

颗粒尺寸对岩石抗拉强度和断裂 韧度影响的数值模拟

于 森, 朱万成, 于永军, 于庆磊

(东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 选取三种粒径(平均尺寸 1.02, 2.12, 3 mm)花岗岩试样, 利用自主开发的岩石破裂过程数值计算软件(RFPA-DIP 细观版), 进行带缺口试样三点弯曲试验. 利用虚裂纹模型描述岩石试样达到峰值载荷前的断裂过程区, 引入双线性应力分布模型, 将试样内部平均颗粒尺寸与虚裂纹模型建立起联系, 通过数值模拟可分别计算出不同颗粒尺寸花岗岩的抗拉强度和断裂韧度. 通过引入分形维数概念来表达不同颗粒尺寸花岗岩试样内部颗粒分布的特征, 得到结论: 颗粒尺寸与分维值呈反比例关系, 分维值较小的花岗岩试样其抗拉强度和断裂韧度相对较小.

关 键 词: 颗粒尺寸; 断裂韧度; 抗拉强度; 虚裂纹模型; 三点弯曲试验

中图分类号: TU 45 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2017)06-0864-05

Numerical Simulation for Calculating the Tensile Strength and Fracture Toughness Based on Different Grain Sizes

YU Miao, ZHU Wan-cheng, YU Yong-jun, YU Qing-lei

(School of Resources & Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHU Wan-cheng, E-mail: zhuwancheng@mail.neu.edu.cn)

Abstract: Three-point-bending tests on three kinds rock samples of grain sizes 1.02 mm (fine grained), 2.12 mm (medium grained) and 3mm (coarse grained) with different notches are numerically performed by RFPA-DIP version to simulate the failure process compared with experimental results in laboratory. A simple fracture model is established, linking fictitious crack to the average aggregate size so that the rock specimen and fictitious crack formation can be considered together. Maximum loads of three-bending-point tests with different initial notches containing different tensile strength and fracture toughness are analyzed. The concept of fractal dimension is introduced to characterize the grain size distribution. It is concluded that the fractal dimension decreases with the increase of grain size, and the rock samples with smaller fractal dimension correspondingly have smaller tensile strength and fracture toughness.

Key words: grain size; fracture toughness; tensile strength; fictitious crack model; three point bending test

岩石细观颗粒结构具有明显离散性, 颗粒尺寸会影响岩石损伤演化过程和变形路径, 决定了岩石宏观力学性质和破裂模式^[1]. 抗拉强度和断裂韧度作为重要力学参数对于岩体工程稳定性意义重大^[2-4], 考虑测试技术复杂性, 断裂韧度与抗

拉强度一般均采用间接法测试, 例如巴西劈裂与三点弯曲试验, 已有部分经验公式用于推导抗拉强度、断裂韧度^[5].

已有研究从岩石细观尺度角度, 探究内部矿物颗粒尺寸、含量及分布对宏观力学性质影响. 周喻

收稿日期: 2016-08-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51525402, 51374049, 51574060); 教育部科学技术研究重点项目(113019A); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N140105001, N140106002).

作者简介: 于 森(1988-), 男, 辽宁鞍山人, 东北大学博士研究生; 朱万成(1974-), 男, 新疆呼图壁人, 东北大学教授, 博士生导师.

等^[6]采用颗粒体模型与光滑节理模型,构建具有岩石矿物细观结构特征的等效晶质模型,揭示岩石在加载过程中破裂机制与强度特性. Wong 等^[7]研究了内部矿物颗粒大小、排布方式等对于岩石起裂压力、裂纹扩展方向的影响. Wang 等^[8]采用虚裂纹模型对花岗岩试样进行三点弯曲试验,间接测试出试样的抗拉强度和断裂韧度,方法新颖易行.

本文引入虚裂纹模型量化试样缺口尖端的断裂过程区域,进行三点弯曲试验计算岩石试样断裂韧度和抗拉强度,并结合岩石细观数值计算软件 RFPA – DIP 版,建立数值模型,进行数值模拟,并通过分形维数对三种颗粒尺寸岩石细观结构进行表征.

