Vol. 39, No. 1 Jan. 2018

doi: 10.12068/j. issn. 1005 - 3026. 2018. 01. 005

呼叫中心人力资源配置鲁棒规划模型

宫 俊1、贾倩倩1、张家生2、于 淼3

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 3. 沈阳建筑大学 管理学院, 辽宁 沈阳 110168)

要:针对现实呼叫中心中顾客到达不确定的问题,建立了基于排队论的离散流体模型,解决了考虑鲁棒性呼叫中心的人力资源配置问题.通过区间数据来表示顾客到达的不确定集,利用可调整鲁棒优化方法的思想,分析了鲁棒优化模型与确定性优化模型的关系.数值试验表明,使用可调整鲁棒参数的鲁棒优化方法减小了呼叫中心到达率不确定性给呼叫中心系统带来的影响;到达率越大,对应的最优的鲁棒参数越大,模型越保守.

关键词:呼叫中心;人力资源配置;鲁棒优化;到达不确定;流体模型

中图分类号: N 945;O 226 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2018)01-0020-06

Robust Program Model of Human Resource Management for Staffing Call Centers

GONG Jun¹, JIA Qian-qian¹, ZHANG Jia-sheng², YU Miao³

(1. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China; 3. School of Management, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China. Corresponding author: YU Miao, E-mail: yumiao1213@126.com)

Abstract: Considering the problem that the arrival rates of call centers are uncertain, a discrete fluid model was built based on queuing theory, and the human resource allocation problem of staffing call centers was solved with the robustness. The set of uncertain arrival rate was formulated by using interval data, and by adjusting the robust optimization method of adjustable robust parameters to solve the staffing problem, the relationship between robust optimization model and deterministic optimization model was analyzed. Numerical experiments show that, using the robust optimization method with adjustable robust parameters can reduce the impact of random arrival rates on call centers; with the increasing of arrival rates, the corresponding optimal robust parameter will be increased, and the model is more conservative.

Key words: call center; human resource allocation; robust optimization; uncertain arrival; fluid model

近年来,呼叫中心作为现代服务业的重要组成部分,在电信、银行、航空公司和酒店等行业发挥着越来越重要的作用,呼叫中心管理的一个重要挑战是在保证顾客的服务质量条件下如何降低人力运营成本,因此,呼叫中心的人力资源配置问题的研究受到许多学者关注^[1-2]. 于森等^[3] 在2014年提出了基于考虑顾客放弃行为的 *M/M/N+M* 排队模型的优化方法,解决了带排队信息

提示的呼叫中心人力资源配置问题. 本文在文献 [4-5]的基础上建立了呼叫中心系统的基于排队过程的离散流体模型,研究了单技能呼叫中心的到达率时变的人力资源配置问题,参照 Liao 等[6-7]处理顾客到达的不确定性方法,推导了确定性模型对应的鲁棒优化模型,对所建模型进行了数值试验,表明用鲁棒优化方法能降低呼叫中心的成本. 鲁棒优化方法作为解决不确定性问题

的有效手段,近几年受到了各界的广泛关注. 鲁棒优化的思想最早由 Soyster^[8]于 1973 年提出来解决不确定问题,2004 年 Ben - Tal 等^[9]提出了可调整鲁棒的概念. 同年, Bertsimas 等^[10]提出了区间不确定的参数可调整的鲁棒优化方法. 此后鲁棒优化方法在自然科学、工程技术、经济管理、交通运输等各个领域解决不确定问题得到了广泛的应用^[11-13]. 鲁棒优化方法实施的关键是对于包含不确定数据的问题产生一个易于求解的鲁棒对应模型. 本文对考虑顾客行为的呼叫中心系统建立基于排队论的鲁棒优化模型,使用鲁棒优化的方法解决了到达率不确定下的最优人力资源配置问题.

