

影响螺纹副轴向力分布均匀性的关键因素分析

陈岩, 芦旭, 江鹏, 关振群

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 通过对螺纹连接结构承载分布问题的理论分析与数值模拟, 探索影响螺纹副轴向力分布均匀性的关键因素. 首先对螺纹副轴向承载分布进行理论分析, 提出依据螺纹副截面上单位长度荷载 F 与螺纹牙相对变形 u 的关系曲线确定轴向力分布的解析方法. 理论分析表明, 当 $F-u$ 关系曲线呈屈服形状时, 螺纹副轴向承载力分布更加均匀. 其次, 对施必牢螺纹副进行分析, 发现其 $F-u$ 关系曲线呈现出屈服特征; 从牙型设计、材料塑性和螺纹错动三方面进行分析, 阐明施必牢螺纹副承载分布均匀性好的力学机制; 最后, 详细分析了螺纹副径向尺寸系数、摩擦因数和材料特性等因素对螺纹上轴向力分布的影响规律.

关 键 词: 螺纹连接; 承载分布; 均匀性; 施必牢螺纹; 有限元分析

中图分类号: TH 122

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2017)08-1142-06

Analysis on Critical Influential Factors of Axial Load Uniform Distribution in Bolted Joint

CHEN Yan, LU Xu, JIANG Peng, GUAN Zhen-qun

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China. Corresponding author: CHEN Yan, E-mail: chenyanlixue@163.com)

Abstract: The critical influential factors of axial load uniform distribution in bolted joint are explored by theoretical analysis and numerical simulation. Firstly, theoretical analysis was done toward the axial load distribution of the bolted joint. An analytical method of confirming the axial load distribution by using the relationship between axial load per unit length F and relative deformation u is proposed. Besides, the result of theoretical analysis shows that the axial load distribution is more uniform when the shape of $F-u$ curve presents yield-type. Secondly, through the analysis on Spiralock thread, the shape of $F-u$ curve is also observed as yield-type. Then the mechanics mechanism for the Spiralock thread having better distribution uniformity is clarified from three aspects: tooth design, material plasticity and thread slip. Lastly, the factors, such as radial dimension coefficient, friction coefficient and material elastic modulus ratio which affect the load distribution are systematically studied.

Key words: bolted joint; load distribution; uniformity; Spiralock thread; finite element analysis

螺纹连接因其操作性好、构造简单等优点广泛应用于机械结构中^[1]. 但由于其结构特点承载时普遍存在轴向力分布不均, 前几扣螺纹牙承载比例过大的问题^[2-3], 极大地影响了结构连接强度和可靠性.

为解决这一问题, Sopwith^[4]将螺纹牙看作悬臂梁结构, 从理论上给出了螺纹副承载力分布不均的原因; Wang 和 Marshek^[5]将螺纹面接触简化

为弹簧连接, 并以此模型来分析螺纹的轴向承载力分布; Liao 等^[6]采用有限元法分析了模型单元尺寸对螺纹副承载分布的影响; Gewal 等^[7]研究了螺距、螺纹牙型和啮合牙数等对载荷分布的影响规律; 在改善螺纹分布不均的措施方面, 陈守骏等^[8]发现切齿可以改善受拉螺纹的载荷分布, 并对其理论进行深入研究; 高连新等^[9]提出了外螺纹螺距不变、内螺纹变螺距的方案以改善螺纹受

收稿日期: 2016-02-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11272074); 国家基础研究发展计划项目(613277).

作者简介: 陈岩(1991-), 男, 江苏徐州人, 大连理工大学博士研究生; 关振群(1965-), 男, 辽宁本溪人, 大连理工大学教授, 博士生导师.

力;但这些措施都没有在根本上解决螺纹承载分布不均的问题.

