

# 动力刀塔传动齿轮根切量的计算方法

梁松, 张义民

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 提出一种基于多项式变异粒子群优化技术的齿轮根切量计算方法. 将多项式变异算子与标准粒子群优化方法相结合, 构造出 PMOPSO 算法. 以渐开线齿轮齿廓参数方程为基础建立齿轮根切量的计算模型, 并讨论了模型的解的情况与根切点位置的关系. 计算动力刀塔中关键齿轮的根切量, 并分析模数和变位系数对根切量的影响. 计算结果表明, 本文方法可以快速确定齿轮根切量, 并根据设计要求灵活调整计算精度. 利用本文方法可以精确分析关键齿轮的根切情况, 有助于提升动力刀塔中齿轮副的传动性能.

**关 键 词:** 根切; 多项式变异算子; 粒子群优化; 动力刀塔; 齿轮变位

**中图分类号:** TH 112.2      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2017)08-1112-06

## An Evaluating Method for Transmission Gear Undercutting in a Power Tool Turret

LIANG Song, ZHANG Yi-min

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.  
Corresponding author: ZHANG Yi-min, E-mail: ymzhang@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** A brief evaluating method for transmission gear undercutting is proposed. The method is based on the technology of polynomial mutation operator and particle swarm optimization (PMOPSO). The undercutting model is established based on the parametric equations for involute gear profiles and the relationship between model solutions and undercutting points is investigated. The as-proposed method is used for evaluating undercutting of key gears in a power turret. The effects of modules and modification coefficients on undercutting are studied. The results imply that the proposed method is able to calculate gear undercutting rapidly. Meanwhile, the accuracy is geared to design requirements flexibly. The situation of key gear undercutting can be analyzed accurately by the proposed way, which may contribute to improve the transmission performance of turrets.

**Key words:** undercutting; polynomial mutation operator; particle swarm optimization; power tool turret; gear modification

在某型动力伺服刀塔的传动系统设计中,合理调整系统中传动齿轮的变位系数和根切量,能够显著改善齿轮啮合对的传动性能,进而降低换刀过程中刀盘的残余振动;因而准确建立根切量和根切点位置与齿轮设计参数的对应关系,并计算变位齿轮的根切量,成为动力刀塔传动系统设计研究中的重要问题. 本文给出一种较为简便的动力刀塔传动齿轮根切量的计算方法.

众多学者对齿轮根切量的计算问题进行过深入研究. 陈奇等<sup>[1]</sup>在建立变位齿轮的齿根过渡曲线方程的基础上,通过程序完成变位齿轮的全齿廓数据的精确计算,并利用宏命令接口将数据输入到三维设计软件中,但文中并未具体说明齿面渐开线与齿根过渡曲线交点的确定方法. 齿轮根切量及根切点位置的确定方式主要有间接法和直接法. 间接方法是先计算根切量,再根据参数方程

收稿日期: 2016-08-09

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(2014CB046303);“高档数控机床与基础制造装备”科技重大专项(2013ZX04011-011);国家自然科学基金资助项目(51575094,51575095).

作者简介: 梁松(1986-),男,辽宁沈阳人,东北大学博士研究生;张义民(1958-),男,吉林长春人,东北大学教授,博士生导师,教育部“长江学者奖励计划”特聘教授.

确定根切点位置. 间接方法计算量较小, 但涉及变量较多, 求解精度不易控制. 直接方法是计算参数曲线的交点得到根切点的位置坐标, 进而计算根切量. 直接方法计算量较大, 便于模块化计算, 容易控制求解精度. 本文采用直接方式计算齿轮根切量及根切点位置.

本文给出一种基于多项式变异粒子群优化的齿轮根切量计算方法. 给出多项式变异粒子群优化 (PMOPSO) 算法的基本公式及算法参数的选取原则; 建立根切点位置和根切量的计算模型; 讨论计算模型解的情况与根切点位置的关系, 以及变位系数和模数对根切量的影响情况.

