

基于改进分层激励控制线的多阶段信息集结方法

李玲玉^{1,2}, 郭亚军¹, 易平涛¹, 冯雪丽¹
(1. 东北大学 工商管理学院, 辽宁 沈阳 110169; 2. 南昌大学 经济管理学院, 江西 南昌 330031)

摘 要: 针对时序动态综合评价问题,在分层激励方法的基础上,提出了3种改进的分层激励多阶段信息集结方法,即按比例分层的集结方法、按一维聚类分层的集结方法和按诱导变量分层的集结方法,并对其分层模式及信息集结过程进行了分析.改进后的分层方法对被评价对象评价价值中包含的隐含信息的分析更为深入,且能够灵活地凸显决策者的激励意图.最后通过一个算例对方法的有效性进行了验证.在实际应用中,决策者可以根据实际问题选择适合的改进方法.

关 键 词: 动态综合评价;信息集结;分层激励;改进激励控制线;诱导变量

中图分类号: C 934 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)01-0148-05

On Multi-phase Information Aggregation Methods Based on Improved Stratified Incentive Control Lines

LI Ling-yu^{1,2}, GUO Ya-jun¹, YI Ping-tao¹, FENG Xue-li¹
(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110169, China; 2. School of Economics & Management, Nanchang University, Nanchang 330031, China. Corresponding author: LI Ling-yu, E-mail: lingyu2001@163.com)

Abstract: Aiming at sequential dynamic comprehensive evaluation, based on multi-phase evaluation information aggregation, three improved stratified incentive methods of multi-phase information aggregation were proposed, i. e., the aggregation methods of stratifying according to proportion, of stratifying according to one dimensional clustering and of stratifying according to induced variables. Then their stratified models and the processes of information aggregation were analyzed. The improved methods can analyze the alternatives' implicit information much more thoroughly, and protrude the inspiring intention of decision makers flexibly. Finally, an example was used to testify the validity of these methods. In practical applications, decision-makers can select appropriate methods according to the needs of specific problems.

Key words: dynamic comprehensive evaluation; information aggregation; stratified incentive; improved incentive control line; induced variable

综合评价是决策分析领域的重要组成部分之一^[1],以往的研究多是针对某一个时刻的静态综合评价问题,评价结果反映的是被评价对象在某一时刻的状态和发展水平.在引入时间变量之后,原有的二维静态评价问题(由指标和方案组成)则转变成由时间、指标和方案(被评价对象)组成的三维动态综合评价问题.科学、客观的动态综合评价方法应该能够体现出被评价对象的发展变化情况,同时也能够客观地凸显被评价对象之间的差异.目前,动态综合评价研究已取得了一些成果,主要研究集中在动态评价方法的创新方面^[2-5],而由于动态综合评价具有较强的现实意义,在方法创新的同时,也有研究将激励因素考虑到动态综合评价中^[6-8].文献[6]首次提出了基于双激励控制线的多阶段信息集结方法.文献[7]在信息集结过程中增加了被评价对象变化速

率和加速度因素,对方法作了更深入的拓展.文献[8]提出的分层激励的动态综合评价方法中,激励控制线由分层确定.一般的分层方法主要由决策者的主观意图所决定,这种方法实现的前提条件是决策者对被评价对象的发展变化趋势有较为明确和清晰的认识.然而,对于不同的被评价群体,他们的发展变化趋势也具有不确定性,如果用同样的分层方法确定每一层级的上下限就有失对不同群体的客观判断.基于此,本文提出 3 种改进的分层方法,从客观角度出发对被评价群体进行分层,通过激励控制线的方式对被评价对象进行奖励和惩罚,更深入地挖掘被评价对象的信息差异,以使得到的评价结果更加合理.

1 问题描述

动态综合评价中,设有 N 个时期 t_1, t_2, \dots, t_N , 将 n 个被评价对象(或系统) s_1, s_2, \dots, s_n 在 m 个评价指标 x_1, x_2, \dots, x_m 上的观测值记为 $x_{ij}(t_k), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, N$.

