

# 机动飞行中转子轴承系统新型碰摩的动力学行为

李小彭, 李加胜, 李木岩, 闻邦椿

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 采用考虑转静间隙变化和叶片数的新型碰摩模型, 同时考虑转子在机动飞行条件下引起的机动载荷和滚动轴承非线性赫兹接触力, 建立了转子-滚动轴承-碰摩耦合系统非线性动力学微分方程. 利用数值方法分析了转速和机动载荷对系统动力学行为的影响. 研究表明: 机动飞行条件下碰摩转子系统亚谐波共振幅值增加; 低速时, 碰摩主要激发高频振动, 高速时则激发低频振动; 机动载荷增加使转子系统振动增大, 从而引起转子与定子间的碰摩.

**关 键 词:** 机动飞行; 碰摩模型; 转子-轴承-碰摩耦合; 动力学模型; 非线性振动

**中图分类号:** U 463.51 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2017)08-1118-05

## Dynamics of Rotor Bearing System with New Rubbing Model in Maneuvering Flight

LI Xiao-peng, LI Jia-sheng, LI Mu-yan, WEN Bang-chun

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: LI Xiao-peng, E-mail: xpli@me.neu.edu.cn)

**Abstract:** A new rubbing model is proposed, which considers the change in rotor-stator clearance and the number of blades. The maneuver load caused by maneuvering flight and nonlinear Hertz contact force of rolling bearing are also considered. The nonlinear dynamic differential equation of rotor-ball bearings-rubbing coupling system is established by using the finite element method. The effects of rotational speed and maneuver load on the dynamic behavior of the system are analyzed. It is shown that the sub-harmonic resonance of rotor system increases under the rubbing fault. The high frequency components are excited by the rubbing fault at lower speeds, while the low frequency components are excited by the rubbing fault at high speeds. The maneuver load makes the rotor's vibration increase, which may result in the rubbing fault between the rotor and the stator.

**Key words:** maneuvering flight; rubbing model; rotor-bearing-rubbing coupling; dynamic model; nonlinear vibration

为提高航空发动机效率, 转子和定子之间的间隙被设计得越来越小, 从而转静间的碰摩故障成为最常见的振动故障之一<sup>[1-3]</sup>. 碰摩主要分为弹性<sup>[4]</sup>和刚性碰摩<sup>[5]</sup>, 弹性碰摩假设静子为弹性体, 不考虑碰撞效应, 被广泛应用于航空发动机的建模分析中<sup>[6-7]</sup>.

文献[8]研究了机动载荷对转子碰摩系统的非线性动力学响应, 探索了系统的周期、准周期与混沌运动. 文献[9]研究了带有分数阶阻尼的碰

摩转子系统的非线性动力学特性, 包括倍周期分岔、突变和准周期运动. 文献[10]提出了一种新型叶片-机匣碰摩模型, 考虑了叶片数目和动态转静间隙, 研究了转子机匣间单点、多点、局部和全周碰摩特性.

本文在前人研究的基础上, 考虑新型叶片机匣碰摩模型, 利用有限元法建立了机动飞行中的双盘转子滚动轴承系统动力学方程. 采用 Newmark- $\beta$  积分法求解系统的非线性响应. 研

究了转速和机动载荷对系统碰摩的影响。

## 1 系统模型

### 1.1 新型碰摩模型

图 1 为新型碰摩模型<sup>[10]</sup>,假设叶片均匀安装数量为  $N$ ,在  $t$  时刻,第  $i$  个叶片和  $x$  轴的夹角为  $\theta_{b,i} = \frac{2\pi}{N} + \omega t$ . 转子在  $x$  和  $y$  方向的振动位移为  $x_r, y_r$ ;转子第  $i$  个叶片的径向位移为

$$r_{b,i} = x_r \cos \theta_{b,i} + y_r \sin \theta_{b,i}. \quad (1)$$

设  $c(\theta_{b,i})$  为叶片与机匣的径向间隙,当  $r_{b,i} \leq c(\theta_{b,i})$  时,不发生碰摩;当  $r_{b,i} > c(\theta_{b,i})$  时,发生碰摩. 作用在转子第  $i$  个叶片上的法向碰摩力  $F_{n,i}$  和切向力碰摩力  $F_{t,i}$  为