## 1 根切量的常用计算方法

齿轮的根切量  $h_u$  是齿轮齿廓根切点到基圆

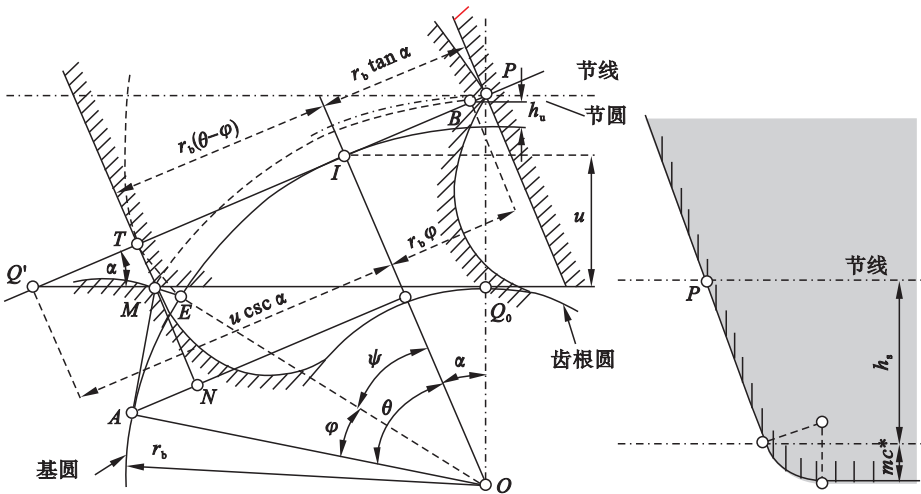


图 1 根切量的计算公式和齿条型刀具直线切削刃  
Fig. 1 Undercutting and edge of rack-type tool

$$\varphi = \frac{\theta - \sin \theta}{1 - \cos \theta}.$$

于是将式(1)的方程转化为关于  $\theta$  的一元非线性方程:

$$(\theta \tan \alpha - \eta) \cos \theta + (\theta - \tan \alpha) \sin \theta + \eta = 0. \quad (2)$$

其中  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 常数  $\eta = \frac{u}{r_b \cos \alpha} - 2$ . 求解得到  $\theta^*$ , 进而得到

$$\varphi^* = \frac{\theta^* - \sin \theta^*}{1 - \cos \theta^*}.$$

于是计算齿轮的根切量  $h_u$ :

$$\frac{h_u}{r_b} = \sqrt{(\varphi^*)^2 + 1} - 1.$$

会田俊夫<sup>[3]</sup>还给出了  $h_u$  的近似计算公式:

$$\frac{h_u}{r_b} \approx \frac{\lambda^2}{8} \times \left( \frac{1}{1 + \frac{1.4818 - 0.1538 \tan \alpha}{2 \tan \alpha} \lambda} \right). \quad (3)$$

的径向距离. 由图 1 所示的几何关系, 给出关于  $\theta$  和  $\varphi$  的方程, 其中  $M$  是根切点.

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta - \varphi \cos \theta &= \theta - \varphi, \\ \cos \theta + \varphi \sin \theta + [\lambda - (\theta - \varphi)] \tan \alpha &= 1, \\ \lambda &= \frac{u}{r_b \sin \alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

如图 1 所示, 计算根切点的初始切入量  $u$ :

$$u = h_s - r_b \tan \alpha \sin \alpha.$$

式中: 刀具直线切削刃齿顶高  $h_s = m(h_\alpha^* - \chi)$ , 这里一般有变位系数  $\chi < 0$ ;  $m$  是模数;  $h_\alpha^*$  是齿顶高系数;  $r_b$  是基圆半径;  $\alpha$  是分度圆压力角;  $\lambda$  是中间变量.

求解式(1)中的方程可得到  $\varphi^*$ , 但式(1)中的超越方程求解困难. 叶松林<sup>[2]</sup>给出了一种处理方法, 由式(1)得

其中  $\lambda$  由式(1)确定.

由  $h_u$  可得根切点到基圆圆心距离  $r_M$  和根切点的压力角  $\alpha_M$ :

$$\left. \begin{aligned} r_M &= h_u + r_b, \\ \alpha_M &= \arccos(r_b / r_M). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

于是由式(6)得到根切点  $M$  的位置坐标.

