和指标与其他文献中的优化算法进行的比较如表 3 所示.

表 3 优化设计参数和结果对比表

Table 3 Comparison table of the optimization design parameters and results

参数	优化前	GA	GA – SM	VPGA
永磁体厚度/mm	20	19.4	20.4	19.2
极弧系数	0.747 4	0.761 2	0.720 9	0.751 2
铜盘厚度/mm	10	8.51	8.64	8.11
永磁体个数	18	16	18	16
输出转矩/(N·m)	63.44	82.25	69.12	81.63
转动惯量/(kg·m ²)	0.076	0.070	0.071	0.068
驱动器体积×10 ⁻³ /m ³	3.601	3.541	3.500	3.419

由表 3 可以看出,本文方法得到的 PMECD 性能指标较其他两种方法更优.经过计算可知,与其他方法的最优指标相比,本文方法得到的 PMECD 转矩提高了 7.6%,与优化前和其他算法求得的转动惯量和驱动器体积相比,也具有很大的优势,分别减少了 10.5% 和 5.1%.本方法优化设计参数的计算结果要好于其他两种方法.

3 实验和仿真验证

本文基于优化后的数据,制造了样机并且构建了实验平台.如图 6 所示,该平台主要包括:交

流电动机,PMECD,扭矩/转速仪,直流电动机,直流调速器.其中,交流电动机为原动机,直流电动机与直流调速器模拟负载,扭矩/转速仪用于测量 PMECD 输出的转矩和转速.



图 6 PMECD 实验台的结构

Fig. 6 Structure of the PMECD test bench

同时,为了验证解析模型的准确性,本文使用有限元软件 Ansoft 建立了仿真模型.驱动器的参数见表 1 和表 3.感应磁场和永磁场在气隙中的相对速度为 150 r/min.图 7 为永磁涡流驱动器导体盘涡流密度云图.

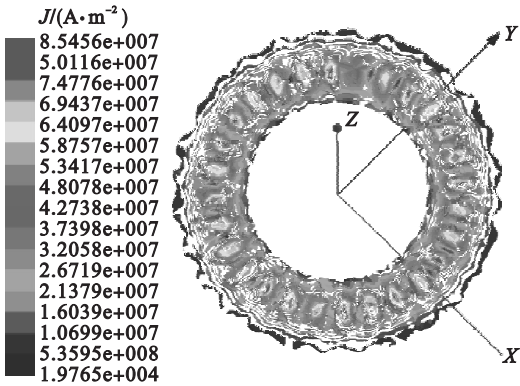


图 7 永磁涡流驱动器的涡流密度图

Fig. 7 Curve of eddy current density of PMECD

3.1 解析模型的准确性验证

图 8 表示了相对速度为 150 r/min 下的解析计算得到的 PMECD 的气隙磁感应强度分布与有限元结果的对比曲线.仿真结果表明铜盘感应电流产生的磁场相比于合成总气隙磁场来说,贡献的作用不可忽略,会改变原有永磁体在气隙中的方波状磁通密度;解析法结果与有限元法得到的数据吻合度较高.

图 9 表示了利用 3D 有限元法仿真得到的 PMECD 不同速度下转矩大小以及实验数据与解析法结果的比较曲线.结果表明基于等效磁路法的解析模型是比较准确的,可以为 PMECD 的前期设计和后期优化提供行之有效的参考.

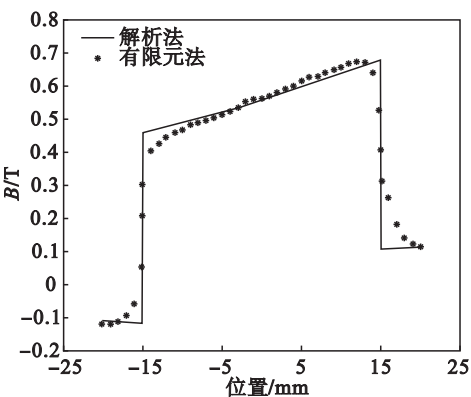


图 8 150 r/min 下涡流驱动器的气隙磁场磁通密度
Fig. 8 Magnetic flux density of permanent magnet eddy-current driver at speed of 150 r/min

