

# 热振环境下纤维增强悬臂复合薄板的固有特性

李 晖, 吴怀帅, 位 莎, 李政泽  
(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 基于哈密顿原理建立了纤维增强悬臂复合薄板的动力学方程, 并利用双向梁函数法对其固有频率进行求解. 然后, 编写了 Matlab 计算程序, 并给出了热振环境下分析其固有特性的具体流程, 最后, 搭建了该类悬臂复合薄板结构在热振环境下的固有特性测试系统. 并以 TC500 碳纤维/树脂复合薄板为研究对象, 对其固有频率进行了测试. 结果表明, 热振环境下纤维增强悬臂复合薄板固有频率计算结果与实验结果的误差在 15% 以内, 且振型结果也与测试振型结果一致, 进而验证了所提出的理论分析方法的正确性.

**关 键 词:** 纤维增强; 复合薄板; 固有频率; 热振环境; 悬臂边界

**中图分类号:** TB 535      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2018)01-0087-06

## Natural Characteristics of Fiber-Reinforced Cantilever Composite Thin Plate Under Thermal Vibration Environment

LI Hui, WU Huai-shuai, WEI Sha, LI Zheng-ze  
(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.  
Corresponding author: LI Hui, E-mail: lh200300206@163.com)

**Abstract:** The equation of motion for fiber-reinforced composite cantilever thin plate was derived based on Hamilton's principle, and its natural frequencies were calculated by two-dimension beam function method. Then, the Matlab calculating program was written, and the specific analysis procedures of natural characteristics of fiber-reinforced cantilever thin plate under thermal vibration environment were also proposed. Finally, TC500 fiber/epoxy composite plate was taken as a study object, and its frequency and shape results are measured based on the established test system of natural characteristics of the cantilever composite plate under thermal vibration environment. It was found by comparison that the calculated frequencies under thermal vibration environment have a good agreement with the experimental results, and the related errors are within the range of 15%. Besides, modal shapes are also consistent with the measured shape results, thus the effectiveness of the above method is verified.

**Key words:** fiber-reinforced; composite thin plate; natural frequency; thermal vibration environment; cantilever boundary

纤维增强复合材料比强度高、比模量高、热稳定性好,还有一定的阻尼减振能力,因此被广泛应用于航空、航天、兵器工业等重要领域<sup>[1]</sup>. 目前,工程实际中存在大量通过该类型材料制成的悬臂复合薄板结构件,如超高声速飞行器、航空发动机和燃气轮机叶片等,它们通常处于几百摄氏度乃至上千摄氏度的热振环境下. 在热载荷和动态载荷的共同作用下,将会影响复合材料的力学特性,改变材料的弹性模量,从而降低结构的承载能力以及强度极限<sup>[2-3]</sup>.

长期以来,国内外学者在研究热振环境下纤维增强复合薄板的固有特性方面做了许多的工作. 例如, Liu 等<sup>[4]</sup>研究了热振环境下纤维增强复合薄板的振动特性. Jeyaraj 等<sup>[5]</sup>使用有限元方法获得了不同温度条件下 PEEK/IM7 纤维增强复合薄板的固有特性. Wang 等<sup>[6]</sup>建立了热环境下碳纤维复合材料板的振动方程,获得了固有频率和模态振型. Fakhari 等<sup>[7]</sup>通过有限元法计算得到

收稿日期: 2017-04-26  
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51505070); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N150304011, N160313002); 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室研究基金资助项目(VCAME201603).  
作者简介: 李 晖(1982-),男,内蒙古丰镇人,东北大学副教授.

了复合薄板在不同温度条件下的固有特性. Shooshtari 等<sup>[8]</sup>研究了热环境下碳纤维增强复合薄板的固有特性. Lei 等<sup>[9]</sup>也以该类型复合薄板为对象,利用  $kp-Ritz$  方法获得了热环境下复合薄板的固有特性. Nejati 等<sup>[10]</sup>研究了热振环境下纤维增强复合梁的振动特性. 吴大方等<sup>[11]</sup>以飞行器中的复合薄板为对象,研究了热振复合环境下复合薄板的固有特性.