本文首先对螺纹副承载分布进行理论分析,发现同规格的螺纹副,螺纹截面载荷 F 与截面上相对变形 u 关系曲线的形状是影响螺纹副承载分布的主要因素. 其次,利用 ABAQUS 软件对施必牢螺纹副承载分布进行建模分析,从牙型设计、材料塑性和螺纹错动三方面指出其承载分布均匀性好的力学机制. 最后,详细考察了螺纹副径向尺寸系数、摩擦因数和材料特性等主要因素对施必牢螺纹上轴向力分布的影响,发现材料特性影响最大,从侧面说明了螺纹结构的 $F-u$ 关系曲线的形状是影响轴向力分布的决定性因素.

1 螺纹副承载分布理论分析

1.1 受力分析

螺栓、螺母的连接示意图如图 1 所示,以螺母上表面与螺栓轴线的交点为原点 O ,假设啮合长度为 L ,在螺栓一端施加拉力 P ,可见螺栓的内力为拉力,而螺母的内力为压力.

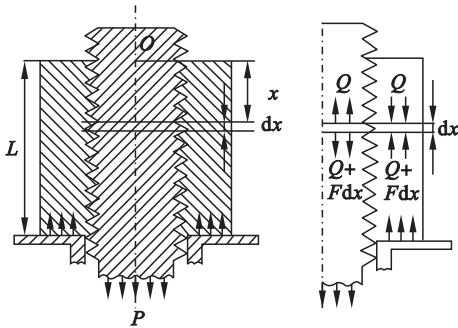


图 1 螺纹连接结构受力分析

Fig. 1 Force analysis of screw connection structure

设 x 位置处作用在螺纹牙单位长度上荷载的轴向分量为 F ,由图 1 可知

$$F(x) = \frac{dQ(x)}{dx}, P = \int_0^L F(x) dx. \quad (1)$$

式中 $Q(x)$ 为 x 截面处螺栓的轴力.

1.2 变形分析

在轴向力 P 作用下,结构的变形包括螺栓、螺母本体的变形,以及螺纹牙的变形. 取螺栓杆上长为 x 的一段进行分析,其变形前示意图如图 2 所示.

记螺栓的拉伸变形为 δ_b ,螺母的压缩变形为 δ_n ,根据材料力学中杆在轴力作用下的变形理论,两者可表示为

$$\delta_b = \int_0^x \frac{Q(s)}{E_b A_b} ds, \delta_n = \int_0^x \frac{Q(s)}{E_n A_n} ds. \quad (2)$$

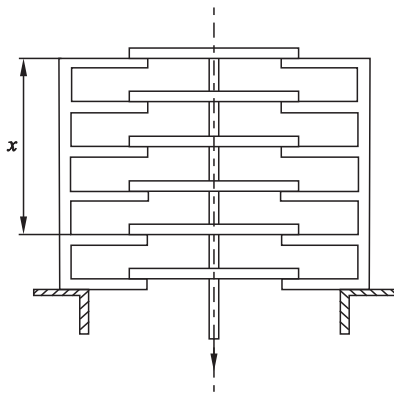


图 2 变形前螺纹示意图

Fig. 2 Explanatory views of screw before deformation

式中, E_b, A_b, E_n, A_n 分别表示螺栓和螺母本体的弹性模量和截面积.

同时,螺纹牙在荷载作用下会产生弯曲、剪切和牙间错动等广义变形(见图 3),记 x 截面处螺栓牙相对于牙根的变形量为 $\delta_{ib}(x)$,螺母牙相对于牙根的变形量为 $\delta_{in}(x)$,由此可得,该截面处螺纹牙牙根的相对变形: $u(x) = \delta_{ib}(x) + \delta_{in}(x)$.