不失一般性,假设指标均为效益型,所有指标值为非负数且隶属于某一固定区间范围内.在任意时刻 $t_k(k = 1, 2, \dots, N)$ 的综合评价值为 $y_1(t_k), y_2(t_k), \dots, y_n(t_k)$, 假设所有被评价对象的评价值都在奖惩范围内.

根据决策者的决策意图和奖惩的实施力度,确定被评价对象指标的奖惩范围为 $[a, b](a \leq b)$, 其中 a 称为激励下限, b 称为激励上限.将奖惩范围划分为 L 个区间,这些区间的覆盖范围为 $[d_0, d_1], (d_1, d_2], \dots, (d_{L-1}, d_L]$, 其中 $d_0 = a, d_L = b$, 任意区间的区间长度为 $c_h = d_h - d_{h-1}, h = 1, 2, \dots, L$, 称区间 $(d_{h-1}, d_h]$, $h = 1, 2, \dots, L$ 为第 h 层, d_{h-1} 称为第 h 层级的区间下限, d_h 为区间上限.特别地,为了计算方便,定义区间 $(-\infty, a)$ 为第 0 层, 区间 $(b, +\infty)$ 为第 $L+1$ 层,但是这两个层级不体现激励作用.

2 分层激励控制线的改进方法与模型

2.1 改进方法 1——按比例分层

在综合评价问题中,经常会遇到这样的情况,按照人数划分奖励等级并给予奖励,例如,评定结果按照 5%, 10%, 20% 分别确定一等奖、二等奖、三等奖获奖名额,剩余的为优秀奖.依据这样的原则,可以对被评价对象进行分层.

2.1.1 分层规则

规则 1(时点比例不变性)每一个时间点的激励层级划分方法相同,即激励总层级相同,且同一个激励层级所包含的被评价对象占比相同.

规则 2^[8](偏好灵活性)决策者依据偏好确定奖惩层级,若要突出奖惩,则设定较多的奖惩层级;否则,设定较少的奖惩层级.

规则 2 中,在被评价对象的总数固定情况下,层级较多时,奖惩层级中所包含的被评价对象所占的比例小,被评价对象排序的变动较容易突破(或者滑落)到另外的层级从而获得奖惩;反之,被评价对象的变动则较难获得奖惩.

规则 3^[8]适度激励规则.要求正负激励系数的和为 1,即 $\sum_{h=1}^L \mu_h^+ = \sum_{h=1}^L \mu_h^- = 1$.

2.1.2 分层步骤

步骤 1 决策者依据已有的知识、经验或评价目的确定层级总数 L 和各层级所包含被评价对象的百分比,从低层到高层被评价对象所占比例分别为 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L(\gamma_h > 0 \text{ 且 } \sum_{h=1}^L \gamma_h = 1)$.

步骤 2 依据被评价对象的总个数 n 和已确定的各层中所包含的被评价对象占总被评价对象数的比例 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L$, 计算出各层所包含的被评价对象的个数.当出现不是整数的情况时,采取四舍五入的方法.

若遇到各层被评价对象个数和不是 n 的情况,需检查四舍五入之前的数据,根据该组数据重新确定各层包含的被评价对象个数.

步骤 3 将每个时刻的综合评价从小到大大排序,为方便起见,记为 $y_1(t_k) \leq y_2(t_k) \leq \dots \leq y_n(t_k)$. 依据各层级所包含被评价对象的个数,将被评价对象分为 L 个不同的群体,从低到高,每个奖惩层所包含的对象个数分别记为 e_1, e_2, \dots, e_L , 其中 $e_h > 0$ 且 $\sum_{h=1}^L e_h = n$.

当出现激励区间边界有相同评价存在的情形时,可按以下 2 种原则进行处理:①依据决策者的奖惩偏好,如果决策者偏好奖励,那么就把具有相同值的被评价对象划分到较低的奖惩层级,如果决策者偏好惩罚,那么就把相同值的被评价对象划分到较高的奖惩层级;②评价值的就近原则,比较评价值与相邻的两个数值的距离,距离哪个值近就把取值相同的被评价对象划分到那个值所在奖惩层级;如果距离都相同,那么就判断次相邻的两个值.