叶松林方法(式(2))和会田俊夫公式(式(3))是传统的齿轮根切量计算方法, 其仅能确定齿轮根切量的值, 并不能给出根切点的位置坐标, 这显然无法满足动力刀塔传动齿轮设计中需要精确分析根切情况的需求.

## 2 PMOPSO 算法

多项式变异粒子群优化 (PMOPSO) 方法的基本思想是, 在粒子群演化过程中, 利用多项式变

异算法对当前粒子进行扰动,并以一定的概率接受劣化解.随着时间的推移,劣化解的接受概率逐渐趋于零,PMOPSO 算法也逐渐收敛于最优解.在搜索后期,多项式变异算子产生的新点逐渐逼近当前点,因而可提升 PMOPSO 算法的局部搜索精度.PMOPSO 算法是对标准粒子群优化<sup>[4-5]</sup>方法的改进,适用于含有复杂非线性约束的连续型变量的数学优化问题.

本文采用含有固定边界约束的多项式变异算子<sup>[6]</sup>.已知当前点  $p$  和变异新点  $x$  满足  $x, p \in [x_l, x_u]$ ,则定义扰动因子

$$\delta = \frac{x - p}{x_u - x_l},$$

于是得到扰动因子  $\delta$  的计算公式<sup>[7]</sup>:

$$\delta = \begin{cases} [2u(1-2v) + 2v]^{1/(\eta+1)} - 1, & u \in [0, 0.5]; \\ 1 - [2u(2v-1) + 2(1-v)]^{1/(\eta+1)}, & u \in (0.5, 1]. \end{cases}$$

其中随机数  $u \sim U(0, 1)$ ,  $v = 0.5(1 - \beta)^{\eta+1}$ , 常数  $\beta$  的计算公式是  $\beta = \frac{\min(p - x_l, x_u - p)}{x_u - x_l}$ . 分布常数

是  $\eta = \frac{t}{t_{\max}} \cdot \eta_{\max}$ , 一般取  $\eta_{\max} \in [30, 50]$ . 于是得到

变异新点  $x$  的计算公式是  $x = p + \delta(x_u - x_l)$ . 图 2 是含有固定边界的多项式变异算子产生变异新点相对于当前点的概率密度函数,图中给出了样本量为  $10^4$  的多项式变异算子在各区间的样本频率,其中  $f(x)$  是概率密度函数.

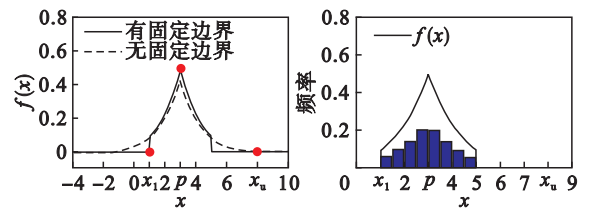


图 2 多项式变异算子的概率密度函数曲线  
Fig. 2 Probability density function of PMO

粒子群优化算法设计中,这里采用带有惯性权重  $\omega_t$  和收缩因子  $\chi_0$  的粒子群进化方程:

$$\begin{cases} v_j' = \omega_t v_j' + c_1 r_1 (p_j - x_j') + c_2 r_2 (N_j - x_j'), \\ v_j^{t+1} = \chi_0 v_j', \\ x_j^{t+1} = x_j' + v_j^{t+1}. \end{cases}$$

其中,惯性权重采用线性递减的计算公式:

$$\omega_t = \omega_{\max} - (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \cdot \frac{t}{t_{\max}}.$$

式中: $t$  是进化时间; $\omega_t$  是  $t$  时刻惯性权重的值; $\omega_{\min}$  和  $\omega_{\max}$  是惯性权重的取值范围; $t_{\max}$  是进化时

间的最大值.