虽然人们已经对热振环境下纤维增强复合薄板的固有特性进行了研究,但绝大多数文献针对理想的简支边界条件,而在悬臂状态下通过理论结合实际的方法对其固有特性研究较少,且绝大多数文献得出的频率结果多为无量纲频率值,其并未得到实验数据验证. 为此,有必要继续研究热振环境下该类型复合材料结构的固有特性问题.

## 1 热振环境下纤维增强复合薄板固有特性分析

### 1.1 理论建模

所研究的纤维增强复合薄板是由  $n$  层具有正交各向异性特点的纤维和基体材料组合而成的,如图 1 所示. 假设各层之间是牢固粘结的,层间无滑移,无相对位移,因此不考虑层间耦合效应. 首先,将其中面作为参考平面,并建立  $xoy$  坐标系. 纤维方向与整体坐标系  $x$  轴方向的夹角为  $\theta$ ,板长为  $a$ ,板宽为  $b$ ,板厚为  $h$ ,每一层位于  $z$  坐标轴较低表面  $h_{n+1}$  和较高表面  $h_n$  之间,每层的厚度均相同. 图中的 1 代表纤维纵向,2 代表纤维横向,3 代表垂直于 1-2 平面的方向. 假设纤维增强薄板平行和垂直纤维方向的弹性模量分别为  $E_1, E_2$ , 1-2 平面内的剪切弹性模量为  $G_{12}$ ,平行和垂直纤维方向的热膨胀系数分别为  $\alpha_1, \alpha_2$ , 1 方向作用应力引起 1,2 方向应变的泊松比为  $\nu_{12}$ , 2 方向作用应力引起 1,2 方向应变的泊松比为  $\nu_{21}$ .

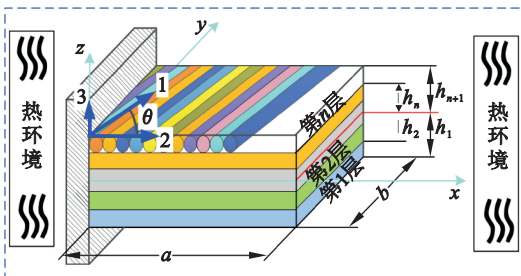


图 1 热振环境下纤维增强悬臂复合薄板的理论模型

Fig. 1 Theoretical model of fiber-reinforced cantilever composite thin plate under thermal vibration environment

根据文献[5]中经典层合板理论,将位移场写为如下形式:

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial x}, \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial y}, \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:  $u, v, w$  代表板内任意一点的位移;  $u_0, v_0, w_0$  代表板中面位移;  $t$  表示时间.

根据经典层合板理论可知,正应变  $\varepsilon_z$  和剪应变  $\gamma_{yz}, \gamma_{xz}$  都为 0, 即  $\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ , 由应变和位移的关系,板内任意一点的应变可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

在热振环境下,当材料主轴方向与整体坐标系之间有一定夹角  $\theta$  时,用应力-应变转轴公式计算得到第  $k$  层板在整体坐标系下的应力-应变关系为

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x - \alpha_x \Delta T \\ \varepsilon_y - \alpha_y \Delta T \\ \gamma_{xy} - \alpha_{xy} \Delta T \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式中:  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{xy}$  是沿  $x, y$  和剪切方向的热膨胀系数;  $\bar{Q}_{ij}$  为刚度系数,具体表达式参考文献[5].

