

基于动态组稀疏重构的频谱感知算法

刘福来^{1,2}, 刘 蕾², 杜瑞燕^{1,2}, 张 淼²
(1. 东北大学秦皇岛分校 计算机与通信工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 东北大学 计算机科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110169)

摘 要: 针对认知无线网络中宽带频谱感知问题,提出了一种基于主用户信号频谱结构的频谱感知算法,简称为 DGS-SS 算法. 该算法首先利用压缩感知理论对信号进行欠采样,然后利用主用户信号频谱的组稀疏结构修正重构过程中的频谱和残差支撑集,从而能够加快重构主用户信号频谱的收敛速度,而且也能够在低压缩比下精确重建信号频谱,而且对噪声变化具有更强的鲁棒性,从而有效地提高了频谱感知性能.

关 键 词: 认知无线电;频谱感知;压缩感知;动态组稀疏;主用户信号重构

中图分类号: TN 911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)01-0031-04

Spectrum Sensing Algorithm Based on Dynamic Group Sparsity Reconstruction

LIU Fu-lai^{1,2}, LIU Lei², DU Rui-yan^{1,2}, ZHANG Miao²
(1. School of Computer and Communication Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China; 2. School of Computer Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110169, China. Corresponding author: LIU Lei, E-mail: liulei_1119@163.com)

Abstract: To solve the problem of wideband spectrum sensing in cognitive radio networks, a spectrum sensing algorithm based on the spectrum structure of primary user signals was proposed, which is called DGS-SS algorithm. Firstly, compressed sensing theory was applied to signal acquisition to achieve a sub-Nyquist rate. Secondly, the group sparsity structure of primary user spectrum was used to modify the spectrum and residual support set during the reconstruction process, which can speed up the convergence and improve the accuracy of the reconstruction of primary user spectrum. Finally, effective detection of spectrum holes was given by the reconstructed signal spectrum. Simulation results show that the proposed algorithm can accurately reconstruct the spectrum at low compression ratio and have stronger robustness to noise variation, which makes the spectrum sensing performance significantly improved.

Key words: cognitive radio; spectrum sensing; compressed sensing; dynamic group sparsity; primary user signal reconstruction

随着无线通信技术的迅猛发展,日益增长的频谱需求与难以提高的频谱利用率两者之间的矛盾日渐突出^[1]. 认知无线电技术通过智能感知当前环境接入可用频谱,能够有效地提高频谱利用率^[2]. 频谱感知作为其核心技术之一,关键任务是检测频谱空穴. 然而,宽带信号频谱感知所需的高采样率给认知无线电系统的硬件设计带来了极大的挑战. 压缩感知理论^[3]为解决上述问题提供了一种可行途径,如果信号在某变换域满足稀疏条件,便能够用低于奈奎斯特速率进行采样,并通过重构算法高概率精确恢复源信号^[4]. 为此当信号在频域满足稀疏条件时,即可采用上述方法有

效地检测各频段的占用情况,寻找频谱空穴。

近年来,基于压缩感知理论的宽带频谱感知算法已经成为研究热点,例如,文献[5]首先将压缩感知理论应用到宽带频谱感知问题,利用宽带频谱在小波域上的稀疏性,以低于奈奎斯特采样率实现了信号的采样与重构。在此基础上,文献[6]将模拟信息转换器应用到频谱感知问题,实现了宽带模拟信号的压缩采样。文献[7]提出了分段压缩频谱感知模型,通过压缩采样获取信号并利用 l_1 -范数优化算法重构源信号,降低了系统开销。然而,现有的基于压缩感知理论的频谱感知算法并未充分利用信号所具有的结构特征。

针对上述问题,本文利用主用户信号的动态组稀疏(dynamic group sparsity, DGS)结构,提出一种组结构化信号的频谱感知算法,简称为 DGS-SS 算法。该算法首先利用主用户信号频谱的稀疏性给出了基于压缩感知理论的频谱感知模型,然后结合无线宽带信号的组稀疏结构特征,采用动态组稀疏重构算法进行源信号的重建,最后根据重构信号频谱确定主用户占用的信道,检测出频谱空穴。