1 问题描述及鲁棒模型的推导

考虑某银行呼叫中心现实运营流程,该呼叫中心业务主要针对网上银行顾客的呼入进行应答处理,服务流程见图1,其中顾客的到达服从泊松分布,当顾客到达服务系统,坐席人员繁忙时,顾客进入排队系统,路由策略为先到先服务,顾客在队列中存在中途放弃的行为;顾客到达率、中途放弃率,以及服务人员的服务率可以根据历史数据统计得出,其中顾客的到达是随机的,具有一定的不确定性,这种不确定性用一个区间集合来表示.本文考虑最小化呼叫中心系统的成本,其中总成本包括人员成本和惩罚成本两部分.

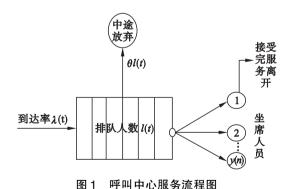


Fig. 1 Schematic representation of a call center

1.1 模型符号说明

为了方便理解和建模,首先给出常量和变量的符号说明: θ 为中途放弃率; μ 为服务人员的服务率;T 为离散时间段的总数量;l(t) 为顾客在 t 时段的队长;g(t) 为在 t 时段正在被服务的顾客数量; $\tilde{\lambda}(t)$ 为在t时段顾客新的到达;b(t) 为t时段

从顾客队列派到服务台的顾客数量;d(t)为 t 时段正在工作的服务人员数量;N 为时间段的数量;y(n)为第n个时间段内配置的服务人员数量.

1.2 模型的建立及推导

呼叫中心系统的成本主要来源于服务人员的 成本和顾客排队以及顾客放弃行为产生的惩罚成 本,本文模型的目标函数是使总成本最小化:

$$\min \sum_{n=1}^{N} c^{y} y(n) + \sum_{t=1}^{T} \left[c^{w} + c^{a} \theta \right] l(t) .$$

其中 $,c^y,c^w,c^a$ 分别表示人员成本、等待成本和中途放弃成本的系数.

在使呼叫中心成本最小化的同时,也要保证 对顾客的服务质量,所以就有以下约束:

等式约束1:

 $l(t) = (1 - \theta)l(t - 1) - b(t) + \lambda(t), \forall t.$ 表示呼叫中心排队系统在 t 时刻的队长,其中,中途放弃率是一个常量,且满足 $0 < \theta < 1$;此时不考虑到达率的不确定性,顾客的到达用 $\lambda(t)$ 表示.

等式约束2:

$$g(t) = (1 - \mu)g(t - 1) + b(t), \forall t.$$

是指 t 时刻正在接受服务的顾客数量,其中,坐席
人员的服务率 μ 是一个常量,且满足 $0 < \mu < 1$.

约束3:

$$d(t) \leq y \left(\left| \frac{tN}{T} \right| \right), \forall t.$$

是指t时刻正在服务顾客的人员数量要小于t时刻所在时段一共配置的工作人员数量,其中,

$$n = \left| \frac{tN}{T} \right|$$
表示当前时间所处的时段.

约束4:

$$0 \le g(t) \le d(t), \forall t$$
.

限制了坐席人员正在接受服务的顾客数量,即一个服务人员只能服务一位顾客.

约束5:

$$l(0) = 0, g(0) = 0.$$

对模型进行初始化,假设开始时系统中排队的人数为0,正在接受坐席人员服务的顾客数为0.

约束6,7,8:

$$l(t), b(t) \ge 0, \forall t;$$

$$d(t) \ge 0, \forall t;$$

$$y(n) \ge 0, \forall n$$
.

这3个约束为边界约束.

由此本文建立呼叫中心人力资源配置的离散 流体模型:

$$\min \sum_{n=1}^{N} c^{y} y(n) + \sum_{t=1}^{T} \left[c^{w} + c^{a} \theta \right] l(t).$$
s. t.
$$l(t) = (1 - \theta) l(t - 1) - b(t) + \lambda(t), \forall t;$$

$$g(t) = (1 - \mu) g(t - 1) + b(t), \forall t;$$

$$d(t) \leq y \left(\left| \frac{tN}{T} \right| \right), \forall t;$$

$$0 \leq g(t) \leq d(t), \forall t;$$

$$l(0) = 0, g(0) = 0;$$

$$l(t), b(t) \geq 0, \forall t;$$

$$d(t) \geq 0, \forall t;$$

$$y(n) \geq 0, \forall n.$$

$$(1)$$

定义1 顾客到达率的不确定集 U^{λ} ,

 $U^{\tilde{\lambda}}(\alpha) = \{\tilde{\lambda}(t) \leq \bar{\lambda}(t) + \alpha \sigma^{\lambda}(t), \forall t = 1, \dots, T, \alpha \geq 0\}$,其中 $\bar{\lambda}(t)$, $\sigma^{\lambda}(t)$ 代表平均值和标准差.