平行纤维方向的热膨胀系数  $\alpha_1$  和垂直纤维方向的热膨胀系数  $\alpha_2$  与沿  $x, y$  和剪切方向的热膨胀系数  $\alpha_x, \alpha_y$  和  $\alpha_{xy}$  之间的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_x &= \alpha_1 \cos^2 \theta_k + \alpha_2 \sin^2 \theta_k, \\ \alpha_y &= \alpha_1 \sin^2 \theta_k + \alpha_2 \cos^2 \theta_k, \\ \alpha_{xy} &= 2(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \theta_k \sin \theta_k. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:  $k$  表示复合薄板的第  $k$  层;  $\theta_k$  表示第  $k$  层板的纤维方向与整体坐标系  $x$  轴的夹角.

薄板弯曲振动的动能和应变能可以分别用式(5)和式(6)表示:

$$V = \frac{1}{2} \int_A \int_{-h/2}^{h/2} \rho \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dz dA, \quad (5)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_A \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_{xy} \gamma_{xy}) dz dA. \quad (6)$$

热应力引起系统的势能可以表示为

$$T = \frac{1}{2} \int_A \left( \bar{N}_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \bar{N}_y \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \bar{N}_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) dA. \quad (7)$$

其中,  $N_x, N_y, N_{xy}$  分别为沿  $x, y$  和剪切方向上的热内力。

根据 Hamilton 原理可以将动力学方程表示为

$$\delta \int (U - V - T) dt = 0. \quad (8)$$

把式(5), 式(6), 式(7)代入方程(8)得到动力学方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= R_0 \ddot{u}_0, \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= R_0 \ddot{v}_0, \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - \bar{N}_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} - \bar{N}_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} - \\ \bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} &= R_0 \ddot{w}_0 - R_2 \left( \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中:

$$\begin{bmatrix} N_x & M_x \\ N_y & M_y \\ N_{xy} & M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} [1 \ z] dz;$$

$$\begin{bmatrix} \bar{N}_x \\ \bar{N}_y \\ \bar{N}_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix} \Delta T;$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (Z_{k+1} - Z_k);$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (Z_{k+1}^2 - Z_k^2);$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (Z_{k+1}^3 - Z_k^3);$$

$$R_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho dz, R_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho z^2 dz.$$

基于基尔霍夫假设, 同时将式(1), 式(2)以及式(3)代入方程(9)中, 经过计算化简后可得

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 2D_{12} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y} + D_{22} \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} + \\ 4D_{26} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3} + 4D_{66} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + \bar{N}_x \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} + \\ \bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} + R_0 \ddot{w}_0 - R_2 \left( \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_0}{\partial y^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

## 1.2 基于双向梁函数法的固有特性求解

首先将中面位移表示为

$$w_0(x, y, t) = W(x, y) e^{i\omega t}. \quad (11)$$

其中,  $W(x, y)$  为振型函数。

基于双向梁函数法, 可将热振环境下复合薄板的挠度振型函数假设为

$$W_{mn}(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} X_m(x) Y_n(y). \quad (12)$$

其中:  $m, n$  分别表示振型沿  $x, y$  方向的半波数;  $A_{mn}$  为待定系数;  $M, N$  分别为  $m, n$  所取得的最大值. 沿  $x$  方向可以用固定-自由梁函数  $X_m(x)$  来表示其第  $m$  阶振型函数, 沿  $y$  方向可以用自由-自由梁函数  $Y_n(y)$  来表示其第  $n$  阶振型函数。