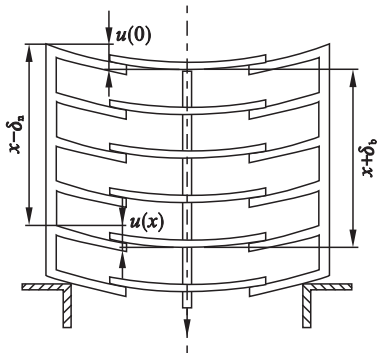


图 3 变形后螺纹示意图

Fig. 3 Explanatory view of screw after deformation

假设牙根位移与本体结构一致,由结构变形后的图 3 可见,变形量满足如下协调条件:

$$x - \delta_n + u(x) = x + \delta_b + u(0). \quad (3)$$

将式(2)代入式(3)中,同时两边对 x 分别求一阶和二阶导数,可得

$$Q \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n} \right) = \frac{du}{dx}, \quad (4)$$

$$F \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n} \right) = \frac{d^2 u}{dx^2}. \quad (5)$$

1.3 载荷分布均匀性分析

从式(5)可以看出,截面上单位长度的荷载 F 与该截面上螺纹牙牙根的相对变形 u 的关系直接决定了螺纹连接部分的载荷分布.

在 Sopwith 等^[4]的研究中,基于线弹性的假设,将 F 与 u 的关系近似看为线性,即 $F = Ku$,其

中 K 为弹性常数,因此

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{K} \frac{d^2 F}{dx^2} . \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)即可得

$$\frac{d^2 F}{dx^2} - \alpha^2 F = 0 . \quad (7)$$

其中 $\alpha^2 = K(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n})$, 由此可以推得载荷分布的表达式:

$$F = A \cosh \alpha x + B \sinh \alpha x . \quad (8)$$

其中 A 和 B 为积分常数,根据结构的内力可知:在 $x=0$ 处,内力 $Q(0)=0$,而在 $x=L$ 处,内力 $Q(L)=P$. 由此可以确定

$$A = \frac{\alpha P}{\sinh \alpha L}, B = 0; \quad (9)$$

从而

$$F = \frac{\alpha P \cosh \alpha x}{\sinh \alpha L} . \quad (10)$$

但在实际情况中,由于摩擦错动、螺纹牙局部塑性等因素的影响,截面上单位长度的荷载 F 与螺纹牙的相对变形 u 的关系一般为非线性关系. 假设

$$F = f(u) , \quad (11)$$

令

$$u = f^{-1}(F) = g(F) , \quad (12)$$

由此可得

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = g''(F) \left(\frac{dF}{dx} \right)^2 + g'(F) \frac{d^2 F}{dx^2} . \quad (13)$$

将式(13)代入式(5)中,得

$$F \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n} \right) = g''(F) \left(\frac{dF}{dx} \right)^2 + g'(F) \frac{d^2 F}{dx^2} . \quad (14)$$

可见,当 $F-u$ 关系为线性时, $g''(F)$ 和 $g'(F)$ 分别为 0 和 $1/K$, 式(14)与式(7)等价.

为了分析 $F-u$ 关系为非线性时,螺纹连接段的载荷分布情况,并与线性情况进行对比,现分别取 $F-u$ 关系为以下三种情况,对应的形状如图 4 所示.

$$F = f_1(u) = u^2 + u , \quad (15)$$

$$F = f_2(u) = u , \quad (16)$$

$$F = f_3(u) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1+4u} . \quad (17)$$

可见,三条 $F-u$ 关系曲线的初始刚度相同,其中,在式(16)中 $F-u$ 关系为线性情况,而在式(15)和式(17)中, $F-u$ 关系为非线性情况,且关于式(16)曲线对称,分别表示除线性情况外,可能存在的两种变化趋势.