考虑所有情境下最坏的情况,即对于不确定 集合中使模型取得所有最小值中的最大值,又因 为顾客到达的不确定性直接影响的是惩罚成本, 所以可得

$$\min_{y,d} \sum_{n=1}^{N} c_{\Delta}^{y} y(n) + \max_{U^{\lambda}} \min_{l,s,u} \sum_{t=1}^{I} \left[c^{w} + c^{a} \theta \right] l(t).$$
s. t.
$$l(t) = (1 - \theta) l(t - 1) - b(t) + \tilde{\lambda}(t), \forall t;$$

$$g(t) = (1 - \mu) g(t - 1) + b(t), \forall t;$$

$$d(t) \leq y \left(\left| \frac{tN}{T} \right| \right), \forall t;$$

$$0 \leq g(t) \leq d(t), \forall t;$$

$$l(0) = 0, g(0) = 0;$$

$$l(t), b(t) \geq 0, \forall t;$$

$$d(t) \geq 0, \forall t;$$

$$y(n) \geq 0, \forall n.$$

已知模型(2)是非线性的,为了将其转化为 线性模型,接下来考虑其子模型.

(2)

定义2 $f(d,b,\tilde{\lambda},\theta)$ 为模型的子模型,代表等待和中途放弃的惩罚成本,即

$$f(d,b,\tilde{\lambda},\theta) = \min \sum_{t=1}^{T} [c^{w} + c^{a}\theta] l(t).$$
s. t. $l(t) = (1-\theta)l(t-1) - b(t) + \tilde{\lambda}(t), \forall t;$
 $g(t) = (1-\mu)g(t-1) + b(t), \forall t;$
 $0 \le g(t) \le d(t), \forall t;$
 $l(0) = 0, g(0) = 0;$
 $l(t), b(t) \ge 0, \forall t;$
 $d(t) \ge 0, \forall t.$

对模型(3)进行改进,将第一个约束的等于

号改为大于等于,改进模型为

$$f'(d,\lambda,b,\theta) = \min \sum_{t=1}^{I} [c^{w} + c^{a}\theta] l(t).$$
s. t. $l(t) \ge (1-\theta) l(t-1) - b(t) + \tilde{\lambda}(t), \forall t;$
 $g(t) = (1-\mu)g(t-1) + b(t), \forall t;$
 $0 \le g(t) \le d(t), \forall t;$
 $l(0) = 0, g(0) = 0;$
 $l(t), b(t) \ge 0, \forall t;$
 $d(t) \ge 0, \forall t.$

命题 1 改进模型(4)与原模型(3)是等价的,即 $f(d, \tilde{\lambda}, b, \theta) = f'(d, \tilde{\lambda}, b, \theta)$

证明:首先证明 $f(d, \tilde{\lambda}, b, \theta) \ge f'(d, \tilde{\lambda}, b, \theta)$. 现令($l^*(t), g^*(t), b^*(t)$) 为式(3)的一个最优解,则有($l^*(t), g^*(t), b^*(t)$) 是式(4)的可行解,因为对于所有的模型(3)的解都满足模型(4),则有