基于伽辽金法, 将式(11)代入方程(10)中, 并且忽略谐波分量  $e^{i\omega t}$  的影响, 得到动力学方程

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \int_A A_{mn} \left\{ D_{11} \frac{d^4 X_m}{dx^4} Y_n + 2D_{12} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 Y_n}{dy^2} + \right. \\ 4D_{16} \frac{d^3 X_m}{dx^3} \frac{dY_n}{dy} + D_{22} X_m \frac{d^4 Y_n}{dy^4} + 4D_{26} \frac{dX_m}{dx} \frac{d^3 Y_n}{dy^3} + \\ 4D_{66} \frac{d^2 X_m}{dx^2} \frac{d^2 Y_n}{dy^2} + \bar{N}_x \frac{d^2 X_m}{dx^2} Y_n + \bar{N}_y X_m \frac{d^2 Y_n}{dy^2} + \\ \left. \bar{N}_{xy} \frac{dX_m}{dx} \frac{dY_n}{dy} - \omega^2 R_0 X_m Y_n + \right. \\ \left. \omega^2 R_2 \left( \frac{d^2 X_m}{dx^2} Y_n + X_m \frac{d^2 Y_n}{dy^2} \right) \right\} X_p Y_q dA = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $p, q = 1, 2, 3, 4, \dots$

方程(13)经过化简, 可以得到下列特征值问题:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{A} = 0. \quad (14)$$

其中:  $\mathbf{A} = (A_{11}, A_{12}, \dots, A_{mn})$  为振型特征向量;  $\omega$  为结构的固有频率;  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{M}$  分别为结构系统的对称刚度矩阵和对称质量矩阵,  $\mathbf{K}$  和  $\mathbf{M}$  中的元素是所有待定参数  $A_{mn}$  的系数. 为保证方程(14)有非零解, 需要系数矩阵的行列式为 0, 即

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0. \quad (15)$$

这样就可以求得热振环境下悬臂复合薄板的固有频率结果. 在式(12)中, 振型半波数  $m, n$  对应的  $M, N$  取值越大, 则固有频率计算结果就越精确, 通常取  $M = N = 8$  即可达到足够的精度。

## 2 热振环境下纤维增强复合薄板固有特性分析流程

利用 Matlab 软件编写了相应的计算程序, 并提出了分析获取其固有特性的具体流程。

1) 输入复合薄板的几何、材料参数以及热环境参数. 首先, 需要给出纤维增强悬臂薄板的长度、宽度、厚度及每层纤维角度等几何参数; 其次, 输入纤维纵向和纤维横向的弹性模量、剪切模量、泊松比和密度等材料参数, 然后给出温度变化量、纤维纵向和纤维横向的热膨胀系数等环境参数, 为后续动力学方程的计算做好准备。

2) 获得了热振环境下纤维增强复合薄板动力学方程. 将式(1), 式(2) 以及式(3) 代入式(5), 式(6), 式(7) 中, 最后代入哈密顿原理方程(8) 中, 并经过变分运算后, 获得了热振环境下纤维增强复合薄板的动力学方程.

3) 基于双向梁函数法, 求解固有频率. 通过梁函数法表示出振型函数, 并且忽略谐波分量的影响, 然后将式(11) 代入动力学方程, 经过化简运算, 最后得到了热振环境下复合薄板构件的特征方程. 通过求解方程(15) 的特征值问题即可得到热振环境下纤维增强悬臂薄板的固有频率.

4) 建立线框模型并求解模态振型. 首先, 根据纤维增强悬臂薄板结构尺寸, 利用 Matlab 绘制出线框模型; 然后将计算获得的某阶固有频率对应的特征向量代回到振型函数  $W(x, y)$  中, 得到该阶的模态振型函数.

### 3 实验验证

本文以 TC500 碳纤维/树脂基复合薄板为研究对象, 该类型复合薄板为对称正交铺设, 即  $[(0^\circ/90^\circ)_5/0^\circ/(90^\circ/0^\circ)_5]$ , 共有 21 层, 每个铺层具有相同的厚度和纤维体积分数. 其长、宽、厚尺寸为  $230\text{ mm} \times 130\text{ mm} \times 1.64\text{ mm}$ , 纤维纵向弹性模量  $E_1 = 139\text{ GPa}$ , 纤维横向弹性模量  $E_2 = 7.92\text{ GPa}$ , 剪切模量  $G_{12} = 3.39\text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu_{12} = 0.32$ , 质量为  $251\text{ g}$ , 密度  $\rho = 1\,780\text{ kg/m}^3$ , 平行和

垂直纤维方向的热膨胀系数分别为  $\alpha_1 = 1 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_2 = 0.2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ .

图 2 给出了所搭建的热振环境下纤维增强悬臂复合薄板的固有特性测试现场图, 该测试系统主要由复合薄板激振系统、激光扫描测振系统、加热装置以及数据采集分析仪等组成.



图 2 热振环境下纤维增强悬臂复合薄板固有特性测试现场

Fig. 2 Test scene of natural characteristics measurement of fiber reinforced cantilever composite thin plate under thermal vibration environment

实验时, 通过扫频测试方法逐步辨识获得各阶固有频率值, 如表 1 所示. 然后, 在上述固有频率处, 激发其达到共振状态, 并通过二维激光扫描装置来获得每一阶模态振型, 测试获得振型结果如表 2 所示. 同时, 为了便于比较, 将通过 Matlab 程序获得的固有频率计算结果与振型结果分别列入表 1 和表 2 中, 并对其误差  $(|A - B|/A)$  进行了分析.

表 1 热振环境下理论计算和实验测试获得的纤维增强悬臂复合薄板前 7 阶固有频率

Table 1 First 7 natural frequencies of fiber reinforced cantilever composite thin plate obtained by theoretical calculation and experimental test under thermal vibration environment

温度/ $^\circ\text{C}$	类别	阶次						
		1	2	3	4	5	6	7
20 (室温)	测试频率 A/Hz	43.5	93	270.5	364	768	864	990.5
	计算频率 B/Hz	49	85.5	307.3	363.6	850.5	860.5	915.6
	误差/%	12.6	8	13.6	0.1	10.7	0.4	7.5
50	测试频率 A/Hz	43.5	91	269.5	359	766.5	857	985.5
	计算频率 B/Hz	47	79	301.5	358	845	853	908.7
	误差/%	8	13	11.9	0.5	10.2	0.5	7.7
100	测试频率 A/Hz	42.5	84.5	263	352.5	756	852	975
	计算频率 B/Hz	45	73	295.5	353.5	839.3	846.3	901.5
	误差/%	5.8	13.6	12.3	0.3	11	0.7	7.5
150	测试频率 A/Hz	39.5	76	255	341	748	841	960.5
	计算频率 B/Hz	42	66	289.4	348	833	839	894.2
	误差/%	6.3	13.1	13.5	2	11.4	0.02	6.9