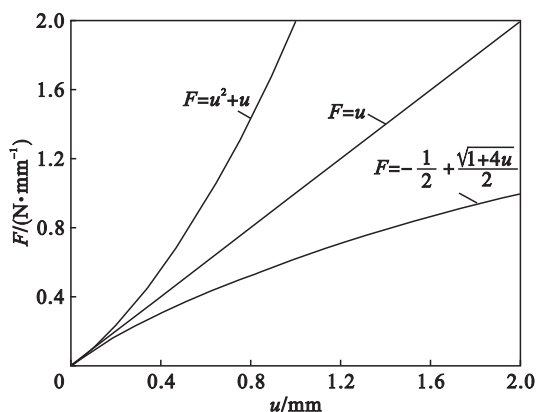


图 4 $F-u$ 关系曲线

Fig. 4 Relationship between F and u

同时,根据三种 $F-u$ 关系表达式可以推得

$$u = g_1(F) = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + 4F} , \quad (18)$$

$$u = g_2(F) = F , \quad (19)$$

$$u = g_3(F) = F^2 + F . \quad (20)$$

将式(18)~式(20)分别代入式(14),即分别可得

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = \frac{2}{1+4F} \left(\frac{dF}{dx} \right)^2 + \sqrt{1+4F} CF , \quad (21)$$

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = CF . \quad (22)$$

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = -\frac{2}{2F+1} \left(\frac{dF}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2F+1} CF . \quad (23)$$

其中 $C = \frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n}$.

可见,对于式(22),结合边界条件: $Q(x=0)=0$, $Q(x=L)=P$,可以直接推得载荷分布:

$$F = \frac{\sqrt{C} P \cosh \sqrt{C} x}{\sinh \sqrt{C} L} .$$

但对于式(21)和式(23)均无法推出 $F \sim x$ 的显式表达式,同时边界条件也无法直接确定,因此根据以下步骤确定微分方程的边界,进而数值求解:

1) 首先给定一个 u_0 值,其表示 $x=0$ 处螺纹牙的相对变形,根据已有的 $F-u$ 关系式及给定的 u_0 值便可确定初值条件:

$$F(0) = f(u_0), F'(0) = 0 ;$$

进而可根据该初值条件对微分方程求数值解,得到 $F(L)$ 的值.

2) 另一方面,结合式(4),可以推得

$$\int_{u(0)}^{u(L)} F(u) du = \int_0^L F(x) Q \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n} \right) dx = \int_0^P Q \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n} \right) dQ = \frac{1}{2} P^2 \left(\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_n A_n} \right) .$$

可见根据给定的 u_0 ,通过上式可以求得 u_L ,进而

通过 $F-u$ 关系式即可求得 $F(L)$ 。

3) 对比上两步分别得到的 $F(L)$, 如果相等, 则给定的 u_0 即真实值; 如果不相等, 例如 $F_1(L) > F_2(L)$, 则取 $u'_0 = F_1 u_0 / F_2$, 重新代入第一步进行计算。

为了方便计算, 取 $A_b = A_n = 2, E_b = E_n = 1$, 外荷载 $P = 1$, 啮合的有效长度 $L = 0.135$, 由此便可确定三种 $F-u$ 关系下螺纹的承载分布情况, 如图 5 所示。

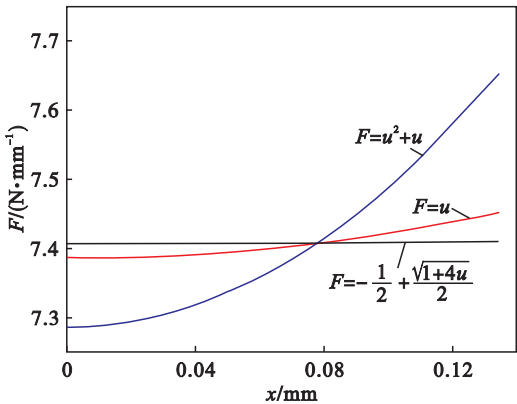


图 5 三种关系下承载分布图

Fig. 5 Load distribution diagrams of different relationships

由图 5 可以看出, 在上述三种情况下, 当 $F-u$ 关系为式 (23) 时, 载荷分布均匀性最好, 即 $F-u$ 曲线呈现屈服形状时, 载荷分布更趋近于均匀。