1 基于压缩感知的频谱感知模型

频谱感知的二元假设检验模型如下所示:

$$\left. \begin{aligned} H_0: & y(t) = n(t), \\ H_1: & y(t) = hx_1(t) + n(t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中: H_0 表示主用户信号不存在,信道处于空闲状态; H_1 表示主用户信号存在,信道处于被占用状态; $y(t)$ 表示接收机收到的信号; $x_1(t)$ 表示主用户发射机发出的信号; $n(t)$ 表示信道中的加性高斯白噪声; h 表示无线信道增益^[8]。

设频带 $[f_l, f_h]$ 被平均分为 p 个子信道, f_l 表示最低频率, f_h 表示最高频率。其中主用户随机占用 q 个子信道,其余子信道处于空闲状态。采样过程遵循压缩感知理论, H_1 状态下认知用户的接收信号可表示为

$$y = \Phi(hx + n). \quad (2)$$

其中: $x = [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)]$ 为主用户发射信号; $n = [n(t_1), n(t_2), \dots, n(t_N)]$ 为加性高斯白噪声; Φ 为 $M \times N$ 维观测矩阵,本文选取高斯随机矩阵; 认知用户接收信号为 $y = [y_1, y_2, \dots, y_M]$ 。根据压缩感知理论, x 必须在某个变换域上具有稀疏性,即 x 中非零元素数目远小于信号长度。此时式(2)可改写为

$$y = \Phi(\psi\theta + n) = A\theta + \tilde{n}. \quad (3)$$

其中: 变换基 ψ 选择为傅里叶变换基; θ 表示信号频谱,且 $\|\theta\|_0 = K$ ($\|\cdot\|_0$ 表示零范数,即非零元素个数), $K \ll N$, K 称作信号 x 的稀疏度,本文稀疏度 K 假定为先验,如果未知,则可利用文献[9]中方法估计稀疏度 K ; 感知矩阵 $A = \Phi\psi$ 。

为了保证高概率重构源信号, M 需满足下述条件^[10]:

$$M = O(K + K \log(N/K)). \quad (4)$$

且感知矩阵 A 需满足参数为 δ_K 的 RIP (restricted isometry property) 性质^[11]:

$$(1 - \delta_K) \|\theta\|_2^2 \leq \|A\theta\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|\theta\|_2^2. \quad (5)$$

易知基于压缩感知理论的频谱感知问题等价于式(3)中 θ 的求解问题,而采用 l_0 -范数优化算法求解式(3)的 θ 是一个 NP-hard^[12] 问题,对于 N 维 K -稀疏向量 θ ,有 C_N^K 个可行解。因此,许多学者另辟蹊径,寻求其他求解方法。目前较为成熟求解方法分为两类,分别为 l_1 -范数优化算法和贪婪算法。

2 DGS-SS 算法原理

定义 1 (K, q -组稀疏)^[12]: 设一维信号 $x \in \mathbf{R}^N$, 若 $\|x\|_0 = K$, $K \ll N$, 集合 $\{1, 2, \dots, N\}$ 被划分为连续的 m 个组 G_1, G_2, \dots, G_m , 且 $i \neq j$ 时, 有 $G_i \cap G_j = \emptyset$ 。令 $S \subset \{1, 2, \dots, m\}$, 若信号支撑集(即非零元素的索引) $\text{supp}\{x\} \subset G_S$, 且 $|G_S| = K$, $|S| = q$, 那么称信号 x 为 K, q -组稀疏信号。

主用户通信时仅在已划分好的信道上传输信号,因此根据定义 1 易知,当接收信号中含有主用户信号时频谱通常具有组稀疏结构。

当 N 维接收信号频谱满足 K 稀疏约束时,则支撑集的数目为 C_N^K 。若接收信号频谱是 K, q -组稀疏,那么仅需考虑将支撑集中 K 个元素分为 q 个组,可能出现的组合数目较之 K 稀疏约束将减少为 C_{K-1}^{q-1} 。因而对于 K, q -组稀疏信号,重构源信号所需的观测次数 M 仅需满足^[12]:

$$M = O(K + q \log(N/q)). \quad (6)$$

即式(6)能够保证所提 DGS-SS 算法可以利用更少的观测值达到较高的重构精度。此外,采用子空间追踪思想重构主用户信号频谱时,需遍历的支撑集数目将显著减少,进而提高重构主用户信号频谱时的收敛速度。由于噪声在信道上的分布具有随机性,不具备组稀疏结构,因而 DGS-SS 算法对于噪声变化更具鲁棒性。