 $f(d, \tilde{\lambda}, b, \theta) \geqslant f'(d, \tilde{\lambda}, b, \theta).$

再证明 $f(d, \tilde{\lambda}, b, \theta) \leq f'(d, \tilde{\lambda}, b, \theta)$, 现在考虑模型(4)的一个最优解(l'(t), g'(t), b'(t)), 下面来证明,若 $l'(t+1) > (1-\theta)l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$, 其中 $t=0, \cdots, T-1$, 则有 l'(t+1) = 0, 换言之,下一时刻没有人排队. 假设存在 t 使 $l'(t+1) > (1-\theta)l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$, 和 l'(t+1) > 0 同时满足,采用数学反证法思想,用 $l'(t+1) - \varepsilon$ 来代替 l'(t+1), 使 $l'(t+1) - \varepsilon > (1-\theta)l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$, 其中, $l'(t+1) > \varepsilon > 0$, 若 t < T-1, 则 $l'(t+2) \ge (1-\theta) \times l'(t+1) - b'(t+2) + \lambda(t+2) > (1-\theta)(l'(t+1) - \varepsilon) - b'(t+2) + \lambda(t+2)$.

由于 $c^w + \theta c^a > 0$,此时得到的目标值比原最优解时的目标值小,这与原问题矛盾.则证明得到,若 $l'(t+1) > (1-\theta)l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$, $t=0,\dots,T-1$, 有 l'(t+1)=0.

考虑模型(4)的一个最优解(l'(t),g'(t),b'(t)),t=0,...,T能够使 $l'(t+1) > (1-\theta)l'(t)$ - $b'(t+1) + \lambda(t+1)$,并且l'(t+1) = 0同时也存在,再构建另一个最优解(l''(t),g''(t),b''(t))使 $l''(t+1) = (1-\theta)l''(t) - b''(t+1) + \lambda(t+1)$.根据上面的证明,可得 $(1-\theta)l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$,再令 $\Delta = b'(t+1) > (1-\theta) \times l'(t) - \lambda(t+1)$,容易得到 $\Delta > 0$,定义 $b''(t+1) = b'(t+1) - \Delta$,则有 $0 \le b''(t+1) \le b'(t+1)$,得到 $0 \le g''(t) \le g'(t)$.同理,令 $g''(\tau+1) = (1-\mu) \times g'(t) + b''(t+1)$,得到 $0 \le g''(t) \le g'(t)$.同理,令 $g''(\tau+1) = (1-\mu) \times g'(t)$

(7)

 $g'(\tau) + b''(\tau+1) \leq g'(\tau+1)$,对于所有的 $\tau \geq t+1$,保证问题可行性的同时改变决策变量的值,对所有的 t 都重复该过程,直到 $l'(t+1) > (1-\theta) \times l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$,因此存在一个最优解(l'(t),g'(t),b'(t))使 $l'(t+1) = (1-\theta) \times l'(t) - b'(t+1) + \lambda(t+1)$ 对于所有的 $t=0,\cdots$,T-1都成立,这表明此最优解为式(3)的一个可行解,则可得到 $f(d,\tilde{\lambda},b,\theta) \leq f'(d,\tilde{\lambda},b,\theta)$,结合已经证明的 $f(d,\tilde{\lambda},b,\theta) \geq f'(d,\tilde{\lambda},b,\theta)$,得出 $f(d,\tilde{\lambda},b,\theta) = f'(d,\tilde{\lambda},b,\theta)$,由此命题 1 得证.

下面考虑模型(4)的对偶模型,令变量 $\pi(t)$, $p(t) \leq 0$, r(t), 其中 t = 1, ..., T, 且分别对应以下 3 个约束条件:

$$l(t) = (1 - \theta)l(t - 1) - b(t) + \tilde{\lambda}(t),$$

 $0 \le g(t) \le d(t),$
 $g(t) = (1 - \mu)g(t - 1) + b(t).$
则对偶问题的模型:

$$\max \sum_{t=1}^{T} \pi(t) \ \tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p(t) d(t).$$
s. t. $\pi(t) - (1 - \theta) \pi(t+1) \le c^{w} + \theta c^{a}, \forall t;$

$$\pi(t) - r(t) \le 0, \forall t;$$

$$r(t) - (1 - p) r(t+1) + p(t) \le 0, \forall t;$$

$$\pi(T+1) = 0, p(T+1) = 0;$$

$$\pi(t) \ge 0, p(t) \le 0, \forall t.$$

已知式(4)中 $c^w + c^a\theta > 0$,对于所有的t,都满足 $l(t) \ge 0$,所以其目标值在 $[0, + \infty)$ 取值,而其对偶问题有 $\pi(t) \ge 0$,所以对偶问题的目标值满足取值大于等于零,即对偶问题是成立的.由命题1可知模型(3)的对偶模型为模型(5).