2 施必牢螺纹承载分布

以规格为 M10 × 1.5 的施必牢螺纹副为研究对象, 基于 ABAQUS 平台建立其 2D 轴对称有限元模型^[10-11], 如图 6 所示。分别取螺栓、螺母上的 A、B 两点输出其位移响应, 可见, A、B 两点的轴向位移差即表示该螺纹牙的轴向相对变形 u , 而对螺纹牙上的轴向接触力即为单位长度下的载荷 F , 两者之间的关系即对应理论部分描述的 $F-u$ 关系。另外, 考虑材料塑性对结构的影响, 采用双线性模型模拟材料塑性, 其应力应变关系如表 1 所示。

仅在第一扣螺纹牙处设置接触, 在螺栓轴向施加 270 N 的轴向拉力, 通过计算即可得到该模型的 $F-u$ 关系曲线的形状如图 7 所示。

由图 7 可以看出, 施必牢 $F-u$ 关系曲线与材料应力应变曲线形状相似, 当材料处于弹性阶段时, 螺纹牙轴向承载力与相对变形之间为线性关系, 随着轴向载荷的增大, 材料进入塑性阶段

后, 螺纹牙 $F-u$ 关系曲线呈现屈服形状。

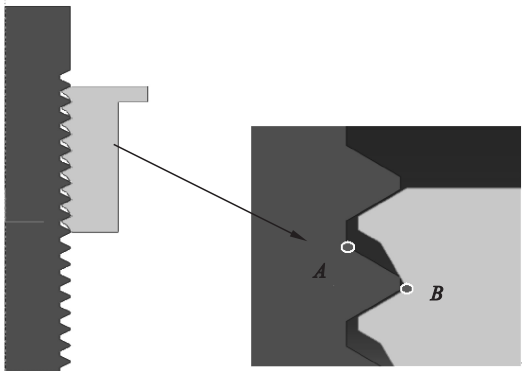


图 6 施必牢螺纹有限元模型

Fig. 6 Finite element model of Spirallock thread

表 1 螺栓、螺母材料特性

Table 1 Material properties of bolts and nuts

类型	应力/MPa	应变
螺栓	640	0.003 23
	800	0.06
螺母	1 040	0.004 95
	1 300	0.06

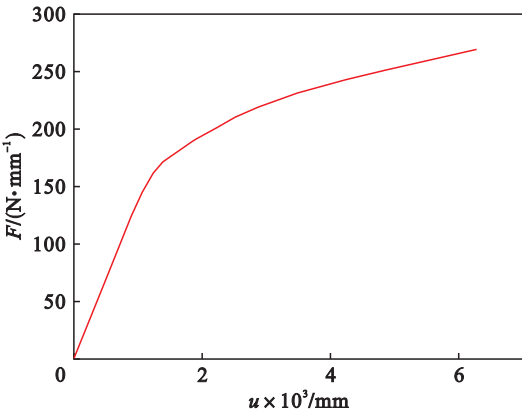


图 7 施必牢螺纹副 $F-u$ 关系曲线

Fig. 7 Relationship between F and u of Spirallock thread

2.1 弹性阶段分析

依据《GB196—2003T 普通螺纹_基本尺寸》中数据建立普通螺纹 2D 轴对称模型, 如图 8 所示。

假设两种螺纹副的啮合数 $n = 9$, 摩擦因数 $\mu = 0.15$, 在螺栓上端施加轴向拉力 $F = 500$ N, 该作用力不足以使材料进入塑性阶段。同时根据图 7 可得施必牢螺纹弹性阶段 $F-u$ 关系表达式: $F = 135\,964.235\,u$ 。

设任意 x 截面内螺纹牙载荷 F 与在螺纹啮合全长 L 上平均载荷 F_m 之比为 H , 即螺纹上载荷分布系数。两种螺纹副载荷分布系数以及根据 $F-u$ 关系式得到的理论结果对比如图 9 所示。