本文拟利用主用户信号的动态组稀疏结构加快重构主用户信号频谱的收敛速度并提高重构精度,所提 DGS-SS 算法由下述主用户信号频谱重构和频谱空穴检测两个部分构成。

1) 主用户信号频谱重构:

步骤 1 初始化

计算观测值 \mathbf{y} 与感知矩阵 \mathbf{A} 各列的相关度,记为 $\mathbf{T}^0, \mathbf{T}^0 = \mathbf{A}^T \mathbf{y}$. 对 \mathbf{T}^0 进行组结构修正,取组结构修正结果为初始支撑集 Γ^0 . 组结构修正过程如表 1 所示。

步骤 2 计算初始残差

$$\mathbf{y}_r^0 = \mathbf{y} - \mathbf{y}_p^0 = \mathbf{y} - \mathbf{A}_{\Gamma^0} \mathbf{A}_{\Gamma^0}^\dagger \mathbf{y}.$$

其中, $\mathbf{A}_{\Gamma}^\dagger = (\mathbf{A}_{\Gamma}^T \mathbf{A}_{\Gamma})^{-1} \mathbf{A}_{\Gamma}^T$. 设置循环变量 $l=1$.

步骤 3 支撑集的迭代更新

若 $\|\mathbf{y}_r^l\|_2 \leq \|\mathbf{y}_r^{l-1}\|_2$, 重复执行①~⑤, 否则转向步骤 4.

① 计算 $\mathbf{T}^l = \mathbf{A}^T \mathbf{y}_r^l$, 对 \mathbf{T}^l 进行组结构修正, 取组结构修正结果作为新的支撑集 Γ^l .

② 合并支撑集: 令 $\tilde{\Gamma}^l = \Gamma^{l-1} \cup \Gamma_G^{l-1}$.

③ 求解信号估计: $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p = \mathbf{A}_{\tilde{\Gamma}^l}^\dagger \mathbf{y}$, 对 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_p$ 进行组结构修正, 并更新支撑集为 Γ^l .

④ 更新残差: $\mathbf{y}_r^l = \mathbf{y} - \mathbf{y}_p^l = \mathbf{y} - \mathbf{A}_{\Gamma^l} \mathbf{A}_{\Gamma^l}^\dagger \mathbf{y}$.

⑤ 更新循环变量: 令 $l = l + 1$.

步骤 4 主用户信号频谱重构

取 Γ^l 作为重构的主用户信号频谱支撑集, 重构的主用户信号频谱 $\boldsymbol{\theta}_{\Gamma^l} = \mathbf{A}_{\Gamma^l}^\dagger \mathbf{y}$.

表 1 组结构修正

Table 1 Group structure pruning

① 输入: $N \times 1$ 维持待处理信号 $\hat{\mathbf{x}}$, 稀疏度 K , 循环变量 $i=2$.

② 邻元素加权:

$$\mathbf{z}(i) = \hat{\mathbf{x}}^2(i) + \omega^2 [\hat{\mathbf{x}}^2(i-1) + \hat{\mathbf{x}}^2(i+1)]$$

其中 \mathbf{z} 表示对 $\hat{\mathbf{x}}$ 加权运算后的统计量, 权重 $\omega = 0.5$.

③ 更新循环变量: $i = i + 1$;

④ 停止条件的判断: 当 $i = N - 1$ 时, 转向⑥, 否则重复执行②, ③.

⑤ 支撑集的修正: 将 \mathbf{z} 中最大前 K 个元素的索引更新为 $\hat{\mathbf{x}}$ 的支撑集.

⑥ 输出: 更新后 $\hat{\mathbf{x}}$ 的支撑集 Γ .

2) 频谱空穴检测:

频谱感知任务是判断主用户信号是否存在或检测其占用的信道和寻找频谱空穴. 感知过程中不需要精确地求解源信号的幅度, 只要能够保证准确恢复支撑集即可. 因此可以利用 1) 重构出源信号频谱, 给出主用户所占用的信道, 从而检测出频谱空穴.