$$F_{n,i} = \frac{1}{2} K_r \cdot \{ [r_{b,i} - c(\theta_{b,i})] + | [r_{b,i} - c(\theta_{b,i})] | \}, \quad (2)$$

$$F_{t,i} = \mu_r F_{n,i}. \quad (3)$$

式中:  $K_r$  为碰摩刚度;  $\mu_r$  为摩擦系数. 将  $F_{n,i}$  和  $F_{t,i}$  在  $x, y$  方向分解为

$$\left. \begin{aligned} F_{n,ix} &= -F_{n,i} \cos \theta_{b,i}; \\ F_{n,iy} &= -F_{n,i} \sin \theta_{b,i}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$c(\theta_{b,i}) = \begin{cases} D - A, & |\theta_{b,i} - \theta| < \beta/2, \quad 0 < \theta_{b,i} \leq 2\pi; \\ D - A \left[ 0.5 - 0.5 \cos \frac{\pi(\theta_{b,i} - \theta)}{\beta/2} \right], & \beta > |\theta_{b,i} - \theta| > \beta/2, \quad 0 < \theta_{b,i} \leq 2\pi; \\ D, & |\theta_{b,i} - \theta| > \beta, \quad 0 < \theta_{b,i} \leq 2\pi. \end{cases} \quad (7)$$

设在  $\theta_{b,i}$  角度处,机匣局部变形量为  $A$ ,并且在  $\pm \beta$  范围以余弦函数变化.  $D$  为初始间隙. 基于此函数可在机匣不同位置设置多个局部变形来研究多点碰摩. 本文只对单点碰摩进行研究.

### 1.2 机动飞行模型

转子-轴承系统有限元模型如图 2 所示.  $m_1, m_2, m_{b1}, m_{b2}$  分别为转子 1、转子 2、左端轴承外圈、右端轴承外圈的集中质量;  $J_{d,i}, J_{p,i} (i = 1, 2)$  分别为转子 1 和转子 2 的直径转动惯量和极转动惯量;  $k_{b1}, k_{b2}$  分别为左端、右端轴承外圈与轴承座的连接刚度;  $c_{b1}, c_{b2}$  分别为左端、右端轴承外圈与轴承座的连接阻尼; 轴段采用 Rayleigh 梁模型,分为 6 个节点,每一个节点有 4 个自由度  $\boldsymbol{\mu} = (x \ y \ \theta_x \ \theta_y)$ ,  $x, y$  分别为节点在  $x, y$  方向的振动位移,  $\theta_x, \theta_y$  分别为节点在  $x, y$  方向的转角; 每段轴长为  $l_i (i = 1, \dots, 5)$ .

$$\left. \begin{aligned} F_{t,ix} &= F_{t,i} \sin \theta_{b,i}; \\ F_{t,iy} &= -F_{t,i} \cos \theta_{b,i}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

则  $t$  时刻作用在转子上的总碰摩力为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \sum_{i=1}^N F_{n,ix}; \\ F_y &= \sum_{i=1}^N F_{n,iy}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

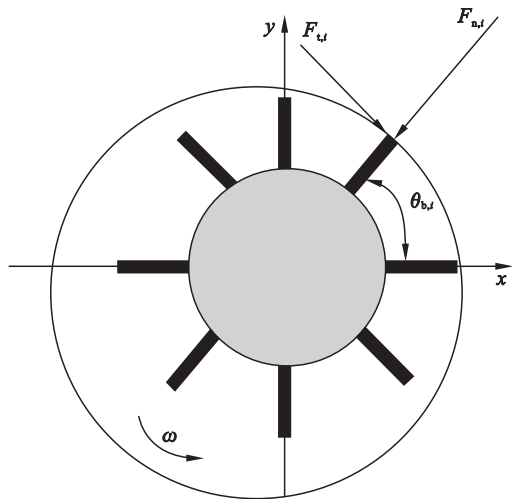


图 1 新型转子碰摩模型  
Fig. 1 New rotor rubbing model

转静间隙函数  $c(\theta_{b,i})$  如下:

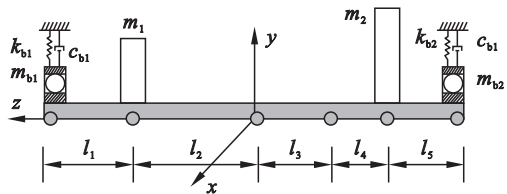


图 2 转子-滚动轴承系统模型  
Fig. 2 Rotor-bearing system model

假设飞机以角速度  $\omega_h$  和航行速度  $v$  作水平盘旋,则在每个节点上产生的机动载荷为<sup>[11]</sup>

$$\boldsymbol{F}_{h,i} = [m_i \omega_h v, 0, J_{p,i} \omega_h \omega, 0]^T. \quad (8)$$

### 1.3 滚动轴承模型

滚动轴承模型如图 3 所示,设轴承径向间隙为  $\delta_0$ ,滚轴数目为  $N_b$ ,赫兹接触刚度为  $K_b$ ,保持架旋转速度  $\omega_c = \frac{r_i}{r_i + r_o} \omega$ ,  $r_i$  为轴承内圈半径,  $r_o$

为轴承外圈半径,  $\omega$  为转子转速. 滚动轴承力为

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = -K_b \sum_{j=1}^{N_b} \delta_j^{1.5} H(\delta_j) \begin{bmatrix} \cos\theta_j \\ \sin\theta_j \end{bmatrix}. \quad (9)$$

式中:  $\delta_j = y \cos\theta_j + x \sin\theta_j - \delta_0$ ;

$$\theta_j = \frac{2\pi}{N_b}(j-1) + \omega_c t;$$

$$H(\bullet) = \begin{cases} 1, & \bullet > 0; \\ 0, & \bullet \leq 0. \end{cases} \quad j=1, \dots, N_b.$$

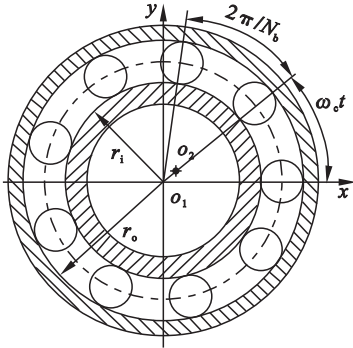


图 3 滚动轴承模型示意图  
Fig. 3 Roll bearing model

#### 1.4 系统动力学方程

利用有限元法建立转轴和转盘的力学方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{C} + \mathbf{G})\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_h + \mathbf{G}. \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{M}$  为质量矩阵,  $\mathbf{C}$  为材料阻尼矩阵,  $\mathbf{G}$  为陀螺矩阵,  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵,  $\mathbf{F}_e$  为不平衡力,  $\mathbf{F}_b$  为滚动轴承非线性赫兹接触力向量,  $\mathbf{F}_p$  为碰摩力向量,  $\mathbf{F}_h$  为机动载荷向量,  $\mathbf{G}$  为重力场向量.

滚动轴承外圈振动动力学方程为

$$\left. \begin{aligned} m_{b,i} \ddot{x}_{b,i} + c_{b,i} \dot{x}_{b,i} + k_{b,i} x_{b,i} &= F_{r,xi}, \\ m_{b,i} \ddot{y}_{b,i} + c_{b,i} \dot{y}_{b,i} + k_{b,i} y_{b,i} &= F_{r,yi} - m_{b,i} g. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中:  $F_{r,xi}$ ,  $F_{r,yi}$  ( $i=1,2$ ) 为左右两端轴承外圈受到的  $x, y$  方向非线性赫兹接触力. 采用 Newmark- $\beta$  法求解系统动力学响应. 系统主要参数: 弹性