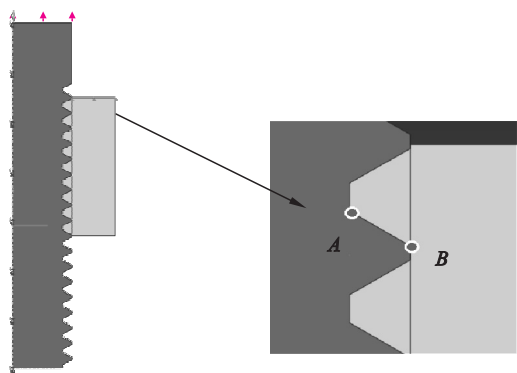


图 8 普通螺纹有限元模型

Fig. 8 Finite element model of general thread

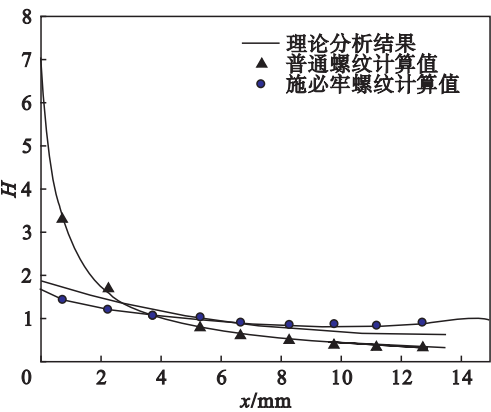


图 9 不同螺纹的螺纹副承载分布

Fig. 9 Load distributions of different threads

由图 9 可以看出,载荷主要集中在前几扣螺纹牙上,而施必牢螺纹的承载分布较为均匀。施必牢螺纹副与普通螺纹副的 $F-u$ 关系曲线形状对比如图 10 所示。

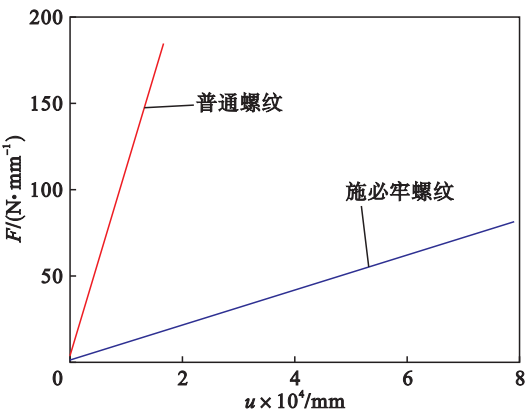


图 10 两种螺纹 $F-u$ 关系曲线

Fig. 10 Relationship between F and u of threads

可见,当材料处于弹性阶段时,施必牢螺纹与普通螺纹的 $F-u$ 关系均为线性,但施必牢螺纹 $F-u$ 关系曲线的初始刚度(斜率)比普通螺纹小的多,即螺纹处更容易产生变形,因此使得其承载分布更加均匀。

2.2 塑性阶段分析

当外荷载较大时,材料进入塑性状态,螺纹牙的 $F-u$ 关系不能简单地再看作直线,根据图 7 可拟合出塑性状态下 $F-u$ 关系的表达式:

$$F = -4.116 \times 10^{11} x^4 + 8.017 \times 10^9 x^3 - 5.668 \times 10^7 x^2 + 1.858 \times 10^5 x.$$

在其他参数不变的情况下,将外荷载增加至 2 000 N,此时载荷分布系数与外荷载为 500 N 时的对比如图 11 所示。

由图 11 可以看出,外荷载为 2 000 N 时,螺纹上的承载分布更加均匀,说明材料的塑性特征有利于螺纹承载分布,从螺纹的 $F-u$ 关系曲线上看,可见其形状为屈服形态时载荷分布更加均匀,与第 1 节的理论分析结论一致。