PMOPSO 方法中的算法参数和种群拓扑结构对优化设计问题的求解精度和计算复杂度的影响很大.在满足计算精度要求的条件下,尽量降低种群规模和最大进化次数,以降低计算复杂度.这里采用环形邻域拓扑结构,个体的邻域半径约为种群规模的  $1/5$ .

3 数学模型

如图 3 所示,以齿轮圆心为原点  $O$ ,齿轮轮齿中心线为  $y$  轴建立直角坐标系  $xOy$ .齿廓包含 4 段曲线:齿根圆弧曲线  $AB$ ,齿根过渡曲线  $BM$ ,齿面渐开线  $MD$  和齿顶圆弧曲线  $DE$ .齿根过渡曲线与齿面渐开线的交点是根切点,并记作  $M$ . $M$  点是齿根过渡曲线与齿面渐开线的过渡点.当齿根过渡曲线与齿面渐开线相交于  $M$  点时,范成产生的渐开线齿面的一部分被刀具切去,产生根切现象.当齿根过渡曲线与齿面渐开线相切时, $M$  是切点,而且无根切. $M$  点又可称为过渡点.

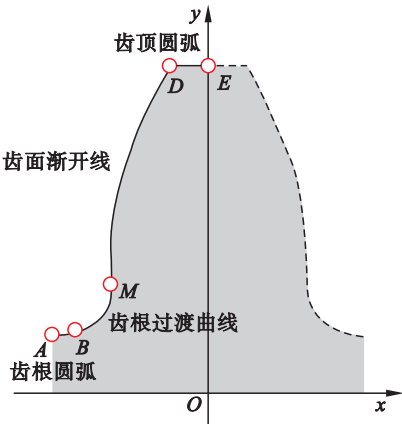


图 3 渐开线齿廓几何模型  
Fig. 3 Geometric model of involute tooth profile

文献[8]给出了图 3 中齿根过渡曲线和齿面渐开线的参数方程.关于参数  $\alpha'$  的齿根过渡曲线的参数方程是

$$\begin{cases} x_1 = (\frac{a_1}{\sin \alpha'} + r_0) \cos(\varphi - \alpha') - r \sin \varphi, \\ y_1 = (\frac{a_1}{\sin \alpha'} + r_0) \sin(\varphi - \alpha') + r \cos \varphi. \end{cases} \quad (5)$$

式中: $x_1$  和  $y_1$  是齿根过渡曲线上点的坐标; $\varphi$  是中间变量并与  $\alpha'$  相关.齿根过渡曲线参数的取值范围是  $\alpha' \in [\alpha'_{\min}, \frac{\pi}{2}]$ .其中  $\alpha'_{\min}$  为过渡曲线参数  $\alpha'$  的最小值.齿轮存在根切时, $\alpha'_{\min}$  小于  $\alpha$ .  $a_1, r_0$  和  $r$  均是常数,其计算公式如下:

$$\begin{aligned} r_0 &= \frac{mc^*}{1 - \sin \alpha}, \\ a &= m(h_a^* + c^*) - r_0, \\ b &= \frac{\pi m}{4} + mh_a^* \tan \alpha + r_0 \cos \alpha, \\ a_1 &= a - \chi m, \\ \varphi &= \frac{1}{r}(a_1 \cot \alpha' + b). \end{aligned}$$

关于参数  $\alpha_k$  的齿面渐开线的参数方程是

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= r_b [\sin(\gamma - \delta) - \gamma \cos(\gamma - \delta)], \\ y_2 &= r_b [\cos(\gamma - \delta) + \gamma \sin(\gamma - \delta)]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中  $x_2$  和  $y_2$  是齿面渐开线上点的坐标. 齿面渐开线参数的取值范围是  $\alpha_k \in [\alpha_M, \alpha_a]$ .  $\alpha_M$  是根切点  $M$  处的齿面渐开线压力角,  $\alpha_a$  是齿顶圆压力角.

$$\begin{aligned} \alpha_a &= \arccos \left[ \frac{r_b}{r + (h_a^* + \chi)m} \right], \\ \delta &= \frac{\pi}{2z} + \frac{2\chi \tan \alpha}{z} + \tan \alpha - \alpha. \end{aligned}$$

式中:  $\delta, r_b$  是常数;  $\gamma = \tan \alpha_k$ .