模量  $E=209$  GPa, 泊松比  $\nu=0.3$ , 材料密度  $\rho=7850$  kg/m<sup>3</sup>,  $m_1=15$  kg,  $m_2=20$  kg,  $m_{b1}=2$  kg, 转盘 1/转盘 2 的偏心距  $e=0.03$  mm,  $m_{b2}=2$  kg, 转轴半径  $r=40$  mm,  $J_{d,i}$  ( $i=1,2$ ) =  $0.0375$  kg·m<sup>2</sup>,  $k_{b1}=2.5 \times 10^7$  N/m,  $k_{b2}=2.5 \times 10^7$  N/m,  $c_{b1}=c_{b2}=1000$  N·m/s,  $l_1=0.1$  m,  $l_2=0.2$  m,  $l_3=0.15$  m,  $l_4=0.05$  m,  $l_5=0.1$  m,  $r_i=40.1$  mm,  $r_o=63.9$  mm,  $\delta_0=0.05$  mm,  $K_b=5 \times 10^9$  N/m,  $\omega_h=0.05$  rad/s,  $\nu=100$  m/s,  $N=10$ ,  $K_r=3 \times 10^6$  N/m,  $\mu_r=0.02$ ;  $D=0.08$  mm,  $A=0.04$  mm,  $\beta=20^\circ$ ,  $g=9.8$  m/s<sup>2</sup>.

## 2 数值分析与讨论

### 2.1 转速对碰摩的影响

图 4a 为不考虑碰摩故障时转盘 2 在  $x$  方向振动位移的全局分岔图. 由图 4a 可见, 转速在  $400 \sim 1060$  rad/s 之间时, 系统以周期 1 形式运动, 转速在  $600$  rad/s 附近时系统出现跳跃, 振幅达到最大, 可知此转速为系统一阶临界转速  $\omega_b$ ; 当转速在  $1061 \sim 1210$  rad/s 时, 系统发生倍周期分岔运动; 在  $1210 \sim 2100$  rad/s 内, 系统主要运动形式为拟周期和混沌, 并伴有倍周期和多倍周期运动, 在  $1310 \sim 1320$  rad/s 内出现了拟周期分岔; 转速在  $2100 \sim 2200$  rad/s 时系统又回归周期 1 运动.

图 4b 为转盘 2 处考虑碰摩故障时在  $x$  方向振动位移的全局分岔图. 系统全局振幅都有一定增加, 当转速在  $400 \sim 500$  rad/s 时系统以拟周期运动,  $500 \sim 800$  rad/s 附近系统发散, 说明在一阶临界转速附近系统发生失稳;  $800 \sim 950$  rad/s 时以周期 1 运动, 随后进入拟周期; 在  $1050 \sim 1130$  rad/s 时为周期 1 运动, 随后通过倍周期运动进入拟周期运动, 在  $1820 \sim 1990$  rad/s 内出现了拟周期分岔, 随后再次通向拟周期.

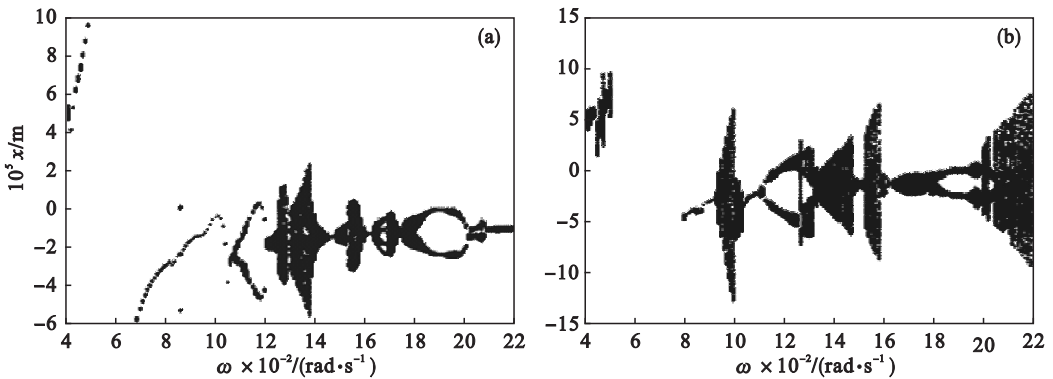


图 4 系统分岔图

Fig. 4 Bifurcation diagram

(a) 无碰摩; (b) 有碰摩.

