

# 基于子空间投影的 SFGPR 压缩感知成像算法

孙延鹏<sup>1,2</sup>, 张 石<sup>1</sup>, 屈乐乐<sup>2</sup>, 白文静<sup>2</sup>

(1. 东北大学 计算机科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110169; 2. 沈阳航空航天大学 电子信息工程学院, 辽宁 沈阳 110136)

**摘 要:** 针对传统压缩感知 SFGPR 成像重建算法在强杂波测量环境中往往会失效的问题,提出一种基于子空间投影杂波抑制技术的 SFGPR 压缩感知成像重建算法. 该算法首先在每个天线测量位置通过压缩感知测量模型重建所有的频域原始均匀采样数据,然后采用子空间投影杂波抑制技术滤除较强的地面回波,最后结合稀疏重建算法对地下目标图像进行压缩感知重建. 实验数据处理结果验证了所提方法的有效性和准确性.

**关 键 词:** 频率步进探地雷达;压缩感知;子空间投影;成像算法

**中图分类号:** TN 957.52      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)06-0789-05

## Subspace Projection Based Compressive Sensing SFGPR Imaging Algorithm

SUN Yan-peng<sup>1,2</sup>, ZHANG Shi<sup>1</sup>, QU Le-le<sup>2</sup>, BAI Wen-jing<sup>2</sup>

(1. School of Computer Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110169, China; 2. School of Electronic and Information Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China.  
Corresponding author: SUN Yan-peng, E-mail: 781074263@qq.com)

**Abstract:** The traditional compressive sensing (CS) stepped frequency ground penetrating radar (SFGPR) imaging algorithm usually loses effect in strong clutter environment. To alleviate this problem, a CS SFGPR imaging algorithm based on the subspace projection clutter suppression technique was proposed. The original uniform frequency sampling data at each measurement position were reconstructed from the reduced set of randomly measured data using CS measurement model. Then the subspace projection clutter suppression technique was employed to suppress the strong ground reflection signal. Finally the sparse reconstruction algorithm was used to reconstruct the image of underground targets. The experimental data has verified the validity and effectiveness of the proposed imaging method.

**Key words:** stepped frequency ground penetrating radar (SFGPR); compressive sensing; subspace projection; imaging algorithm

由于频率步进探地雷达(SFGPR, stepped frequency ground penetrating radar)具有较高的动态范围和较强的射频抗干扰能力等优点,近年来在探地雷达领域受到越来越多的关注<sup>[1-3]</sup>. 目前,探地雷达不断朝着多通道、多极化、多波段和高分辨率方向发展,使得 SFGPR 存在数据采集量大和数据采集时间长等缺点. 近年来,美国学者 Donoho 等提出了压缩感知(CS, compressive

sensing)理论<sup>[4]</sup>. 目前,国内外学者将 CS 理论应用到 SFGPR 的系统构建和成像重建等领域<sup>[5-7]</sup>.

但在 SFGPR 的实际测量过程中,由于强地面杂波的存在,CS 成像算法的重建性能会急剧下降<sup>[8]</sup>. 所以需采用合适的杂波抑制方法对原始频域采样数据进行预处理以去除较强的地面反射波. 传统的 SFGPR 杂波抑制算法大都是基于均匀采样数据<sup>[9]</sup>,而在 CS 成像过程中,考虑到成像数

收稿日期: 2016-01-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61302172,61671310); 辽宁省自然科学基金资助项目(2014024002,201602565); 航空科学基金资助项目(2016ZC54013).

作者简介: 孙延鹏(1973-),男,山东聊城人,东北大学博士研究生,沈阳航空航天大学教授; 张 石(1963-),男,辽宁抚顺人,东北大学教授,博士生导师.

据的大幅度减少且在空频域表现为非均匀采样数据,经典杂波抑制算法往往都不适用. 针对上述问题,本文提出了一种基于子空间投影杂波抑制的压缩感知 SFGPR 成像重建算法,该算法首先在每个天线测量位置基于接收信号的稀疏性重建所有频点的信号,然后通过经典的子空间投影杂波抑制算法去除地面强反射波,最后基于 CS 成像模型对地下目标进行高分辨成像重建,从而实现在强杂波环境对地下目标进行准确成像定位.