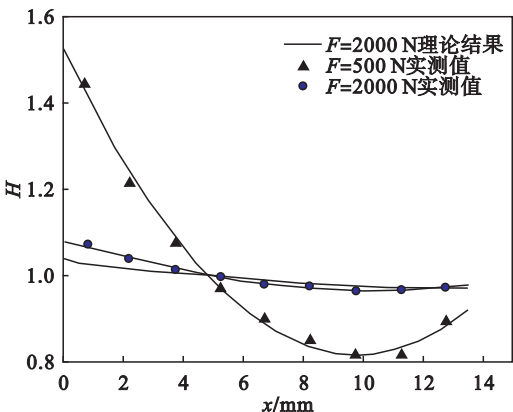


图 11 不同荷载的螺纹副承载分布

Fig. 11 Load distributions of thread with different loads

3 施必牢螺纹副载荷分布影响因素

以 M10 × 1.5 规格的施必牢螺纹副为例,基于第 2 节建立的施必牢螺纹副有限元模型,考察螺纹副径向尺寸系数 d/D 、摩擦因数 μ 和螺纹材料弹性模量比 E_b/E_n 等因素对轴向力分布的影响规律。

设螺栓外径为 d ,螺母外径为 D ,径向尺寸系数 $d/D = 0.45, 0.5, 0.55, 0.6, 0.65$,各螺纹牙承载比例如图 12 所示。

摩擦因数 $\mu = 0, 0.1, 0.2, 0.3$ 时,各螺纹牙承载比例如图 13 所示。

设螺栓和螺母的弹性模量分别为 E_b 和 E_n ,取 $E_b/E_n = 1:10, 1:2, 1:1, 2:1, 4:1, 10:1$,各螺纹牙承载比例如图 14 所示。