图 5a 为无碰摩时转盘 2 在  $x$  方向振动位移的三维频谱图,由图可见, $\omega$  和  $\omega_c$  分别是转频和滚动轴承保持架旋转频率;在转速满足  $\omega \approx 2\omega_b$  时,系统中出现  $f = \omega/2$  的频率成分,此时系统被激发了  $1/2$  亚谐共振,在某些参数下 ( $\omega \approx 1\,200\text{ rad/s}$ ) 还能发生  $1/4$  亚谐共振.

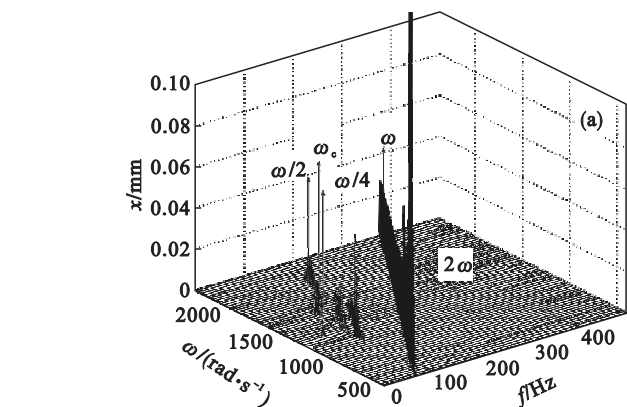


图 5b 为碰摩时转盘 2 在  $x$  方向振动位移的三维频谱图,当转速在  $400 \sim 500\text{ rad/s}$  时,系统出现  $2\omega$  和  $3\omega$  等高频成分,保持架旋转频率  $\omega_c$  幅值和系统  $1/2$  亚谐共振振幅增大,在某些参数下出现  $\omega/10$  和一些组合频. 可知碰摩在低速下激发高频振动,在高速下激发低频振动.

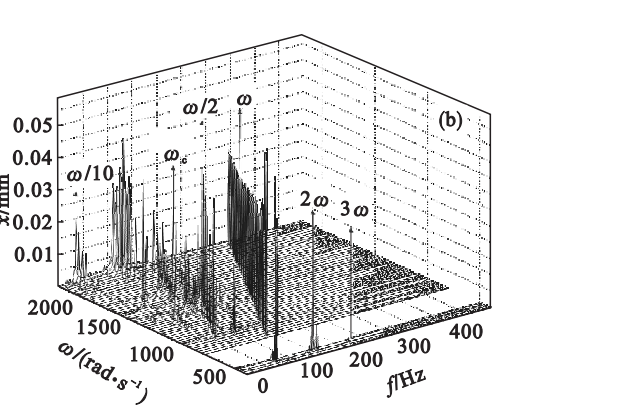


图 5 系统三维频谱图  
Fig. 5 Spectrum cascades of rotor system  
(a)—无碰摩; (b)—有碰摩.

2.2 机动载荷对碰摩的影响

设  $G = \omega_b v/g$  为机动载荷,图 6、图 7、图 8 为以机动载荷  $G$  为控制变量, $G$  分别取  $0.5, 1.6$  和

$2.0$ ,在典型转速  $\omega = 1\,200\text{ rad/s}$  下转盘 2 的轴心轨迹图、庞加莱截面图和频谱图.