1 考虑虚裂纹模型裂纹尖端应力分布

1.1 三点弯曲试样缺口尖端应力分布

岩石裂缝扩展时,裂尖出现的微裂纹区被称

为断裂过程区 (fracture process zone). 引入虚拟裂纹模型表征该区域的应力分布,图 1 所示为岩石三点弯曲试验过程中预制缺口尖端应力场的分布模型,用式(1)描述尖端应力分布(单位 mm): 图中 S 代表试样下部两支撑点的跨度, W 代表试件宽度, P_{\max} 为峰值载荷, a_0 为试样预制缺口的长度, Δa_{fic} 取值试样平均颗粒尺寸, σ_n 与 σ_c 分别为缺口区域的名义强度与压应力, x 和 y 分别代表试验达到峰值荷载点 σ_n 和 σ_c 的分布范围.

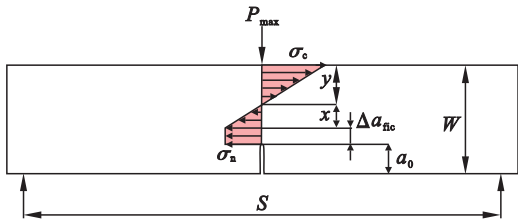


图 1 峰值荷载点三点弯曲试样缺口尖端应力分布
Fig. 1 Stress distribution along the notched crack tip under three-point-bending test under peak load

$$\sigma_n = \frac{SP_{\max}}{(w - a_0 - \Delta a_{\text{fic}})(w - a_0 + \Delta a_{\text{fic}}) + (w - a_0 - \Delta a_{\text{fic}})^4 + 6\Delta a_{\text{fic}}(w - a_0 - \Delta a_{\text{fic}})^2(w - a_0) + 2\Delta a_{\text{fic}}^2} \cdot 3(w - a_0)^2. \quad (1)$$

1.2 求解岩石断裂韧度和抗拉强度的理论模型

名义强度与抗拉强度的关系已在文献[8]中给出了解析解,等效裂纹长度 a_e , 试样几何尺寸 B (α)可由式(3), (4)得到.

$$\sigma_n = \frac{f_t}{\sqrt{1 + \frac{a_e}{a_\infty}}}. \quad (2)$$

$$a_e = B(\alpha) a_0. \quad (3)$$

$$B(\alpha) = \left(\frac{Y(\alpha)(1 - \alpha)^2}{1.12} \right)^2. \quad (4)$$

$$Y(\alpha) = \frac{1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)^{3/2}}{\sqrt{\pi}(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{3/2}}. \quad (5)$$

$$a_\infty^* = 0.25 \cdot \left(\frac{K_{\text{IC}}}{f_t} \right)^2. \quad (6)$$

$$\frac{1}{\sigma_n^2} = \frac{1}{f_t^2} + \frac{1}{f_t^2 a_\infty^*} a_e = \frac{1}{f_t^2} + \frac{4}{K_{\text{IC}}^2} a_e. \quad (7)$$

式中: $\alpha = a_0/W$; a_e 为等效裂纹长度; a_∞^* 为特征裂纹长度; f_t 为抗拉强度; K_{IC} 为断裂韧度. 特征裂纹长度 a_∞^* 是一个常数,由抗拉强度和断裂韧度决定. 利用式(7),在准静态加载情况下,通过大量试验结果拟合出抗拉强度、断裂韧度.

2 三点弯曲数值模型建立

2.1 花岗岩非均匀性表征

利用数字图像处理技术表征颗粒非均匀性,同时对岩石内部的细观介质分类. 图 2 为花岗岩数字图像,像素尺寸为 280×70 ,模型尺寸为 $280 \text{ mm} \times 70 \text{ mm}$. 利用图像处理的多阈值分割技术区分不同矿物种类. 图 2 中,红色区域代表长石,黑色代表云母,白色代表石英. 图 3 所示为数值图像某截面上矿物介质亮度值的变化,经过反复试验,将分割阈值设为 50 和 200,亮度阈值被分为三个区间段 ($0 \sim 50$, $50 \sim 200$, $200 \sim 255$),因此试样内部矿物颗粒也被分为三类.

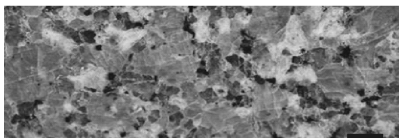


图 2 花岗岩试样数字图像
Fig. 2 Digital image of granite

图 4 为阈值分割得到的数值模型,由矩形排列的像素点组成,每个像素点灰度不同,赋予不同材料参数,进而在数值模型中计入非均匀性影响.