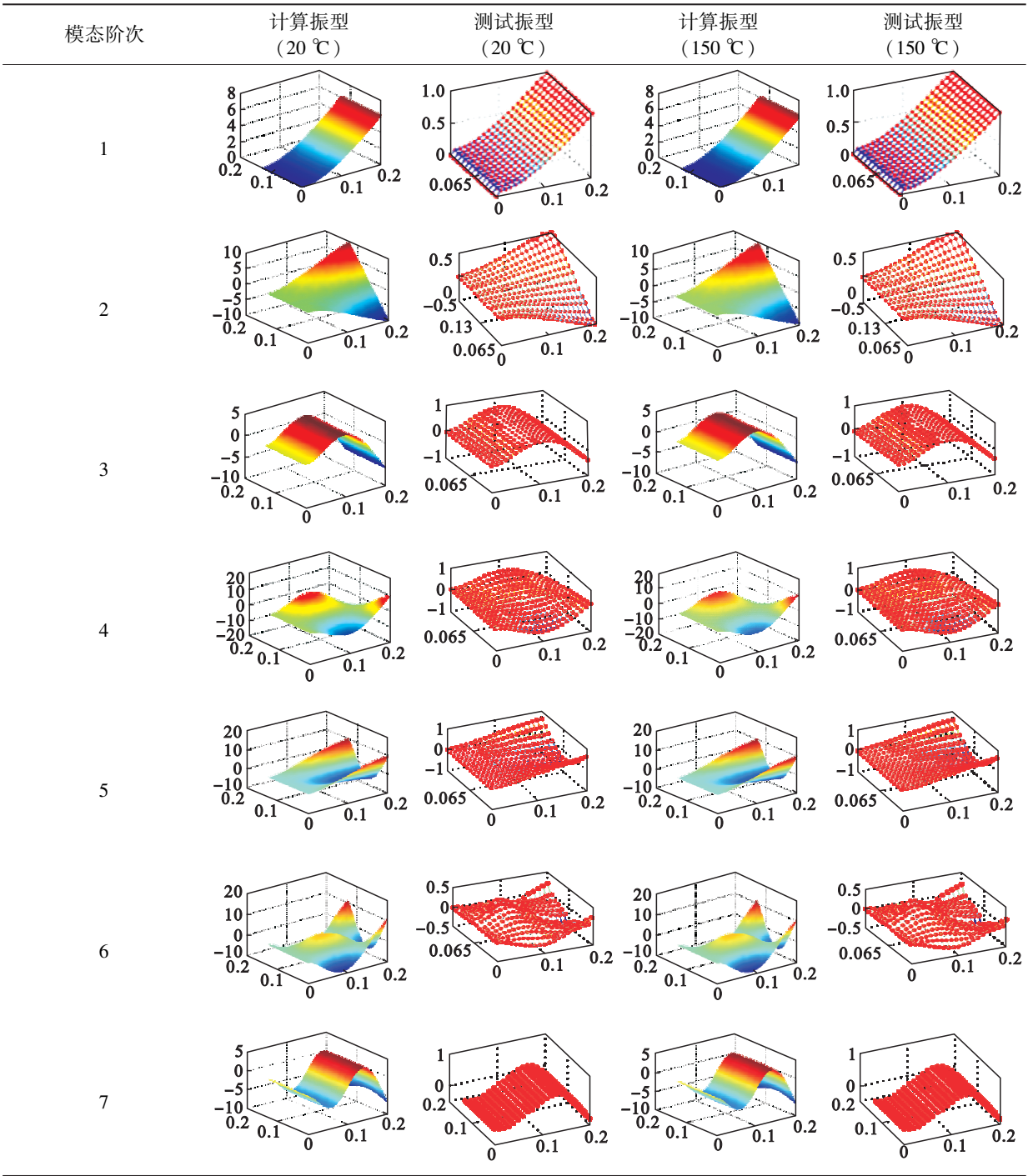


从表 1 中可以看出,热环境对该类型复合结构的固有特性有着较大影响,其固有频率会随着温度的升高而呈现不同程度的减小. 另外,从表 2

中可以看出,随着温度的升高,结构的振型没有明显的变化,即温度对结构振型的影响较小.

表 2 热振环境下理论分析和实验测试获得的纤维增强悬臂复合薄板前 7 阶模态振型

Table 2 First 7 modal shapes of fiber reinforced cantilever composite thin plate obtained by theoretical calculation and experimental test under thermal vibration environment



通过实验测试可知,热振环境下基于双向梁函数法的纤维增强悬臂薄板固有频率计算结果与实验结果的误差在 15% 以内,处于误差允许的范围内,且振型结果也与测试振型结果一致,进而验证了理论分析方法的正确性. 为了进一步研究温度变化对各阶固有频率的影响程度,图 3 给出了

不同阶次、不同温度下固有频率的变化程度点状图,结合表 1 的结果可知,在 20 ~ 150 ℃ 的温度变化范围内,其前 3 阶固有频率降低了 4 ~ 17 Hz,但随着模态阶次的增大,固有频率降低的程度逐渐增大,第 7 阶固有频率降低了 30 Hz,降低程度约为 3% .