## 1 SFGPR 信号模型与压缩采样

对于传统 SFGPR 系统而言,设系统的初始频率为  $f_0$ ,频率步长为  $\Delta f$ ,带宽  $B = (N-1)\Delta f$ . 在发射带宽  $B$  内,第  $n$  个频点的发射频率为

$$f_n = f_0 + (n-1)\Delta f, \quad n=0,1,\dots,N-1. \quad (1)$$

设测量过程中共有  $M$  个天线测量位置,如果忽略地下媒质的衰减效应,则系统在第  $m$  ( $m=0,1,\dots,M-1$ ) 个天线位置第  $n$  个工作频点的接收信号可表示为

$$e_m(n) = \sigma_s \exp(-j2\pi f_n \tau_s) + \sum_{p=0}^{P-1} \sigma_p \exp(-j2\pi f_n \tau_{p,m}). \quad (2)$$

其中:  $\sigma_s$  是对应空气与地面分界面的反射率;  $\tau_s$  为系统到地面的双程传输延时;  $P$  为地下点目标的个数;  $\sigma_p$  ( $\sigma_p \ll \sigma_s$ ) 是第  $p$  个点目标对应的反射率;  $\tau_{p,m}$  为在第  $m$  个测量位置系统到第  $p$  个点目标的双程传输延时.

为得到地下待成像区域的 2 维反射率分布  $r(k,l)$ ,其中  $k=0,1,\dots,N_x-1$ ;  $l=0,1,\dots,N_y-1$ ,  $N_x$  和  $N_y$  分别表示水平和深度方向划分的网格数,首先可将  $r(k,l)$  通过列堆叠转换成  $N_x N_y \times 1$  维反射率向量  $\mathbf{r}$ ,然后根据  $\mathbf{r}$  的估计结果通过重排即可得到  $r(k,l)$ . 这样,式(2)可表示成矩阵形式:

$$\mathbf{e}_m = \Psi_m \mathbf{r}. \quad (3)$$

其中:  $\mathbf{e}_m = [e_m(0), \dots, e_m(N-1)]$  为  $N \times 1$  维频域测量数据向量;  $\Psi_m$  为  $N \times N_x N_y$  维字典矩阵,其第  $j$  列可表示为

$$[\Psi_m]_j = [e^{-j2\pi f_0 \tau_{j,m}}, e^{-j2\pi f_1 \tau_{j,m}}, \dots, e^{-j2\pi f_{N-1} \tau_{j,m}}]^T. \quad (4)$$

根据  $M$  个测量孔径可得到  $MN \times 1$  维复合测量数据向量  $\mathbf{e} = [e_0^T, e_1^T, \dots, e_{M-1}^T]^T$  和  $MN \times N_x N_y$  维复合字典矩阵  $\Psi = [\Psi_0^T, \Psi_1^T, \dots, \Psi_{M-1}^T]^T$ . 复合测量数据向量  $\mathbf{e}$  和反射率向量  $\mathbf{r}$  之间的关系可表示为

$$\mathbf{e} = \Psi \mathbf{r}. \quad (5)$$

由于  $P$  往往远远小于网格数  $N_x N_y$ , 所以  $\mathbf{r}$  具

有较强的稀疏性. 根据 CS 理论, 可以用  $Q_1 Q_2$  ( $Q_1 Q_2 \leq N_x N_y$ ) 个测量数据重建稀疏向量  $\mathbf{r}$ . CS 降采样过程可视为一个测量矩阵  $\Phi$  作用到原始测量数据向量  $\mathbf{e}$  上. 则压缩采样数据向量  $\tilde{\mathbf{e}}$  可表示为

$$\tilde{\mathbf{e}} = \Phi \mathbf{e} = \Phi \Psi \mathbf{r}. \quad (6)$$

其中  $\Phi$  为  $Q_1 Q_2 \times MN$  维测量矩阵, 考虑到在空频域实现联合压缩采样, 则  $\Phi$  可表示为

$$\Phi = (\Phi_s \otimes I_{Q_1}) \cdot \text{diag}(\Phi_0, \dots, \Phi_m, \dots, \Phi_{M-1}). \quad (7)$$

其中:  $\otimes$  表示 Kronecker 积;  $I_{Q_1}$  为  $Q_1 \times Q_1$  维单位矩阵;  $\Phi_s$  表示  $Q_2 \times M$  维空域测量矩阵, 其构造可从  $M \times M$  维单位矩阵中随机选取  $Q_2$  行得到.  $\Phi_m$  ( $m=0,1,\dots,M-1$ ) 表示  $Q_1 \times N$  维频域测量矩阵, 其构造可从  $N \times N$  维单位矩阵中随机选取  $Q_1$  行得到.