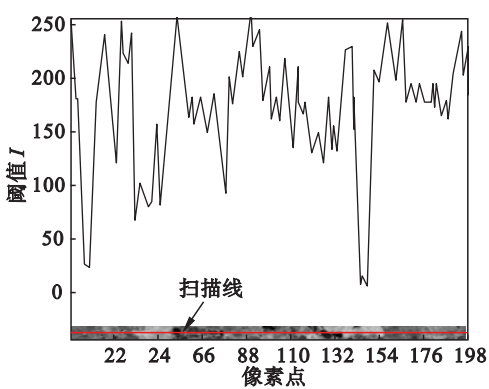


图 3 扫描线上亮度值变化
Fig. 3 Change of brightness along the scanning line

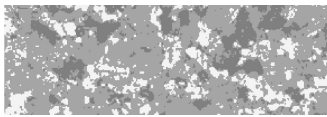


图 4 细观结构花岗岩试样数值模型
Fig. 4 Numerical model based on microstructure of granite

2.2 模型有效性验证

选取颗粒尺寸为 1 mm 的花岗岩试样,并预制不同长度缺口进行数值模拟,通过与室内试验结果对比验证所建立模型有效性. 位移初始值为 0.001 mm,单步增量为 0.001 mm,加载直至试样破坏. 图 5 为数值模拟与物理试验结果^[8]比较,可以发现模拟结果与试验结果较为接近.

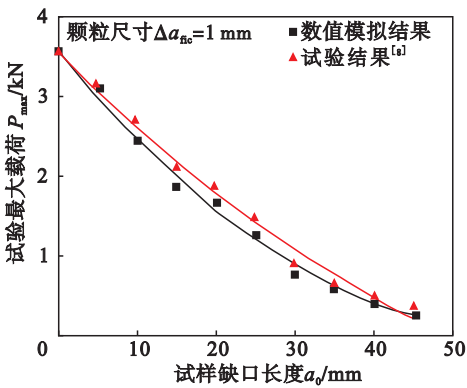


图 5 三点弯曲试验与数值试验结果比较
Fig. 5 Comparison between experimental and numerical results

2.3 含缺口不同颗粒尺寸试样三点弯曲试验

选取如图 6 所示三种不同颗粒尺寸花岗岩进行试验,对其进行数字图像处理,统计试样内部细观颗粒分布规律如图 7 所示. 得到平均颗粒尺寸分别为 1.02,2.12,3 mm.

矿物颗粒力学参数见表 1,单一颗粒为均匀介质,不计各自内部非均匀性.

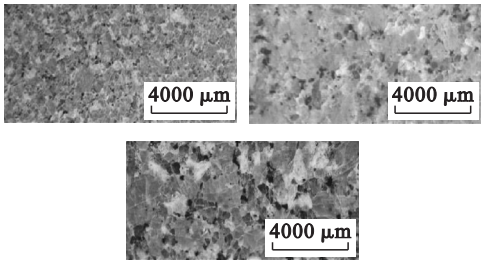


图 6 三种不同颗粒尺寸花岗岩试样
Fig. 6 Granite samples with three grain sizes

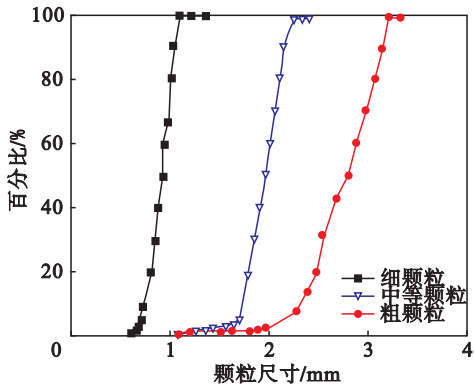


图 7 岩石试样内部颗粒大小分布
Fig. 7 Grain size distribution of granite samples

种类	弹性模量	抗压强度	泊松比	压拉比
	GPa	MPa		
石英	96	373	0.08	15
长石	67	172	0.27	12
云母	40	90	0.25	10

根据三种不同颗粒尺寸建立花岗岩数值模型,长、宽分别为 280,70 mm,预制长度分别为 0,1,5,10,⋯,40 mm 缺口(每 5 mm 预制),如图 8 所示.