如图 3 所示,  $M$  点是过渡曲线与齿面渐开线的交点. 计算根切点  $M$  位置的问题可以转化为求齿根过渡曲线与齿面渐开线上最小距离点的问题, 这里采用 PMOPSO 算法求解. 建立确定根切点  $M$  位置的数学模型:

$$\begin{aligned} &\min f(\alpha', \alpha_k); \\ \text{s. t. } &\alpha' \in (0, \frac{\pi}{2}], \alpha_k \in [0, \alpha_a]. \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $f(\alpha', \alpha_k) = [x_1(\alpha') - x_2(\alpha_k)]^2 + [y_1(\alpha') - y_2(\alpha_k)]^2$ .  $x_1(\alpha')$  和  $y_1(\alpha')$  由式 (5) 确定;  $x_2(\alpha_k)$  和  $y_2(\alpha_k)$  由式 (6) 确定. 式 (7) 中优化模型的理论解满足目标函数  $f(\alpha'^*, \alpha_k^*) = 0$ , 即两条曲线上的最小距离点是相交点. 式 (7) 的求解精度可根据设计要求灵活调整. 在得到根切点  $M$  的坐标  $(x_M, y_M)$  后, 由式 (4) 可确定齿轮的根切量.

以下讨论式 (7) 中优化模型的解的数量与根切点位置的关系. 定义根切临界齿数  $z_0^*$ :

$$z_0^* = \frac{2(1 - \chi)}{\sin^2 \alpha}.$$

基圆临界齿数  $z_1^*$  是

$$z_1^* = \frac{2(h_a^* + c^* - \chi)}{1 - \cos \alpha}.$$

一般地, 对于  $h_a^* = 1.0$  和  $c^* = 0.25$  可以得到  $z_0^*, z_1^*$  和变位系数  $\chi$  的函数关系, 如图 4 所示, 其中满足  $z \geq z_1^* > z_0^*$ . 如图 5 所示, 根切量  $h_u$  是根切点  $M$  到基圆的距离. 根据齿轮齿数和临界齿

数的关系, 可以分三种情况讨论.

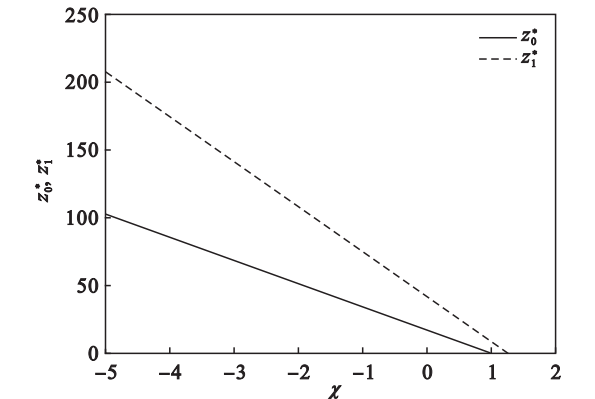


图 4 临界齿数  $z_0^*, z_1^*$  与变位系数  $\chi$  的关系  
Fig. 4 Critical number  $z_0^*, z_1^*$  vs. modification coefficient  $\chi$

当  $z < z_0^*$  时, 有  $r_b > r_f$ . 如图 5a 所示, 过渡曲线与齿面渐开线只有一个交点, 存在根切. 此时式 (7) 存在唯一解, 过渡点  $M$  是根切点.

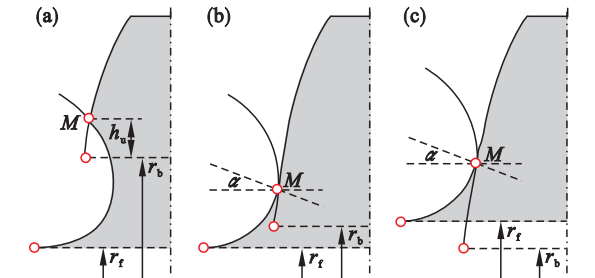


图 5 过渡曲线与齿面渐开线的交点位置  
Fig. 5 Crossover point of transmit curve and involute curve  
(a) —  $z < z_0^*$ ; (b) —  $z_0^* \leq z < z_1^*$ ; (c) —  $z \geq z_1^*$ .