命题 2 $f(d, \tilde{\lambda}, b, \theta)$ 的值是随着到达率 $\tilde{\lambda}$ 单调递增的.

证明:根据对偶原理,可得

$$f(d,\tilde{\lambda},b,\theta) = \max_{k=1,\cdots,K} \sum_{t=1}^{T} \pi^{k}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{k}(t)d(t),$$
其中存在($\pi^{k}(t),p^{k}(t),r^{k}(t)$) 为式(5)的对偶 极值点, $k=1,2,\cdots,K$. 现假设 $\bar{k} \in [1,K]$,可得
$$f(d,\tilde{\lambda},b,\theta) = \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t),$$
则有
$$f(d,\tilde{\lambda}+\sigma e(t),b,\theta) = \max_{k=1,\cdots,K} \sum_{t=1}^{T} \pi^{k}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{k}(t)d(t) + \sigma \pi^{k}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sigma \pi^{\bar{k}}(t) \geqslant \sum_{t=1}^{T} \pi^{\bar{k}}(t)\tilde{\lambda}(t) + \sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) + \sum_{$$

 $\sum_{t=1}^{T} p^{\bar{k}}(t)d(t) = f(d,\tilde{\lambda},b,\theta), 所以有 f(d,\tilde{\lambda} + \sigma e(t),b,\theta) \ge f(d,\tilde{\lambda},b,\theta),$ 对于任意的 $\sigma > 0$ 和 $t = 1,2,\cdots,T$ 都成立. 即 $f(d,\tilde{\lambda},b,\theta)$ 的值随着 $\tilde{\lambda}$ 单调增加,由此命题 2 得证.

由定义1和命题2得到

$$\max_{\lambda \in U^{\tilde{\lambda}}} f(d, \tilde{\lambda}, b, \theta) = f(d, \tilde{\lambda} + \alpha \sigma^{\lambda}, b, \theta) . \quad (6)$$

将式(6)代入到式(2)中得到最终的鲁棒优 化模型为

$$\begin{aligned} & \min & \sum_{s=1}^{s} c^{y}y(s) + \sum_{t=1}^{T} \left[c^{w} + c^{a}\theta \right] l(t). \\ & \text{s. t. } l(t) = & (1-\theta)l(t-1) - b(t) + \overline{\lambda}(t) + \alpha \sigma(t), \forall t; \\ & g(t) = & (1-\mu)g(t-1) + b(t), \forall t; \\ & d(t) \leq & y\left(\left| \frac{tN}{T} \right| \right), \forall t; \\ & 0 \leq & g(t) \leq & d(t), \forall t; \\ & l(0) = & 0, g(0) = & 0; \\ & l(t), b(t) \geq & 0, \forall t; \\ & d(t) \geq & 0, \forall t; \\ & y(n) \geq & 0, \forall n. \end{aligned}$$

该模型是呼叫中心人力资源配置模型,为线性鲁棒优化模型.

2 算例与结果分析

2.1 数据来源

本文使用的 120 d 顾客到达率的历史数据来源于 Technion Service Enterprise Engineering Center 开发的 SEEStat 软件,该软件提供了大量原始呼叫中心数据库资源,模型中的数据参照文献[11]. 所选取银行的营业时间为早 6:00 到晚6:00,共720 min.

将历史数据分为两部分,其中80 d 到达作为训练集,得到80 d 顾客到达率的平均值以及标准差,来确定不同保守程度下的人员配置情况,另取40 d 到达作为验证集,求出使总成本最小的鲁棒参数,来确定最优的人员配置.

2.2 数值分析

本实验利用 IBM ILOG CPLEX 12.0 软件在 Windows 环境下运行求解,实验选取 12 个时段进行人员配置,实验其他参数见表 1.