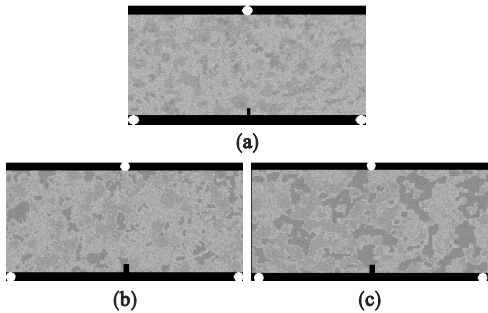


图 8 缺口长度 5 mm 数值模型
Fig. 8 Numerical model with a notched length of 5 mm
(a)— $\Delta a_{\text{fic}} = 1 \text{ mm}$; (b)— $\Delta a_{\text{fic}} = 2 \text{ mm}$; (c)— $\Delta a_{\text{fic}} = 3 \text{ mm}$.

试样裂纹扩展模式如图 9 所示. 第 300 步,缺口尖端以拉应力导致积聚损伤(红色圆圈表示),符合 Hillerborg^[10]提出的主虚裂纹模型特征,此

阶段对应图 10 中弹性段. 第 348 步, 如图 9b 所示损伤积聚形成细微裂纹在缺口尖端开始萌生并逐渐扩展, 图 10 中可见此区域曲线处于塑性阶段, 并进入虚裂纹产生区域. 第 380 步达到峰值载荷, 随着加载的继续, 裂纹发生失稳扩展, 试样完全破坏 (图 9d 所示). 如图 10 所示微裂纹从萌生到突然发生断裂实际发生在第 348 ~ 380 步很短的加载区间内, 可以看出花岗岩主要表现出脆性破坏. 从裂纹扩展路径观察到, 裂纹数量少、分支不明显, 裂缝面无剧烈折曲.

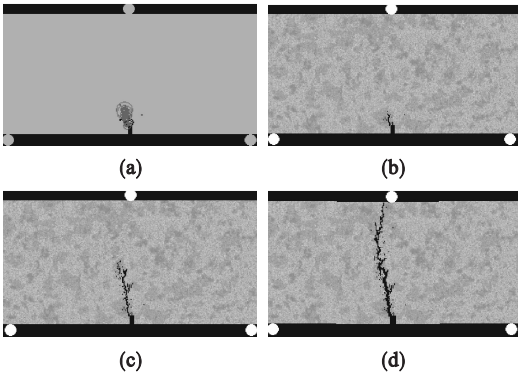


图 9 三点弯曲试样数值破坏过程 (5 mm 缺口)
Fig. 9 Numerical failure process of three-point-bending tests (notch length = 5 mm)
(a)—加载第 200 步; (b)—加载第 348 步;
(c)—加载第 380 步; (d)—加载第 500 步.

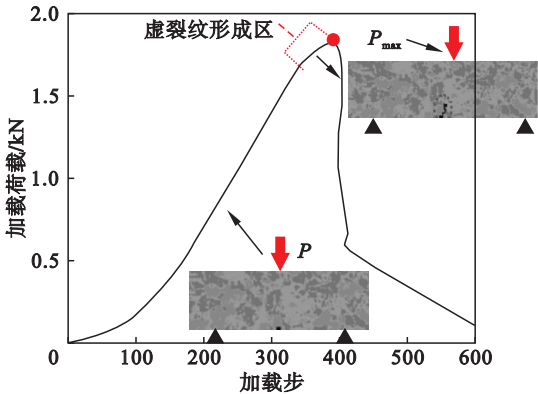


图 10 三点弯曲数值试验载荷—加载步曲线
Fig. 10 Numerical curve of load-step

3 不同颗粒尺寸抗拉强度和断裂韧度计算

3.1 基于虚裂纹模型计算抗拉强度和断裂韧度
将峰值载荷 P_{max} 代入式 (1), 求得名义强度 σ_n , 结果如表 2 所示, 等效裂纹长度 a_e 可通过式 (3) 求得. σ_n, a_e 代入式 (7), 采用线性回归方法计算抗拉强度和断裂韧度, 结果如图 11 所示.