图 1 给出了传统 SFGPR 和压缩感知 SFGPR 的空频域采样示意图, 可以看出, 与传统 SFGPR 相比, 压缩感知 SFGPR 的空频域采样数据将大幅减少. 对于给定的压缩采样测量数据向量  $\tilde{\mathbf{e}}$ , 可通过求解  $l_1$  范数最优化问题即可重建反射率向量  $\mathbf{r}$ :

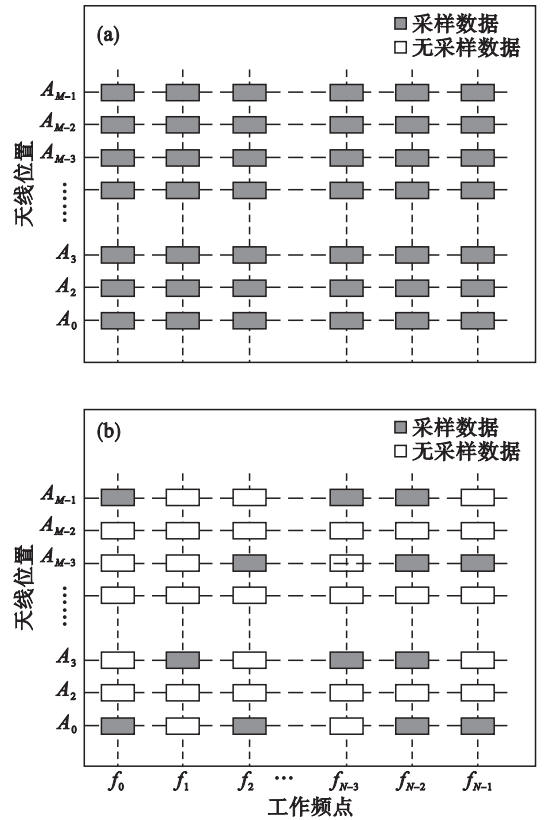


图 1 SFGPR 空频域采样示意图

Fig. 1 Views of SFGPR space frequency sampling pattern

(a)—传统 SFGPR 空频域采样示意图;  
(b)—压缩感知 SFGPR 空频域采样示意图.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}} &= \arg \min \|\mathbf{r}\|_{l_1} \\ \text{s. t. } \tilde{\mathbf{e}} &= \Phi \Psi \mathbf{r}. \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)表示的稀疏最优化问题可利用正交匹配追踪算法得到求解<sup>[10]</sup>.

## 2 压缩采样子空间投影杂波抑制

### 2.1 单个天线测量位置的频域数据重建

在 CS 测量模型下,由于测量数据大幅度减少且表现为空频域随机采样数据,使得传统杂波抑制算法不再适用.为了能够使用经典杂波抑制算法,本文提出在每个天线测量位置基于 CS 测量数据重建原始发射频点的均匀采样数据.首先将双程探测时窗  $\tau_{\max}$  均匀划分为  $L$  个时延网格,则可以得到  $L \times 1$  维双程传输时延向量  $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L]^T$ . 则在第  $m$  个测量位置,压缩采样频域数据向量  $\check{e}_m$  可表示为

$$\check{e}_m = \Phi_m e_m = \Phi_m A b_m. \quad (9)$$

其中  $A$  是  $N \times L$  维字典矩阵,其第  $l$  列可表示为

$$[A]_l = [e^{-j2\pi f_0 \tau_l}, e^{-j2\pi f_1 \tau_l}, \dots, e^{-j2\pi f_{N-1} \tau_l}]^T. \quad (10)$$

$b_m$  是  $L \times 1$  维回波幅度向量,其第  $l$  个元素对应第  $l$  个时延网格的幅度,  $b_m$  表示为

$$b_m(l) = \begin{cases} \sigma_p & \text{第 } l \text{ 个时延网格对应有目标;} \\ 0 & \text{第 } l \text{ 个时延网格对应无目标.} \end{cases} \quad (11)$$

在 SFGPR 实际探测过程中,由于目标回波个数通常远小于划分的时延网格数,所以  $b_m$  是稀疏向量.  $b_m$  可通过求解下面最优化问题得到:

$$\begin{aligned} \hat{b}_m &= \arg \min \|b_m\|_{l_1}. \\ \text{s. t. } \check{e}_m &= \Phi_m A b_m. \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)可通过正交匹配追踪算法求解得到  $b_m$ ,从而得到:

$$e_m = A b_m. \quad (13)$$

当所有的天线位置处频域均匀采样数据得到重建后,即可使用合适的杂波抑制方法去除地面强反射波.