步骤 4 确定各层的上下限.

由步骤 3 确定各层被评价对象的个数,不难得

出从下到上各层所包含的评价值分别为 $A_1 = \{y_1(t_k), \dots, y_{e_1}(t_k)\}$, $A_2 = \{y_{e_1+1}(t_k), \dots, y_{e_1+e_2}(t_k)\}, \dots, A_L = \{y_{n-e_L+1}(t_k), \dots, y_n(t_k)\}$, 因而可使奖惩层级的上下限取相邻层级最接近的两个数据的均值, 得到 $t_k(k=1, 2, \dots, N)$ 时刻 h 层的上限为 $d_h(t_k) = \frac{y_h(t_k) + y_{h+1}(t_k)}{2}, h=1, 2, \dots, L-1$. (1)

记奖惩范围为 $[a, b]$, 所以有 $d_0(t_k) = a, d_L(t_k) = b$.

被评价对象个数或者综合评价值的数据不同会使得同一奖惩层级在不同时间点的上下限不同, 若将同一奖惩层级的上限相连作为激励控制线, 那么激励控制线必然是一条折线. 为了保持一致性, 令此时的激励控制线为虚拟的直线, 称这些虚拟的直线为虚拟激励控制线.

由上述分析可知, 被评价对象的评价值相对于虚拟激励控制线的位置表达了被评价对象在群体中所处的相对位置.

2.1.3 信息集结

分层后被评价对象的综合评价值 y_i 在 t_k 时刻可能处于不同的层级之中, 或者在奖惩范围之外, 当出现相邻时间点被评价对象的评价值突破(或滑落)奖惩层级时, 需对突破层级的部分进行奖励, 对滑落层级的部分进行惩罚.

图 1 为多层激励控制线的信息集结示意图, 横向直线代表虚拟的激励控制线(实际问题中应为折线), 然而不同时间点的相同层级所对应的边界不同. 图中折线的各个点表示某一个被评价对象所处的层级, 虚线表明了被评价对象在层级之间的发展状况. 有箭头的部分表示该时间段被评价对象的评价值出现了穿越层级的情况, 箭头向上表示被评价对象的发展趋势是正向的, 应给予奖励; 箭头向下表示被评价对象的发展趋势是负向的, 应给予惩罚. 没有箭头的时段, 表示评价值在同一层级间波动, 不给予奖惩.

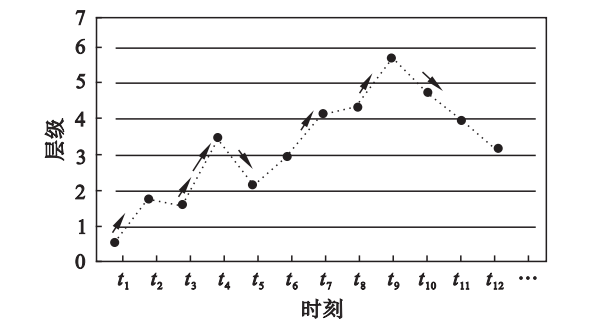


图 1 多层激励控制线的信息集结示意图
Fig. 1 Information aggregation diagram of multi-layer inspiring control lines

一般地, 对于分割后的任一时间段 $[t_k, t_{k+1}]$, $k=1, 2, \dots, N-1$, 其动态综合评价值仍可表示为^[6]

$$s_i(t_k, t_{k+1}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left[y_{i,k} + \frac{(x - t_k)(y_{i,k+1} - y_{i,k})}{(t_{k+1} - t_k)} \right] dx. \tag{2}$$

引入按比例分层的激励控制线之后, 在时间段 $[t_k, t_{k+1}]$ 内被评价对象的评价值从 h 层向上穿越到 $h+p$ 层, 或者向下滑落到 $h-p$ 层(p 为正整数), 令 $y_{i,k+1}^+$ 为带激励特征的评价值, 则对 t_{k+1} 时刻的评价值的奖惩激励幅度如下^[8]:

$$y_{i,k+1}^+ = \mu_{h+p}^+(y_{i,k+1} - d_{h+p-1,k+1}) + \mu_{h+p-1}^+(d_{h+p-1,k+1} - d_{h+p-2,k+1}) + \dots + \mu_{h+1}^+(d_{h+1,k+1} - d_{h,k+1}), \tag{3}$$

$$y_{i,k+1}^- = \mu_{h-p}^-(d_{h-p,k+1} - y_{i,k+1}) + \mu_{h-p+1}^-(d_{h-p+1,k+1} - d_{h-p,k+1}) + \dots + \mu_{h-1}^-(d_{h-1,k+1} - d_{h-2,k+1}). \tag{4}$$