当  $z_0^* \leq z < z_1^*$  时, 有  $r_b > r_f$ . 如图 5b 所示, 过渡曲线与齿面渐开线相切, 无根切. 过渡点  $M$  是切点, 其对应的过渡曲线参数是  $\alpha'_M = \alpha$ .

当  $z \geq z_1^*$  时, 有  $r_b < r_f$ . 如图 5c 所示, 过渡曲线与齿面渐开线相切, 无根切. 过渡点  $M$  是切点, 其对应的过渡曲线参数是  $\alpha'_M = \alpha$ .

式 (7) 中, 若  $z < z_0^*$  则存在根切点, 且存在唯一解; 若  $z \geq z_0^*$ , 则不存在根切, 过渡点  $M$  是切点, 且有  $\alpha'_M = \alpha$ .

综上所述, 当齿数小于根切临界齿数时, 式 (7) 的解是唯一的, 过渡曲线与齿面渐开线有唯一交点; 否则, 两曲线相切, 且切点处的压力角等于齿轮分度圆压力角. 因而, 式 (7) 中的优化模型总是存在唯一解, 这给问题的求解提供了很大的便利.

## 4 计算实例

本节以动力伺服刀塔传动系统中的某关键齿



轮为研究对象,其基本设计参数和 PMOPSO 算法参数如表 1 所示. PMOPSO 算法采用了较小的种群规模. 根切点位置与齿面渐开线的起始位置较为接近,选取计算初值时可以认为根切点与齿面渐开线的起始位置重合. 在本文的计算方法基础上开发了动力刀塔传动齿轮的辅助设计程序<sup>[9]</sup>.

表 1 齿轮设计参数和 PMOPSO 算法参数 Table 1 Gear design parameters and PMOPSO algorithm parameters		
参数	符号	值
模数	$m$	2.5/3.0/3.5
齿数	$z$	12
分度圆压力角	$\alpha$	
变位系数	$\chi$	-0.5~0.0
齿高系数	$h_a^*$	1.0
顶隙系数	$c^*$	0.25
种群规模	$N_{\text{popsize}}$	5
最大进化次数	$N_{\text{maxgen}}$	200
邻域半径	$R_n$	4

图 6a 是粒子种群中最佳个体在解空间中的运动轨迹. 图 6b 是粒子种群中最佳个体所对应的目标函数值的演化曲线. 在搜索初期,种群最佳个体与理论最优解的距离较远,种群中个体的目标函数值较大. 随着搜索的推进,最佳个体的运动轨迹迅速逼近理论最优解,种群中个体的目标函数值迅速下降,种群整体性能逐步提升. 当时间  $t > 20$  时,种群中最佳个体对应的目标函数值已逐渐收敛于零,种群演化接近尾声时,种群性能也已逐渐稳定.

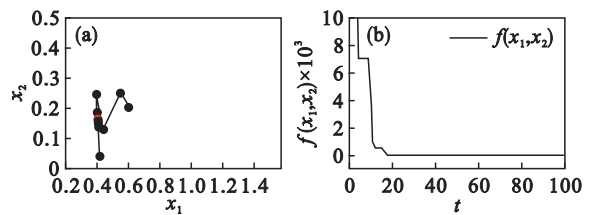


图 6 PMOPSO 算法中种群的演化过程  
Fig. 6 Evolution of population in PMOPSO  
(a)—当前最优值  $x$  运动轨迹;  
(b)—目标函数  $f(x)$  的演化曲线.

图 7 是  $m = 3.0$ 、变位系数不同时,齿面渐开线轮廓与根切点位置的演化情况. 当  $\chi = -0.5$  时,齿根过渡曲线已深入齿廓内部,齿面渐开线长度缩短,齿根过渡曲线逐渐伸长. 相比于  $\chi = 0$  的情形,根切点的位置略有升高,根切量增大. 同时,齿廓顶部的厚度增加. 这里可以根据设计要求灵

活地调整根切点位置的计算精度.