### 2.2 子空间投影杂波抑制

当在每个测量位置恢复  $N$  个频点测量信号后,假设共有  $Q_2$  个天线测量位置,那么对应  $Q_2$  个天线位置  $N$  个发射频点的所有测量数据可构成  $N \times Q_2$  维矩阵  $E$ . 由于测量数据可分解为地面回波子空间和地下目标回波子空间<sup>[11]</sup>,所以可对矩阵  $E$  进行奇异值分解:

$$E = U \Lambda V^H. \quad (14)$$

其中  $H$  代表共轭转置,正交矩阵  $U$  和  $V$  分别包含左右奇异向量,  $\Lambda$  为对角矩阵,可表示为

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{Q_2} \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

其中:  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{Q_2}$  为奇异值,奇异值按  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{Q_2}$  降序排列.

由于地面反射波幅度比目标回波幅度强很多,通常可以用  $E$  的前  $K$  个较大的奇异值对应的奇异向量来构造地面回波子空间  $A_{\text{ground}}$ .

$$A_{\text{ground}} = \sum_{i=1}^K u_i v_i^H. \quad (16)$$

其中  $u_i$  和  $v_i$  分别代表前  $K$  个较大奇异值对应的左、右奇异向量.

地面回波子空间的正交子空间  $A_{\text{ground}}^\perp$  为

$$A_{\text{ground}}^\perp = I - A_{\text{ground}} A_{\text{ground}}^H. \quad (17)$$

其中  $I$  是单位矩阵.将  $E$  投影到  $A_{\text{ground}}^\perp$  上即可得到杂波抑制后的空频域采样数据:

$$\tilde{E} = A_{\text{ground}}^\perp E. \quad (18)$$

至此就能得到地面杂波抑制后的目标回波空频域测量数据.然后再采用 CS 成像算法对地下目标进行成像重建.

## 3 实测数据处理

利用本文所提算法对佐治亚理工大学公布的 SFGPR 系统实测数据<sup>[1]</sup>进行处理,系统工作频段为 60 MHz ~ 8.06 GHz,频率步进间隔为 20 MHz,在每个天线测量位置共测得 401 个频点采样数据.实验在沙箱里进行,收发天线相位中心距离地面的高度为 27.8 cm,收发天线间隔为 12 cm,移动步长为 2 cm,两个直径为 12.7 cm 的金属球埋入沙坑中,沙的介电常数为 4.两个金属球在地下的真实位置如图 2 所示.选取天线位置从 -60 cm 到 60 cm 之间的 61 道数据,对应  $61 \times 401 = 24461$  个空频域均匀采样数据.

把待成像区域划分成  $61 \times 31$  个空间网格,每个网格尺寸为 1 cm  $\times$  1 cm.对应 CS 算法,随机抽取 30 个天线位置,每个天线位置抽取 80 个频点采样数据,共有 2400 个空频域随机采样数据,只占传统 SFGPR 系统数据采集量的 10.1%.图 3 给出了未采用杂波抑制技术预处理的后向投影(back projection, BP)成像重建结果和 CS 成像重建结果.为了便于比较,成像结果均采用归一化 dB 值显示,显示动态范围为 40 dB.可以看出在有