其中: $0 \leq h, p \leq L+1$ 且 $0 \leq h+p, h-p \leq L+1$; $\mu_h^+, \mu_h^- (\mu_h^+, \mu_h^- > 0)$ 分别为 h 层的正负激励系数.

依据按比例分层规则 2, 通常决策者偏好奖惩被评价个数较少的层级(即突出少数优秀者), 激励系数可根据各层所包含的被评价对象个数的不同而变化, 此时激励系数表示为

$$\mu_h^\pm = \sigma \frac{n - e_h}{n}, h=1, 2, \dots, L. \tag{5}$$

其中, σ 为待定参数. 特别地, $\mu_0^\pm = \mu_{L+1}^\pm = 0$, 这表示激励范围之外的第 0 层和第 $L+1$ 层没有奖励或者惩罚. 显然, 同一时刻只存在奖励或只存在惩罚, 即 $y_{i,k+1}^+ \cdot y_{i,k+1}^- = 0$.

t_{k+1} 时刻带有激励特征的评价值为

$$y_{i,k+1}^\pm = y_{i,k+1} + y_{i,k+1}^\pm - y_{i,k+1}^-. \tag{6}$$

激励后的时间段 $[t_k, t_{k+1}]$, $k=1, 2, \dots, N-1$ 的动态综合评价值为^[8]

$$s_i^\pm(t_k, t_{k+1}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left[y_{i,k} + \frac{(x - t_k)(y_{i,k+1}^\pm - y_{i,k})}{(t_{k+1} - t_k)} \right] dx. \tag{7}$$

依据适度激励规则(即规则 3), 可求出待定参数 σ 的值.

2.2 改进方法 2——一维聚类分层

预处理后的评价信息数据中包含了一定的客观信息, 如果按照一维聚类的方法对任意时刻 $t_k(k=1, 2, \dots, N)$ 的所有被评价对象进行聚类, 被评价对象自然地汇聚成不同小群体. 按照分层的思想, 对于评价值较为接近的一个小群体认为是一个层级, 层级的边界取相邻两层最接近数据的中点.

按有序增量分割法^[9]对 $t_k (k=1, 2, \dots, N)$ 处的所有被评价对象的综合评价值 $y_i(t_k) (i=1, 2, \dots, n)$ 进行一维 L 组聚类, 即得到 L 个层级, 计算得到每个层级所包含的被评价对象个数分别为 e_1, e_2, \dots, e_L , 其中 $e_h > 0$ 且 $\sum_{h=1}^L e_h = n$. 不失一般性, 假设 $y_1(t_k) \leq y_2(t_k) \leq \dots \leq y_n(t_k)$, 则这 L 个层级划分为 $A_1 = \{y_1(t_k), \dots, y_{e_1}(t_k)\}$, $A_2 = \{y_{e_1+1}(t_k), \dots, y_{e_1+e_2}(t_k)\}$, \dots , $A_L = \{y_{n-e_L+1}(t_k), \dots, y_n(t_k)\}$, 层级的边界取相邻划分值最接近的两个数据的均值, 则得到时刻 $t_k (k=1, 2, \dots, N)$ 第 $h (h=1, 2, \dots, L)$ 层的上限为

$$d_h(t_k) = \frac{y_h(t_k) + y_{h+1}(t_k)}{2} \quad (h=1, 2, \dots, L-1). \quad (8)$$

与改进方法 1 类似, 评价指标与处理后的取值范围为 $[a, b]$, 激励范围也为 $[a, b]$, 所以有 $d_0(t_k) = a, d_L(t_k) = b$.