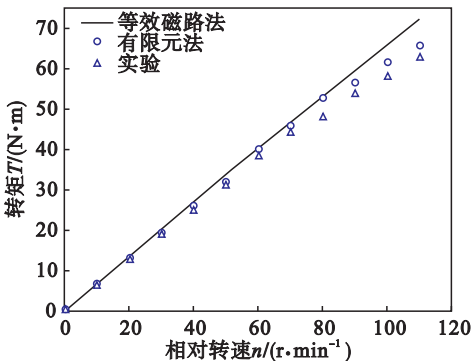


图 9 涡流驱动器的转矩的有限元仿真、解析计算及实验结果的比较曲线
Fig. 9 Comparison curves of results of torque of PMECD with FEM, analytical method and experimental data

3.2 优化算法的适用性分析

应用上述的两种验证方法得到的转矩值与优化算法计算结果进行了比较. 实验测量、有限元仿真和优化算法计算结果分别为 80.88, 81.51 和 81.63 Nm.

根据以上比较结果可以看出, 基于等效磁路法的解析模型计算得到的优化算法结果与实验数据以及有限元仿真结果有着很好的一致性.

分别用 GA, GA-SM 和 VPGA 这 3 种进化算法进行 10 次完整计算, 比较了各算法的平均运算时间, 变种群规模遗传算法平均进化代数平均为 126 代, 较其他两种进化算法迭代次数更少, 显示出更好的适用性.

以上分析表明, 这种基于变种群规模遗传算法的优化设计过程是可行的, 且相对于现有文献中的优化算法具有一定的优势.

4 结 论

1) 本文基于等效磁路法建立了 PMECD 的解析模型, 并推导出了有关输出转矩、转动惯量以

及体积的目标函数. 该模型是准确、有效的.

2) 引入熵权法将多指标转化为单指标, 建立了综合评价指标函数, 使优化设计更加全面和准确.

3) 应用变种群规模遗传算法进行永磁涡流驱动器的多目标优化设计, 相比其他文献中的优化结果, 本文方法得到的永磁涡流驱动器转矩提高了约 28.7%, 同时与优化前和其他算法求得的转动惯量和驱动器体积相比, 也具有很大的优势, 分别减少了 10.5% 和 5.1%.

4) 利用优化的参数进行了有限元仿真和实验分析, 结果表明, 该方法得到的永磁涡流驱动器结构参数可靠有效.

参考文献:

[1] Shi T, Wang D, Li Z, et al. Modeling of disk-type permanent magnet eddy-current driver based on soft measurement method and performance analysis [J]. *International Journal of Applied Electromagnetics & Mechanics*, 2016, 50 (4): 525–535.

[2] Amged S, Ei-Wakeel. Design optimization of PM couplings using hybrid particle swarm optimization-simplex method (PSO-SM) algorithm [J]. *Electric Power Systems Research*, 2014, 116: 29–35.

[3] Canova A, Freschi F, Gruosso G, et al. Genetic optimisation of radial eddy current couplings [J]. *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2005, 24(3): 767–783.

[4] Smith A C, Ei-Wakeel A S, Wallace A. Formal design optimization of PM drive couplings [C]// Conference Record of the 2002 IEEE Industry Applications Conference. Pittsburgh, 2002: 205–211.

[5] 石松宁, 王大志, 时统宇. 基于 RSM 的永磁驱动器偏心磁极的多目标优化 [J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35 (9): 1963–1971.

(Shi Song-ning, Wang Da-zhi, Shi Tong-yu. Multi-objective optimization of eccentric magnet pole for permanent magnet drive based on response surface methodology [J]. *Journal of Scientific Instrumentation*, 2014, 35(9): 1963–1971.)

[6] 石松宁, 王大志, 时统宇. 永磁驱动器偏心磁极的优化设计 [J]. *东北大学学报 (自然科学版)*, 2014, 35 (8): 1078–1082.

(Shi Song-ning, Wang Da-zhi, Shi Tong-yu. Optimal design of eccentric magnetic pole for permanent magnet drive [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2014, 35(8): 1078–1082.)

[7] Canova A, Freschi F. Multiobjective design optimization and Pareto front analysis of a radial eddy current coupler [J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2010, 32(4): 219–236.

[8] Qu R, Lipo T A. Analysis and modeling of air-gap and zigzag leakage fluxes in a surface-mounted permanent-magnet machine [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2004, 40(1): 121–127.

[9] Mohammadi S, Mirsalim M, Vaez-Zadeh S, et al. Analytical modeling and analysis of axial-flux interior permanent-magnet couplers [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(11): 5940–5947.

[10] Wang J, Lin H, Fang S, et al. A general analytical model of permanent magnet eddy current couplings [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2014, 50(1): 1–9.