地面强反射波情况下,CS 成像算法已无法重建准确的目标像。

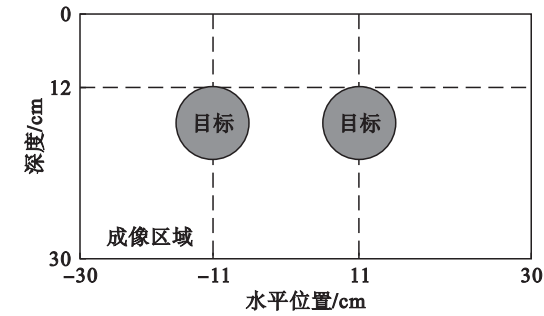


图 2 金属球在地下的真实位置示意图  
Fig. 2 True location of the buried metal balls

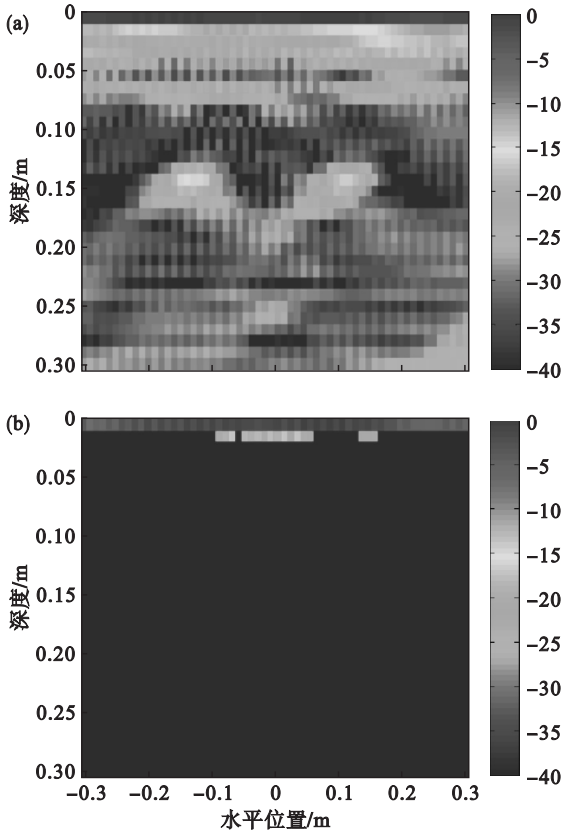


图 3 未经杂波抑制技术预处理的成像结果  
Fig. 3 Imaging result without clutter suppression technology  
(a)—BP 成像结果; (b)—CS 成像结果。

图 4 给出了经子空间投影杂波抑制预处理后的 BP 成像结果和 CS 成像结果。BP 成像算法中直接采用子空间投影杂波抑制算法去除地面强反射波,而 CS 成像算法采用本文方法去除地面强反射波。采用的计算环境为 Intel(R) Core(TM) i7-4510U CPU @ 2.0 GHz,4 GB 内存,BP 成像结果的重建时间为 203.8 s,CS 成像结果的重建时间为 23.8 s。从图 4 可以看出,尽管两种成像算法都能得到准确的目标像,但这时 CS 成像算法不仅所需数据量少,而且成像结果的目标旁瓣较

小,分辨率高,更利于对地下目标的辨识。

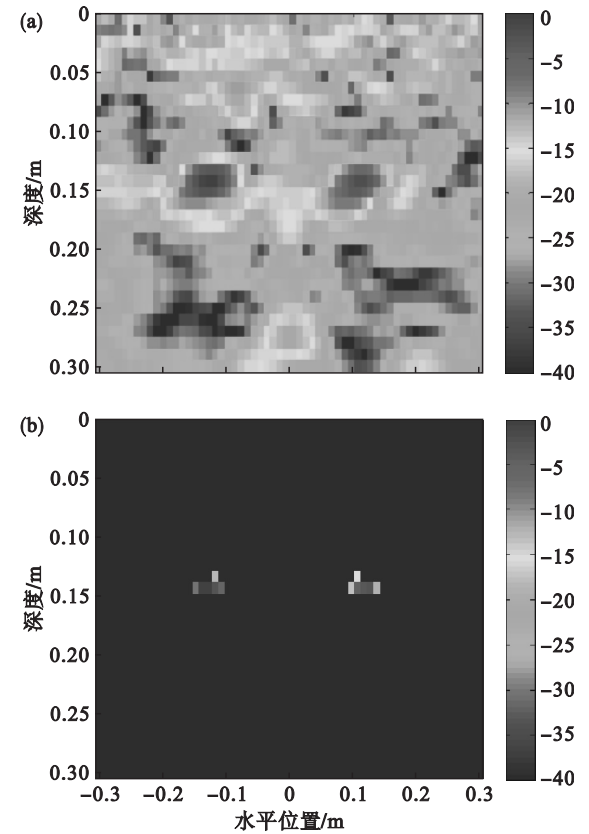


图 4 经子空间投影杂波抑制预处理的成像结果  
Fig. 4 Imaging result with clutter suppression by the subspace projection  
(a)—BP 成像结果; (b)—CS 成像结果。

## 4 结 论

由于 CS 成像重建算法在强杂波测量环境中会失效,而在 CS 测量模式下测量数据表现为空频域随机采样数据,使得传统的杂波抑制算法不再适用。本文提出一种基于子空间投影杂波抑制的压缩感知 SFGPR 成像重建算法,该算法首先在每个天线测量位置重建所有频域均匀采样数据,然后基于正交子空间投影技术得到目标回波子空间,最后利用 CS 成像模型重建高质量的地下目标像。实测数据处理结果表明所提成像重建算法能够在强杂波环境对地下目标进行准确成像定位,而且成像所需数据量少,成像结果具有旁瓣低和分辨率高等优点。

## 参考文献:

[1] Counts T, Gurbuz A C, Scott W R. Multistatic ground-penetrating radar experiments [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(8): 2544-2553.

(下转第 803 页)