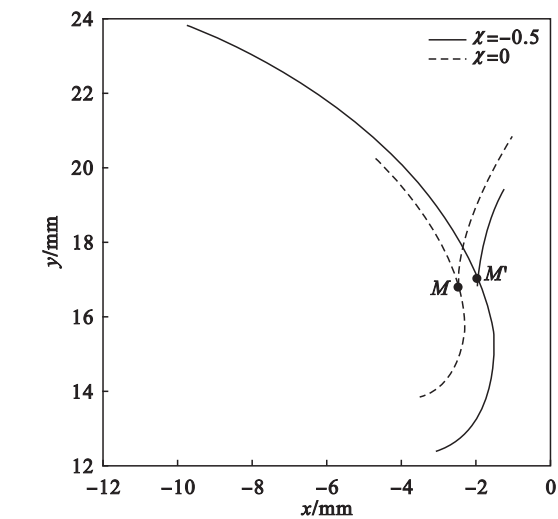


图 7 根切点位置与变位系数的关系  
Fig. 7 Undercutting point and modification coefficient

如图 8 所示,分别采用叶松林方法<sup>[2]</sup>、会田俊夫公式<sup>[3]</sup>和本文提出的方法计算齿轮的根切量,得到根切量  $h_u$  随变位系数  $\chi$  的变化曲线. 图 8 中,  $\chi = 0$  附近,齿轮的根切量较小,不同方法的根切量计算结果一致性最佳;在  $\chi = -0.5$  附近,根切量较大,不同方法的计算值存在微小差异,其中本文方法得到的值略高于其他方法. 会田俊夫公式是一个近似计算公式,当变位量增大时,根切量的计算精度有所下降. 相比之下叶松林方法和本文方法的计算结果一致性较好,稳定性较高.

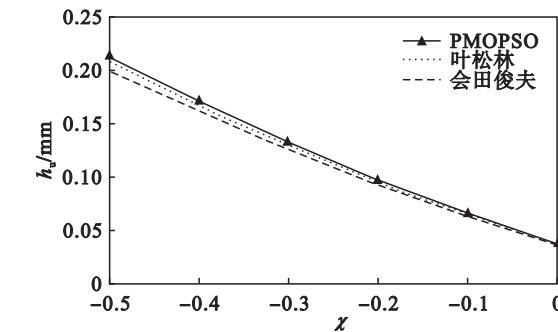


图 8 不同计算方法的根切量变化曲线  
Fig. 8 Undercutting curves using different methods

图 9 是在模数  $m$  和变位系数  $\chi$  取不同的值时,采用本文提出的方法得到的根切量变化曲线. 模数  $m$  一定时,根切量  $h_u$  与变位系数  $\chi$  的变化关系接近于线性. 随着变位系数  $\chi$  的增大,根切量  $h_u$  逐渐减小. 变位系数  $\chi$  一定时,随着模数  $m$  的增大,根切量  $h_u$  逐渐增大. 变位系数  $\chi$  值较小时,模数  $m$  的变化对根切量  $h_u$  的影响较大.

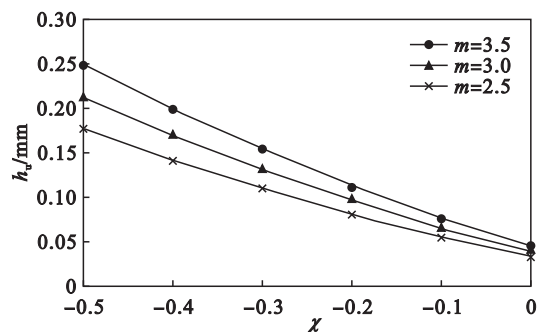


图 9 根切量的变化规律  
Fig. 9 Undercutting addendum

图 10 是动力刀塔传动齿轮辅助设计程序的图形界面。用户通过图形界面输入设计参数,本程序输出相应的齿轮几何模型。程序支持含有根切和几何偏心的齿轮模型。本文中提出的计算方法应用于该程序中的根切点位置计算模块。