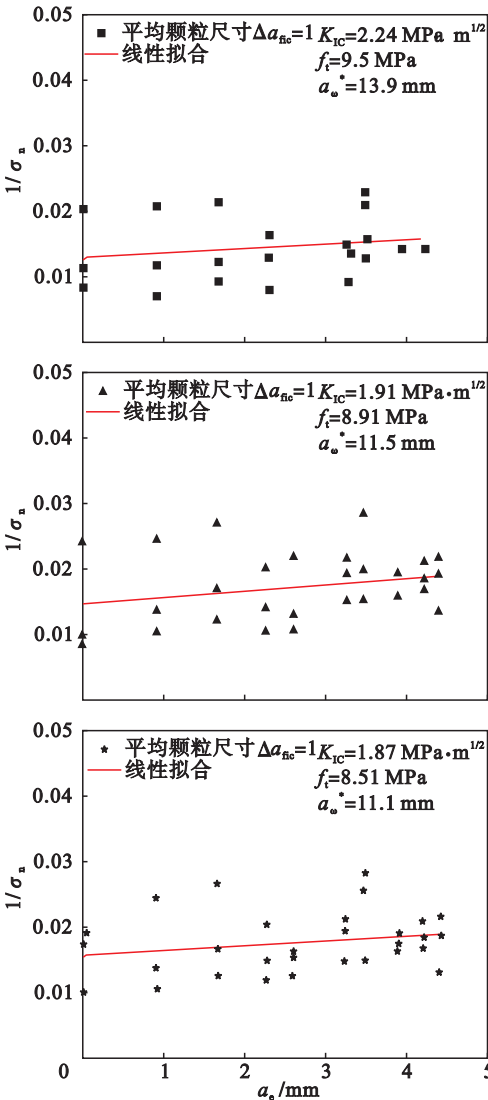


图 11 抗拉强度和断裂韧度计算结果
Fig. 11 Calculation results for tensile strength and fracture toughness

表 2 不同颗粒尺寸的名义强度
Table 2 Normal strength of granite specimen with different grain sizes

a_0/mm	名义强度 σ_n/MPa		
	$\Delta a_{\text{fic}} = 1$	$\Delta a_{\text{fic}} = 2$	$\Delta a_{\text{fic}} = 3$
0	10.7	10.5	10.3
5	10.4	10.5	10.2
10	11.2	11.0	10.8
15	11.0	10.6	10.4
20	10.4	10.1	9.9
25	10.1	9.8	9.6
30	10.5	9.6	9.4
35	10.0	9.7	9.5
40	11.1	10.9	10.7

3.2 分形维数表征岩石内部颗粒尺寸分布
根据文献 [11], 颗粒粒度分布具有分形特征:
$$\frac{m(r)}{M} = \left(\frac{r}{r_m}\right)^b. \quad (8)$$

其中: r 为包含所有特征颗粒尺寸; $m(r)$ 为尺寸

小于 r 矿物颗粒累计质量; M 为试样内部颗粒总质量; r_m 代表分布参数, 当 $r = r_m$ 时, r 取值为最大颗粒尺寸; b 代表颗粒分布参数. 分形维数可用 $D = 3 - b$ 计算得出, D 代表不同颗粒尺寸的分形值.

图 12 中可看出 $\ln r$ 与 $\ln [m(r)/M]$ 线性相关, 这表明岩石内部颗粒符合分形统计分布, 具有自相似性. 得到三类颗粒试样 b 值分别为 0.982, 0.855, 0.796, 因此其分形值分别为 2.018, 2.145, 2.204.

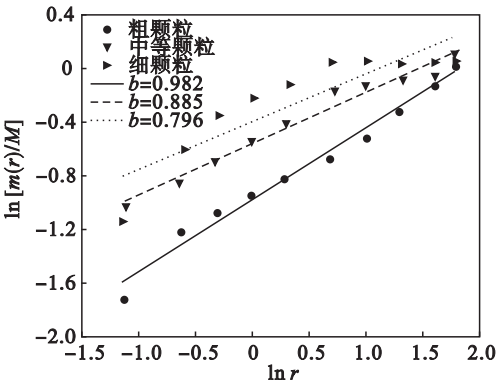


图 12 三种颗粒尺寸花岗岩试样分形维数表征
Fig. 12 Fractal dimension characterization of granite specimen with three kinds of grain sizes

图 13 表示三类花岗岩颗粒分形维数与其抗拉强度和断裂韧度关系, 得出: 抗拉强度和断裂韧度与分形值正相关. 因此分形维数可以用来定量描述岩石试样内部细观颗粒分布的非均匀性.