3 仿真实验与性能分析

假设信号带宽为 48 MHz, 平均分为 16 个带宽相同的子信道, 其中 4 个信道被主用户占用, 主用户信号均采用 Bpsk 调制, 信号长度 $N = 600$.

实验 1 设采样压缩比为 1/4, 即观测次数 $M = 150$, 信噪比为 -5 dB, 图 1 给出了采用 DGS-SS 算法与采用 OMP 算法、SP 算法、IHT 算法重构主用户信号的频谱.

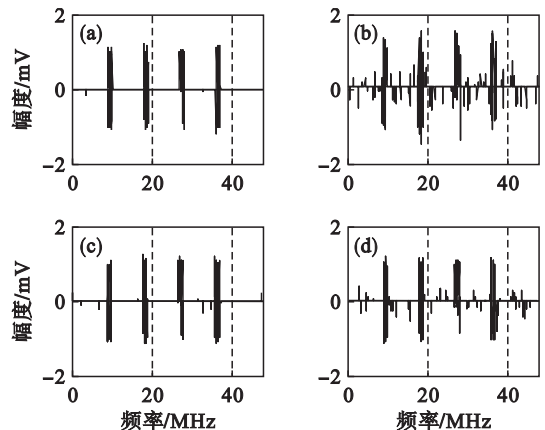


图 1 DGS-SS 算法与相关重构算法的源信号频谱重构

Fig. 1 Reconstruction of source signal spectrum of DGS-SS algorithm and related reconstruction algorithms

(a)—DGS-SS 算法; (b)—OMP 算法;
(c)—SP 算法; (d)—IHT 算法.

仿真结果表明: 与其他算法相比, DGS-SS 算法重构的信号频谱支撑集更为准确, 从而具有清晰的谱线, 有效抑制了噪声的影响, 且避免了伪谱恶化频谱空穴检测性能的问题.

实验 2 设信噪比变化范围为 -5 ~ 10 dB, 间隔 1 dB. 图 2 为压缩比不同时 DGS-SS 算法与其余三种算法的检测概率比较. 每个数据点做 1000 次蒙特卡罗仿真实验, 频谱感知过程中, 设支撑集的重构误差小于 2% 时为成功检测.

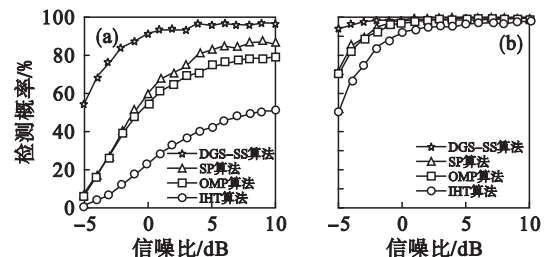


图 2 信噪比变化时 DGS-SS 算法与相关算法的检测概率

Fig. 2 Detection probability of DGS-SS algorithm and related algorithms with the change of signal to noise ratio

(a)—压缩比 1/4; (b)—压缩比 1/3.

仿真结果表明:DGS-SS 算法的检测性能明显优于其他三种算法,且当压缩比较低时,DGS-SS 算法的优势更为明显。因为 DGS-SS 算法利用了信号频谱具有的结构特征,受采样过程中信息丢失的影响较弱。并且,当接收信噪比较低时,DGS-SS 算法的检测概率明显高于其他三种算法,表明其对噪声更具鲁棒性。

实验 3 设信噪比为 0 dB,观测次数 M 的变化范围为 60~240,图 3 为 DGS-SS 算法与采用其他三种算法重构主用户信号频谱的检测概率比较。

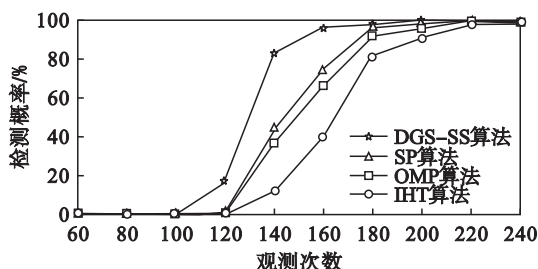


图 3 观测次数变化时 DGS-SS 算法与相关算法的检测概率

Fig. 3 Detection probability of DGS-SS algorithm and related algorithms with the change of observation times