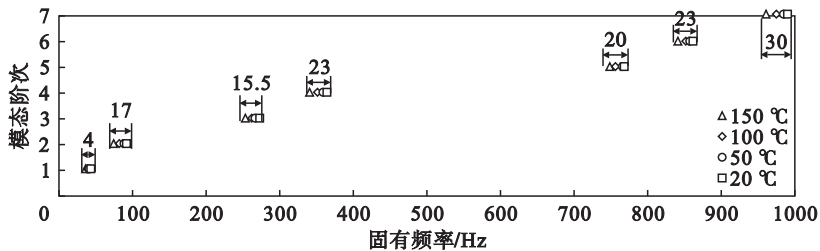


图 3 测试获得的纤维增强悬臂复合薄板各阶固有频率随温度变化的分布点状图

Fig. 3 Scattergram of each order natural frequency of fiber reinforced cantilever composite thin plate with different temperature obtained by experimental test

4 结 论

1) 本文采用双向梁函数法,计算获得了热振环境下纤维增强悬臂复合薄板固有频率和模态振型,并进行了实验验证.结果表明,理论计算误差在 15% 以内,且计算振型结果也与测试振型结果一致,进而验证了理论分析方法的正确性.

2) 热环境对该类型复合结构的固有特性有着较大影响,在 20 ~ 150 °C 的温度范围内,复合薄板的前 3 阶固有频率降低了 4 ~ 17 Hz,但随着阶次的增大,固有频率降低的程度逐渐增大,第 7 阶固有频率降低了 30 Hz,降低程度约为 3%. 获得的温度对复合薄板固有特性的影响规律,为其在热振环境下的安全可靠设计提供了参考依据.

参考文献:

[ 1 ] Vinson J R, Sierakowski R L. The behavior of structures composed of composite materials [ M ]. Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2006.

[ 2 ] Reddy J N. Mechanics of laminated composite plates and shells; theory and analysis [ M ]. Boca Raton: CRC Press, 2004.

[ 3 ] Jones R M. Mechanics of composite materials [ M ]. Washington D C: Scripta Book Company, 1975.

[ 4 ] Liu C F, Huang C H. Free vibration of composite laminated plates subjected to temperature changes [ J ]. Computers & Structures, 1996, 60 ( 1 ): 95 – 101.

[ 5 ] Jeyaraj P, Ganesan N, Padmanabhan C. Vibration and acoustic response of a composite plate with inherent material damping in a thermal environment [ J ]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 320 ( 1 ): 322 – 338.

[ 6 ] Wang Z X, Shen H S. Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments [ J ]. Computational Materials Science, 2011, 50 ( 8 ): 2319 – 2330.

[ 7 ] Fakhari V, Ohadi A, Yousefian P. Nonlinear free and forced vibration behavior of functionally graded plate with piezoelectric layers in thermal environment [ J ]. Composite Structures, 2011, 93 ( 9 ): 2310 – 2321.

[ 8 ] Shooshtari A, Rafiee M. Vibration characteristics of nanocomposite plates under thermal conditions including nonlinear effects [ J ]. International Journal of Applied Mechanics, 2011, 1 ( 1 ): 60 – 69.

[ 9 ] Lei Z X, Liew K M, Yu J L. Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method in thermal environment [ J ]. Composite Structures, 2013, 106: 128 – 138.

[ 10 ] Nejati M, Fard K M, Eslampanah A. Effects of fiber orientation and temperature on natural frequencies of a functionally graded beam reinforced with fiber [ J ]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29 ( 8 ): 3363 – 3371.

[ 11 ] 吴大方,王岳武,蒲颖,等. 高超声速飞行器复合材料翼面结构 1100 °C 高温环境下的热模态试验 [ J ]. 复合材料学报, 2015, 32 ( 2 ): 323 – 331.

( Wu Da-fang, Wang Yue-wu, Pu Ying, et al. Thermal modal test of composite wing structure in high-temperature environments up to 1100 °C for hypersonic flight vehicles [ J ]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015, 32 ( 2 ): 323 – 331. )