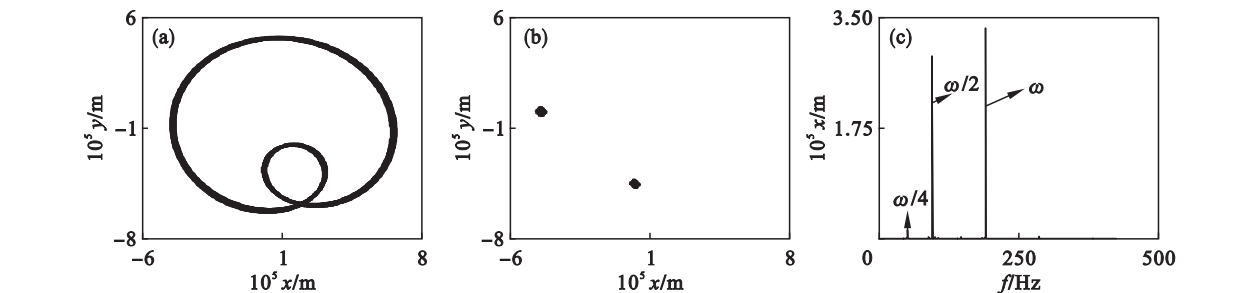


图 6 当  $G=0.5$  时转子系统图  
Fig. 6 Diagram of rotor system for  $G=0.5$   
(a)—轴心轨迹图; (b)—庞加莱截面图; (c)—频谱图.

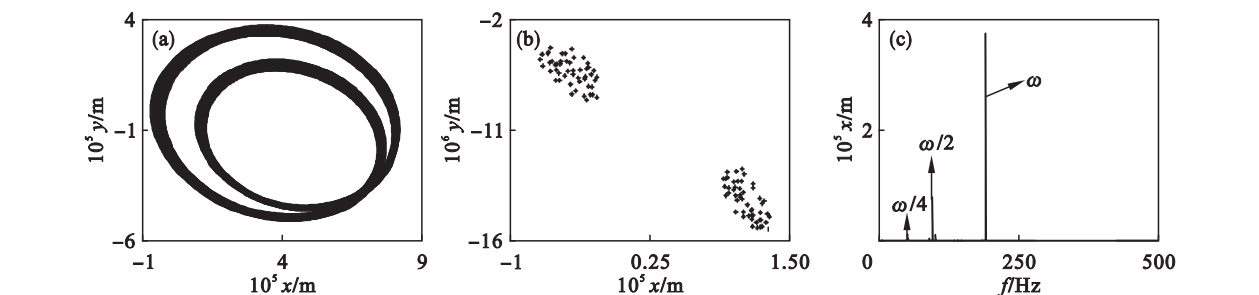


图 7 当  $G=1.6$  时转子系统图  
Fig. 7 Diagram of rotor system for  $G=1.6$   
(a)—轴心轨迹图; (b)—庞加莱截面图; (c)—频谱图.

从轴心轨迹图可以看出,随着机动载荷的增加,转盘 2 在  $y$  方向的振动位移变化不大,而  $x$  方

向的振动位移增大,并且转子轴心轨迹沿  $x$  正向有一定的偏移.这是由于飞机水平盘旋时对转子

系统  $x$  方向产生了离心加速度,这也引起转定子之间的碰摩现象,轴心轨迹从一条很窄圆环( $G = 0.5$ )到圆环逐渐变宽( $G = 1.6$ ),最后到圆环出现很严重的网状结构( $G = 2.0$ ). 庞加莱截面上的两个小圆圈不断扩大最后成为一片散点,揭示了随

着机动载荷的增大,系统从倍周期经历拟周期到混沌的过程. 从频谱上看,系统  $\omega/2$  亚谐波共振幅值逐渐减小, $\omega$  主共振有一定增加, $G = 2.0$  时  $\omega/2$  亚谐波共振几乎消失,系统出现不能被基频整除的分频量.