由图 3 可知:当观测次数 M 为 140 时,采用 DGS-SS 算法的检测概率高达 80%,而其他三种算法的检测概率均低于 50%,表明 DGS-SS 算法准确重构时对观测次数 M 的需求更低,能够使系统开销降低。

实验 4 设观测次数 $M = 150$,即压缩比为 $1/4$,信噪比变化范围为 $-5 \sim 10$ dB,间隔为 1 dB。图 4 为稀疏度 $K = 50$,组数 q 分别为 3,4,5,6 时 DGS-SS 算法的检测性能曲线。

由图 4 可知:在相同仿真条件下,随着组数 q 的增加,DGS-SS 算法的检测性能呈下降趋势,这是由于 K 一定时,随着 q 增大,信号频谱的组稀疏结构愈加不明显。因此在实际应用中,当 q 较大时,需要适当增加观测次数以保证算法的检测性能。

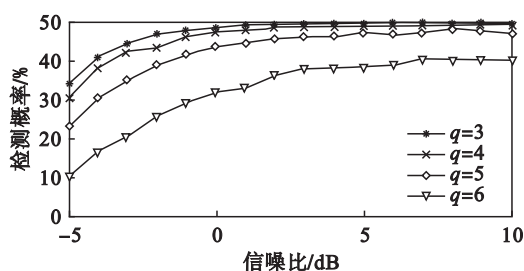


图 4 组数 q 变化时 DGS-SS 算法的检测概率

Fig. 4 Detection probability of DGS-SS algorithm with the change of the group number q

4 结 论

本文提出了一种基于主用户信号频谱结构的频谱感知算法。根据压缩感知理论对无线宽带信号进行亚奈奎斯特速率采样,并将主用户信号频谱的组稀疏结构应用于频谱的重建过程,加快了重构主用户信号频谱的收敛速度,具有更高的重建精度。与以往的相关算法相比,该算法能够利用更少的观测值实现主用户信号频谱的准确重构,并且对噪声变化具有更强的鲁棒性,频谱感知性能更加稳定。

参考文献:

- [1] Sun H, Nallanathan A, Wang C X, et al. Wideband spectrum sensing for cognitive radio networks: a survey [J]. *IEEE Wireless Communications*, 2013, 20(2): 74-81.
- [2] Mitola III J. Cognitive radio for flexible mobile multimedia communications [C]//IEEE International Workshop on Mobile Multimedia Communications. San Diego, 1999: 3-10.
- [3] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] 杜瑞燕,汪晋宽,刘福来. 基于压缩感知理论的频偏估计算法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2012, 33(7): 938-940.
- (Du Rui-yan, Wang Jin-kuan, Liu Fu-lai. Frequency offset estimation algorithm based on compressed sensing theory [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2012, 33(7): 938-940.)
- [5] Zhi T, Giannakis G B. Compressed sensing for wideband cognitive radios [C]// IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Honolulu, 2007: 1357-1360.
- [6] Polo Y L, Wang Y, Pandharipande A, et al. Compressive wide-band spectrum sensing [C]// IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Taipei, 2009: 2337-2340.
- [7] Qin Z, Gao Y, Plumbley M D, et al. Wideband spectrum sensing on real-time signals at sub-Nyquist sampling rates in single and cooperative multiple nodes[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(12): 3106-3117.
- [8] Ghasemi A, Sousa E S. Collaborative spectrum sensing for opportunistic access in fading environments [C]// IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks. Baltimore, 2005: 131-136.
- [9] Wu H T, Yang J F, Chen F K. Source number estimators using transformed Gerschgorin radii [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(6): 1325-1333.
- [10] Candes E J. Compressive sampling [C]// Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Madrid, 2006: 1433-1452.
- [11] Candes E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. *Comptes Rendus Mathématique*, 2008, 346(9): 589-592.
- [12] Huang J Z, Huang X, Metaxas D. Learning with dynamic group sparsity [C]// IEEE International Conference on Computer Vision. Kyoto, 2009: 64-71.