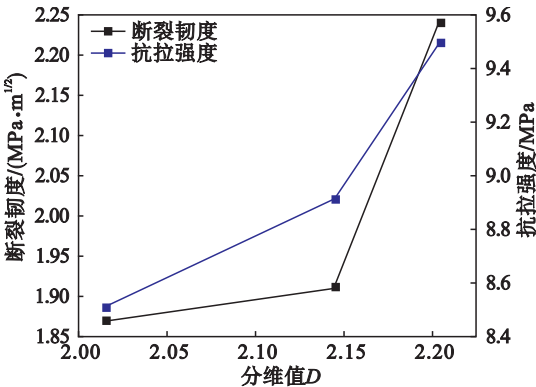


图 13 分形值与花岗岩试样抗拉强度和断裂韧度关系
Fig. 13 Relationship between fractal dimension and tensile strength and fracture toughness

4 结 论

1) 本文建立虚裂纹与岩石颗粒尺寸关系的模型, 利用细观岩石力学数值模拟软件 RFPA - Dip 版, 计算出三种颗粒尺寸花岗岩试样抗拉强度和断裂韧度.

2) 建立不同颗粒尺寸花岗岩试样数值模型, 验证模型的合理性, 加载过程中可观察到其裂纹数量少、分支不明显, 且裂缝面无剧烈折曲, 此现象体现出花岗岩试样的脆性特性.

3) 计算三类颗粒尺寸岩石试样分形值, 由结果可知: 颗粒尺寸越大, 分形值越小. 利用分形维数建立试样细观非均匀性与宏观强度特性的关系, 并得出结论: 随着分形维数增大, 花岗岩试样的抗拉强度和断裂韧度均减小.

参考文献:

[1] 于庆磊, 杨天鸿, 郑超. 岩石细观结构对其变形强度影响的数值分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(11): 3468-3473.
(Yu Qing-lei, Yang Tian-hong, Zheng Chao. Numerical analysis of influence of rock mesostructure on its deformation and strength[J]. *Rock and Solid Mechanics*, 2011, 32(11): 3468-3473.)

[2] Dai F, Wei M D, Xu N W, et al. Numerical investigation of the progressive fracture mechanisms of four ISRM-suggested specimens for determining the mode I fracture toughness of rocks[J]. *Computers and Geotechnics*, 2015, 69: 424-441.

[3] Zhang Z X. An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2016, 39(3): 401-406.

[4] Wei M D, Dai F, Xu N W, et al. Experimental and numerical study on the cracked chevron notched semi-circular bend method for characterizing the mode I fracture toughness of rocks[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2016, 49(5): 1595-1609.

[5] Zhu W C, Niu L L, Li S H, et al. Dynamic Brazilian test of rock under intermediate strain rate: pendulum hammer-driven SHPB test and numerical simulation[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2015, 48(5): 1867-1881.

[6] 周喻, 高永涛, 吴顺川. 等效晶质模型及岩石力学特征细观研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(3): 511-519.
(Zhou Yu, Gao Yong-tao, Wu Shun-chuan. An equivalent crystal model for mesoscopic behavior of rock[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, 34(3): 511-519.)

[7] Wong R H C, Chau K T, Wang P. Microcracking and grain size effect in Yuen long marbles[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences Geomechanics Abstract*, 1996, 33(5): 479-485.

[8] Wang Y S, Hu X Z, Liang L. Determination of tensile strength and fracture toughness of concrete using notched 3-p-b specimens[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, 160: 67-77.

[9] Mavko G, Mukerji T, Dvorkin J. The rock physics handbook: tools for seismic analysis in porous media[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

[10] Hillerborg A. Application of the fictitious crack model to different types of materials[J]. *International Journal of Fracture*, 1991, 51(2): 95-102.

[11] 高峰, 谢和平, 赵鹏. 岩石块度分布的分形性质及细观结构效应[J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(3): 240-246.
(Gao Feng, Xie He-ping, Zhao Peng. Fractal properties of size-frequency distribution of rock fragments and the influence of meso-structure[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1994, 13(3): 240-246.)