在信息集结部分, 按照聚类分层后的各个时间点评价值的调整与改进方法 1 的调整基本相同, 最终的集结模型也相同. 不同之处在于, 此种改进方法同一层级在不同时刻的被评价对象个数和区间长度均不相同, 然而激励的原则仍是偏好于激励那些通过较大的努力才能突破层级的被评价对象, 因此应该对区间密度较小的层予以较大奖励或者惩罚. 区间密度是单位区间内被评价对象个数的多少.

定义 1 设 t_k 时刻 h 层级中包含的被评价对象的个数为 $e_{h,k}$, 区间长度为 $c_{h,k}$, 则区间密度的表达式为

$$\rho_{h,k} = \frac{e_{h,k}}{c_{h,k}} \quad (h=1, 2, \dots, L; k=1, 2, \dots, N). \quad (9)$$

从而 t_k 时刻 h 层级的激励系数为

$$\mu_h^+(t_k) = \sigma \frac{\sum_{h=1}^L \rho_{h,k} - \rho_{h,k}}{\sum_{h=1}^L \rho_{h,k}} \quad (h=1, 2, \dots, L). \quad (10)$$

其中, σ 为待定参数. 由适度激励原则可确定 σ 的大小, 从而确定激励系数 $\mu_h^+(t_k)$.

信息集结的方法与 2.1 节中的集结方法基本相同, 只需要将式(3)和式(4)中不同时刻的激励系数 μ_h^+ 替换为 $\mu_h^+(t_{k+1})$.

2.3 改进方法 3——诱导变量分层

在划分被评价对象的层级时, 可以由一个变量 u 来诱导, 称 u 为诱导变量^[10]. 基于诱导变量确定奖惩层级, 从而影响层级的上下限, 那么每个

层级的上下限和层级所包含的被评价对象的个数均与这个诱导变量相关.

常见的具有现实意义的诱导变量有变化速率等, 下面以该诱导变量为例说明诱导变量分层方法的操作步骤.

定义 2 被评价对象 $s_i (i=1, 2, \dots, n)$ 在 $t_k (k=2, 3, \dots, N)$ 时刻的变化速率为

$$v_i(t_k) = \frac{y_i(t_k) - y_i(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}, k=2, 3, \dots, N. \quad (11)$$

定义 3 设 $t_k (k=2, 3, \dots, N)$ 时刻所有被评价对象 $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 的最大变化速率 $v_{\max}(t_k)$ 、最小变化速率 $v_{\min}(t_k)$ 、平均变化速率 $\bar{v}(t_k)$ 分别为

$$v_{\max}(t_k) = \max_i \left\{ \frac{y_i(t_k) - y_i(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} \right\}, \quad (12)$$

$$v_{\min}(t_k) = \min_i \left\{ \frac{y_i(t_k) - y_i(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} \right\}, \quad (13)$$

$$\bar{v}(t_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i(t_k) - y_i(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}. \quad (14)$$

对被评价对象按变化速率由小到大的顺序排序, 变化速率较小的处于较低层级, 变化速率较大的处于较高层级. 此时的激励控制线为一条与变化速率有关的虚拟直线, 被评价对象所处的层级表示的是被评价对象变化速率的大小, t_k 时刻奖惩范围为 $[v_{\min}(t_k), v_{\max}(t_k)]$.

按照诱导变量分层后, 被评价对象在 t_k 时刻所处的层级的高低仅与诱导变量相关. 因此, 在信息集结过程中, 对被评价对象的激励也不再直接对原始评价值激励, 而是对诱导变量进行激励, 反推回去从而调整被评价对象的值.

以速率为诱导变量确定奖惩层级方法, 层级确定的依据是速率, 根据速率的不同将被评价对象各个时刻划分奖惩层级. 在不同时间点上, 被评价对象可能处于不同的层级, 此时, 如果后一时刻相对于前一时刻对层级有突破, 则对速率进行奖励; 如果在层级间有所下滑, 则对速率进行惩罚; 如果层级没有发生变化, 不奖励也不惩罚. 奖励或惩罚之后就会出现时间段 $[t_k, t_{k+1}]$ 内的带有奖惩特征的速率 $v^+(t_{k+1})$, 令时刻 t_k 的评价值不变, 再根据速率的计算方法就可以反推求得 t_{k+1} 时刻调整之后带有激励的评价值.