表 1 实验参数设置
Table 1 Parameter values used in the model

总时长/d	时段 N	服务成本系数 c ^y	等待成本系数 c*	放弃成本系数 c ^a	服务率μ	中途放弃率 θ
720	12	50	0. 5	3	0.3	0.3

2.2.1 到达率对最优鲁棒参数的影响

当银行在节假日时,顾客的到达率为 λ_1 ,此时对于不同参数下的人员配置所对应的总成本如图 2 所示;当银行在正常工作日时,顾客的到达率为 λ_2 ,此时对于不同参数下的人员配置所对应的总成本如图 3 所示.

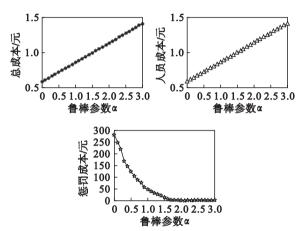


图 2 顾客到达为 λ_1 时不同鲁棒参数下的成本情况 Fig. 2 Costs for different robust parameters with λ_1

由图 2 可知,当顾客到达为 λ₁ 时,总成本随着鲁棒参数的增加在不断提高,惩罚成本在逐渐减小,几乎对总成本不产生影响,这是因为顾客的到达率小,此时有足够的人力,顾客几乎不需要排队.

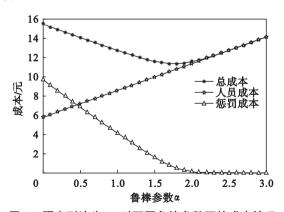


图 3 顾客到达为 λ_2 时不同鲁棒参数下的成本情况 Fig. 3 Costs for different robust parameters with λ_2

由图 3 可知: 顾客到达为 λ_2 的情况下, 总成本呈先减小后增大的趋势, 在鲁棒参数取 1.8 时取得最小总成本, 这是由于此时顾客存在排队的现象, 惩罚成本不为 0, 随着鲁棒参数的增加, 所配置的人员越多, 队长就会减小, 惩罚成本在人员

成本增加的同时在减小,通过调节鲁棒参数,来平 衡人员成本与惩罚成本使总成本最小化.

2.2.2 鲁棒模型与确定性模型的性能比较

当不考虑银行的节假日与月末总结,一律按正常工作日来进行人员配置时,此时对于不同参数下的人员配置所对应的总成本如图 4 所示:连续取 40 d 的到达率,鲁棒参数取 1.9 时,总成本取到最小值,其中当鲁棒参数为 0 时,问题变为确定性问题,可知在最优参数下的总成本远远小于确定模型下的成本,说明鲁棒优化方法可以很好地抵抗到达不确定性给系统带来的影响.同时,由图 4 可以看到不同的到达率对应的最优的人员配置不同,决策者可以根据实际情况来计划最优的人力.

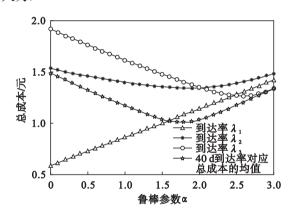


图 4 不同鲁棒参数下连续 40 d 到达率对应的成本情况 Fig. 4 Costs for different robust parameters with arrival rates of 40 days

3 结 论

- 1)通过对鲁棒模型与确定性模型效果的比较,说明了鲁棒优化方法能抵抗顾客到达不确定性给系统带来的影响;同时在模型最保守的时候,惩罚成本为0,即此时队列中无人等待,系统有足够的服务人员,总成本要远远大于在最优人力情况下的总成本;由此可知,确定性模型和最保守的模型,总成本都要大于最优鲁棒参数下的值,说明了鲁棒优化方法的可行性.
- 2)随着顾客的到达率的增大,最优的鲁棒参数会增加,这是由于到达率的增加意味着不确定性因素的波动范围增加. 决策者可以根据实际情况进行人员配置. 本文的研究成果对现实中考虑

顾客到达不确定性的呼叫中心人力资源配置问题 具有一定的启示意义.