由图 12 ~ 图 14 可以看出,与螺纹径向尺寸系数和摩擦因数相比,材料弹性模量比 E_b/E_n 对承载分布的影响最大,且弹性模量比越大,施必牢

螺纹副的承载分布越均匀,当 $E_b/E_n > 4$ 时,承载力减小的幅度已趋于平缓。

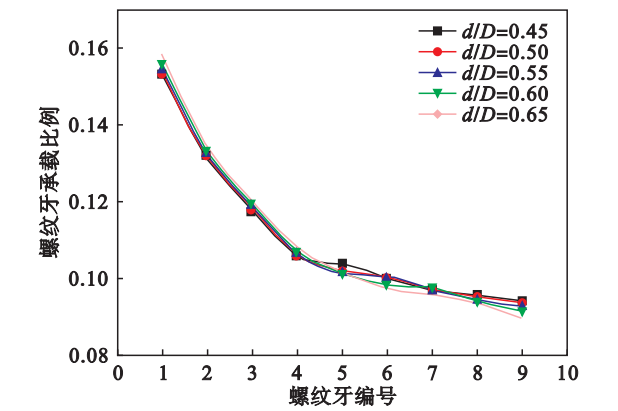


图 12 径向尺寸系数对承载分布的影响
Fig. 12 Effect of radial dimension on load distribution

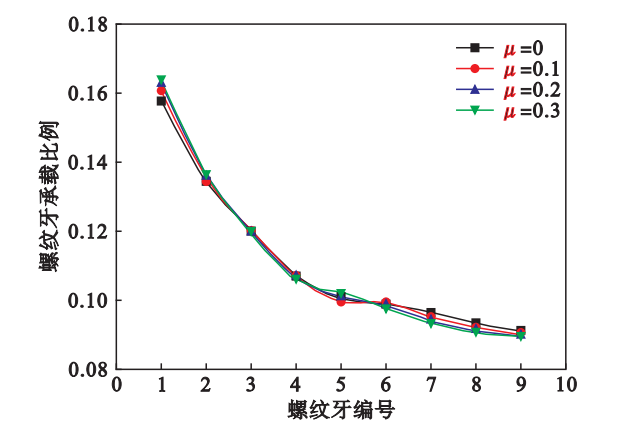


图 13 摩擦因数对承载分布的影响
Fig. 13 Effect of friction coefficient on load distribution

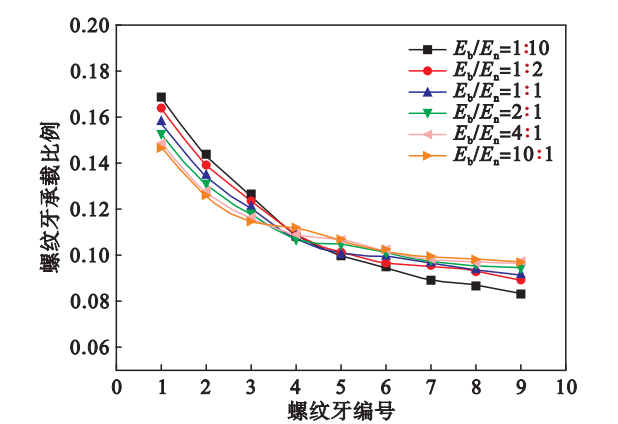


图 14 材料弹性模量比对承载分布的影响
Fig. 14 Effect of material elastic modulus on load distribution

4 结 论

1) 截面载荷 F 与螺纹牙相对变形 u 的关系曲线形状是影响承载分布的主要因素;分析表明,

螺纹 $F-u$ 关系曲线呈现屈服形状时,载荷分布均匀性更好。

2) 施必牢螺纹承载分布均匀性好,一是因其独特的牙型设计使其 $F-u$ 关系曲线的初始刚度较小,更容易发生变形;二是利用材料的塑性特征,使得 $F-u$ 关系曲线呈现屈服形状。

3) 对于施必牢螺纹,材料弹性模量比是对螺纹承载分布影响最大的因素,这从侧面说明了螺纹结构的 $F-u$ 关系曲线的形状是影响螺纹承载分布的决定性因素。

参考文献:

- [1] 陈海平,曾攀,方刚,等. 螺纹副承载分布规律[J]. 机械工程学报,2010,46(9):171-178.
(Chen Hai-ping, Zeng Pan, Fang Gang, et al. Load distribution of bolted joint [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(9): 171-178.)
- [2] Kenny B, Patterson E A. Load and stress distribution in screw threads [J]. *Experimental Mechanics*, 1985, 25 (3): 208-213.
- [3] Chaaban A, Jutras M. Static analysis of buttress threads using the finite element method [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1990, 114(5): 209-212.
- [4] Sopwith D G. The distribution of load in screw threads [J]. *Proceeding of Institution of Mechanical Engineers*, 1949, 159 (3): 373-383.
- [5] Wang W, Marshek K M. Determination of the load distribution in a threaded connector having dissimilar materials and varying thread stiffness [J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1995, 117 (1): 1-8.
- [6] Liao R D, Sun Y J, Zhang W Z. Nonlinear analysis of axial-load and stress distribution for threaded connection [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 22 (6): 869-875.
- [7] Gewal A S, Sabbaghian M. Load distribution between threads in threaded connections [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1997, 119(1): 91-95.
- [8] 陈守俊,高连新,张毅,等. 受拉螺纹连接的切齿力学分析及效果[J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2011, 37 (3): 382-388.
(Chen Shou-jun, Gao Lian-xin, Zhang Yi, et al. Mechanics and effect of tooth cutting in threaded connection under tension load [J]. *Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2011, 37 (3): 382-388.)
- [9] 高连新,金焯. 套管连接螺纹的受力分析与改善措施[J]. 上海交通大学学报, 2004, 38(10): 1729-1732.
(Gao Lian-xin, Jin Ye. The load analysis and betterment of casing connections [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2004, 38(10): 1729-1732.)
- [10] Zhao H. A numerical method for load distribution in threaded connections [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1996, 118 (4): 274-279.
- [11] Chen J J, Shih Y S. A study of the helical effect on the thread connection by three dimensional finite element analysis [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 1999, 191(2): 109-116.