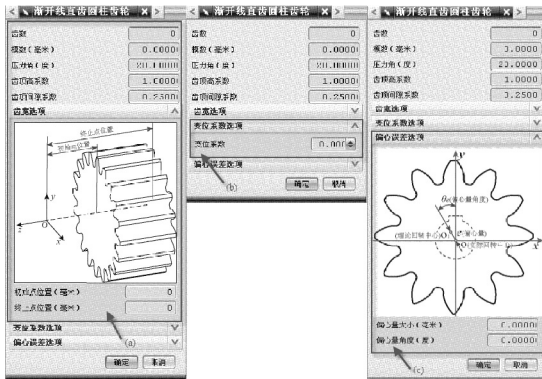


图 10 动力刀塔传动齿轮辅助设计程序的图形界面  
Fig. 10 Aided design program GUI for transmission gears in a power tool turret

## 5 结 语

本文给出了一种基于 PMOPSO 技术的齿轮根切量的计算方法。首先,以渐开线齿轮齿廓参数方程为基础,建立根切点的计算模型并确定齿轮根切量。然后,以动力刀塔中关键齿轮为研究对象并计算其根切量,同时分析变位系数和模数对根切量的影响规律。最后由分析结果可知,相比于已有的计算方法,本文提出的方法在应用灵活性和计算精度上具有显著优势。本文方法可以准确分析关键齿轮的根切情况,这有助于提升动力刀塔

中齿轮副的传动性能。

## 参考文献:

[1] 陈奇,赵韩,黄康. 变位齿轮的齿根过渡曲线精确计算及在 CATIA 中工程图的快速实现[J]. 工程图学学报,2010,31(5):163-168.  
(Chen Qi,Zhao Han,Huang Kang. Accurate calculation of dedendum transition curve of profile shifted gear and its fast realization of engineering drawing in CATIA[J]. *Journal of Engineering Graphics*,2010,31(5):163-168.)

[2] 叶松林. 渐开线齿廓根切点位置的精确计算[J]. 仪表技术与传感器,1988(3):22-24.  
(Ye Song-lin. Accurate calculation of undercutting point location of involute tooth profile[J]. *Instrument Technology and Sensor*,1988(3):22-24.)

[3] 会田俊夫. 齿轮的设计和制造:第一卷 圆柱齿轮的设计[M]. 金公望,译. 北京:中国农业机械出版社,1983.  
(Toshio A. Gear design and manufacturing: vol. 1 design of cylindrical gear[M]. Translated by Jin Gong-wang. Beijing: China Agricultural Machinery Press,1983.)

[4] Kennedy J. The particle swarm: social adaptation of knowledge [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Indianapolis:IEEE, 1997:303-308.

[5] Shi Y, Eberhart R. A modified particle swarm optimizer [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence. Washington D C: IEEE, 1998: 69-73.

[6] Deb K, Beyer H G. Self-adaptive genetic algorithms with simulated binary crossover [J]. *Evolutionary Computation*, 2001,9(2):197-221.

[7] Deb K,Agrawal S. A niched-penalty approach for constraint handling in genetic algorithms [M]//Artificial Neural Nets and Genetic Algorithms. Vienna: Springer-Vienna, 1999: 235-243.

[8] 梁松,李海波,张义民. 基于 C 和 gnuplot 的渐开线齿轮辅助几何设计程序开发[J]. 工程设计学报,2014,21(1): 80-86.  
(Liang Song, Li Hai-bo, Zhang Yi-min. Development of auxiliary geometric design software for involute gear based on the C and gnuplot [J]. *Chinese Journal of Engineering Design*,2014,21(1):80-86.)

[9] 东北大学. 动力伺服刀塔直齿圆柱齿轮辅助参数化设计软件 1.0;2013SR127443[CP]. 2013.  
(Northeastern University. Aided parametric design software for spur cylindrical gear in power tool turrets 1.0; 2013SR127433[CP]. 2013.)