参考文献:

- Armony M, Mandelbaum A. Routing and staffing in large-scale service systems; the case of homogeneous impatient customers and heterogeneous impatient customers and heterogeneous servers [J]. *Operations Research*, 2011, 59 (1):50-65.
- [2] Yu M, Gong J, Tang J F. Optimal design of a multi-server queueing system with delay information [J]. *Industrial Management & Data Systems*, 2016, 116(1):147 169.
- [3] 于森,宫俊,唐加福,等. 带排队信息提示的呼叫中心人力资源分配方法[J]. 东北大学学报(自然科学版),2014,35 (1):1-14. (Yu Miao,Gong Jun,Tang Jia-fu, et al. Method on staffing of call center with delay information[J]. *Journal of Northeastern*
- [4] 石贝贝. 基于鲁棒优化的人力资源规划模型研究[D]. 北京:北京交通大学,2012.
 (Shi Bei-bei. Research on human resource programming model based on robust optimization [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University,2012.)

University (*Natural Science*), 2014, 35(1):1 – 14.)

[5] Ding S, Koole G, Van der Mei R D. On the estimation of the true demand in call centers with redials and reconnects [J]. *European Journal of Operational Research*, 2015, 246 (1): 250 – 262.

- [6] Liao S, Koole G, Van Delft C, et al. Staffing a call center with uncertain non-stationary arrival rate and flexibility [J]. OR Spectrum, 2012, 34(3):691-721.
- [7] Liao S, Van Delft C, Vial J P. Distributionally robust workforce scheduling in call centers with uncertain arrival rates [J]. *Optimization Methods & Software*, 2013, 28 (3): 501 522.
- [8] Soyster A L. Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming
 [J]. Operations Research, 1973, 21(5):1154-1157.
- [9] Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust convex optimization [J].

 Mathematics of Operations Research, 1998, 23 (4): 769 805.
- [10] Bertsimas D, Sim M. The price of robustness [J]. *Operations Research*, 2004, 52(1):35 53.
- [11] Bertsimas D, Doan X V. Robust and data-driven approaches to call centers [J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 207(2):1072 1085.
- [12] Xu Y, Chen Q S, Quan X W. Robust berth scheduling with uncertain vessel delay and handling time [J]. *Annals of Operations Research*, 2012, 192(1):123-140.
- [13] 朱雷,黎建强,汪明.不确定条件下应急管理人力供应链多功能资源配置鲁棒优化问题[J]. 系统工程理论与实践, 2015,35(3):736-742.

 (Zhu Lei, Li Jian-qiang, Wang Ming. Multi-resource robust optimization of emergency human resource supply chain management under uncertainty [J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2015, 35(3):736-742.)

(上接第19页)

- [4] Galar M, Fernández A, Barrenechea E, et al. An overview of ensemble methods for binary classifiers in multi-class problems; experimental study on one-vs-one and one-vs-all schemes [J]. *Pattern Recognition*, 2011, 44 (8): 1761 1776.
- [5] Hüllermeier E, Vanderlooy S. Combining predictions in pairwise classification; an optimal adaptive voting strategy and its relation to weighted voting [J]. *Pattern Recognition*, 2010,43(1):128-142.
- [6] Huhn J C, Hüllermeier E. FR3: a fuzzy rule learner for inducing reliable classifiers [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2009, 17(1):138-149.
- [7] Hüllermeier E, Brinker K. Learning valued preference structures for solving classification problems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2008, 159 (18):2337 2352.

- [8] Orlovsky S. Decision-making with a fuzzy preference relation
 [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(1):155 167.
- [9] Fernández A, Calderón M, Barrenechea E, et al. Solving multi-class problems with linguistic fuzzy rule based classification systems based on pairwise learning and preference relations [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161 (23):3064-3080.
- [10] Galar M, Fernández A, Barrenechea E, et al. Dynamic classifier selection for one-vs-one strategy; avoiding noncompetent classifiers [J]. Pattern Recognition, 2013, 46 (12):3412-3424.
- [11] Galar M, Fernández A, Barrenechea E, et al. DRCW-OVO: distance-based relative competence weighting combination for one-vs-one strategy in multi-class problems [J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(1):28 42.