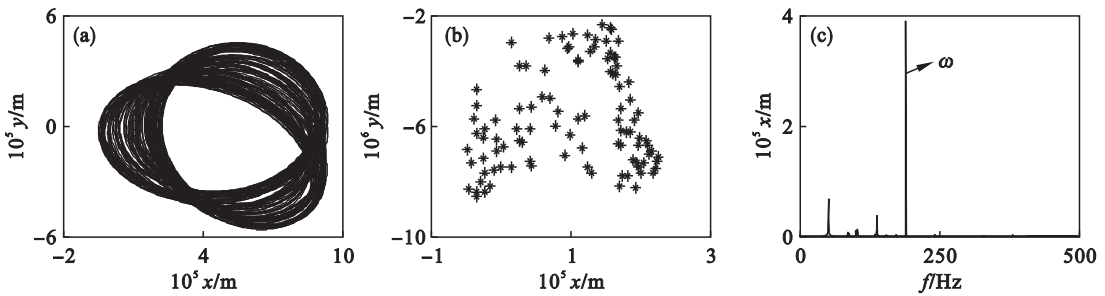


图 8 当  $G=2.0$  时转子系统图

Fig. 8 Diagram of rotor system for  $G=2.0$

(a)—轴心轨迹图; (b)—庞加莱截面图; (c)—频谱图.

### 3 结 论

1) 不考虑碰摩时系统在低速时以周期 1 运动,随着转速增加,出现倍周期、拟周期运动;考虑碰摩故障,系统的非线性现象更加丰富,在一阶临界转速附近系统发生了失稳,并且全局振幅相对不带碰摩故障都有一定的增加. 从三维频谱比较可看出,不考虑碰摩时系统频率成分主要为  $\omega$ ,还有较小幅值的  $\omega/2, \omega/4$  等. 考虑碰摩时,低速下以  $2\omega$  等高倍频为主,高速下以  $\omega/2, \omega_c$  等低倍频为主,并且幅值相对无碰摩时有很大增加.

2) 随着机动载荷  $G$  的增加,系统在  $x$  方向振幅增加,也引起了转定之间  $x$  方向的碰摩现象,系统  $\omega/2$  亚谐波共振幅值逐渐减小,系统从倍周期运动经过拟周期运动最后到混沌运动.

### 参考文献:

- [1] Chu F L, Lu W X. Stiffening effect of the rotor during the rotor-to-stator rub in a rotating machine[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2007, 308: 758 – 766.
- [2] Zhang W M, Meng G, Chen D, et al. Nonlinear dynamics of a rub-impact micro-rotor system with scale-dependent friction model[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2008, 309 (3/4/5): 756 – 777.
- [3] Han Q K, Zhang Z W, Liu C L, et al. Periodic motion stability of a dual-disk rotor system with rub-impact at fixed limiter[J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2008, 222: 1935 – 1946.
- [4] Beatty R F. Differentiating rotor response due to radial

rubbing [J]. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1985, 107(2): 151 – 160.

- [5] Li G X, Païdoussis M P. Impact phenomena of rotor-casing dynamic system [J]. *Nonlinear Dynamics*, 1994, 5 (1): 53 – 70.
- [6] Chen G, Li C G, Wang D Y. Nonlinear dynamic analysis and experiment verification of rotor – ball bearings – support – stator coupling system for aeroengine with rubbing coupling faults[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2010, 132(2): 1 – 9.
- [7] 张俊红, 马梁. 机动飞行下挤压油阻尼器对碰摩故障转子系统的影响[J]. *西安交通大学学报*, 2015, 49 (11): 62 – 71.  
(Zhang Jun-hong, Ma Liang. Effect of squeeze film damper on rotor system with rub-impact fault under maneuvering flight conditions[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(11): 62 – 71.)
- [8] Hou L, Chen Y S, Cao Q J. Nonlinear vibration phenomenon of an aircraft rub-impact rotor system due to hovering flight [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014, 19(1): 286 – 297.
- [9] Cao J Y, Ma C B, Jiang Z D, et al. Nonlinear dynamic analysis of fractional order rub-impact rotor system [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2011, 16(3): 1443 – 1463.
- [10] 陈果, 王海飞. 新型叶片 – 机匣碰摩模型及其验证[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(4): 952 – 965.  
(Chen Guo, Wang Hai-fei. A new blade-casing rubbing model and its verification[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 16(3): 952 – 965.)
- [11] Hou L, Chen Y S, Cao Q J. Turning maneuver caused response in an aircraft rotor – ball bearing system [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(1): 229 – 240.