此种分层奖励对于那些成长型的被评价对象有利, 而对于那些保持实力不变的被评价对象缺少关注, 因而此模型适用于对后进者的激励.

从广义上来看, 改进的分层方法 1 和 2 可以视为诱导变量分层的特殊情况. 改进方法 1 中的诱导变量可视为各层级所占比例, 改进方法 2 中

的诱导变量可视为被评价对象的密度,同理也可以使用其他的具有现实意义和科学研究意义的诱导因素作为诱导分层的变量.

3 算例分析与比较

3.1 算例

采用文献[8]中的算例对 10 名员工近 6 年的整体表现进行总体评价.

下面采取前两种改进的分层方法确定激励控制线,并对信息进行集结,计算过程略.

3.2 结果对比分析

将文献[8]中的分层方法与本文给出的改进方法 1 和改进方法 2 进行对比分析,计算得到各种方法的被评价对象的综合评价值和排序,见表 1.

表 1 不同方法结果对比								
Table 1 Comparison of evaluation values and ranks obtained by different methods								
被评价对象	无激励		分层激励		比例分层		一维聚类分层	
	评价 值	排 序	评价 值	排 序	评价 值	排 序	评价 值	排 序
s_1	28.15	5	27.73	6	27.26	6	27.47	6
s_2	45.55	1	45.55	1	45.56	1	45.55	1
s_3	22.60	7	22.10	7	22.09	7	22.43	7
s_4	19.25	9	18.93	10	18.90	10	18.95	9
s_5	42.00	2	43.64	2	42.03	2	42.66	2
s_6	31.80	4	32.85	4	32.68	4	32.24	4
s_7	20.10	8	20.53	8	20.17	8	20.49	8
s_8	33.80	3	34.61	3	33.84	3	34.27	3
s_9	28.15	5	28.91	5	28.58	5	28.83	5
s_{10}	18.65	10	18.98	9	18.97	9	18.91	10

分析表 1 可以看出:①相对于没有激励的评价排序结果,文献[8]的分层激励方法、本文的按比例分层方法和按照一维聚类分层的方法所得到的排序结果均有较大变化,说明分层激励方法及其改进方法通过奖惩能够改变被评价对象之间的优劣关系;②文献[8]的分层方法及两种改进方法得到的排序结果略有不同,且综合评价值也不尽相同.造成不同的原因是当总层级数、层级的宽度不同时,会使被评价对象在同一时间段内层级之间的突破(或滑落)程度不同,从而获得的奖励(或惩罚)也不尽相同.

4 结 语

本文在文献[8]的基础上,提出了 3 种可应用于动态综合评价中的分层激励方式,在分层的方法上有一定的创新,将一维聚类思想和诱导变量的思想应用到了分层中,并取得了较好的效果.在实际应用中,结果会随着被评价对象的个数和评价值以及总层级系数的不同而不同,因此在后续的研究中可以从评价结果对被评价对象个数、总层级系数的敏感度等方面展开深入分析.

参考文献:

[1] Hwang C L, Yoon K. Multiple attribute decision making [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

[2] Sung T K, Chang N, Lee G. Dynamics of modeling in data mining: interpretive approach to bankruptcy prediction [J]. *Journal of Management Information Systems*, 1999, 16 (1): 63 – 85.

[3] Kou G, Wu W S, Zhao Y Y, et al. A dynamic assessment method for urban eco-environmental quality evaluation [J]. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 2011, 18 (1): 23 – 38.

[4] 李美娟,陈国宏,林志炳,等. 基于理想解法的动态评价方法研究[J]. *中国管理科学*, 2015, 23 (10): 156 – 161. (Li Mei-juan, Chen Guo-hong, Lin Zhi-bing, et al. Dynamic evaluation method based on TOPSIS [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2015, 23 (10): 156 – 161.)

[5] Liu W W. A dynamic comprehensive evaluation model based on the niche theory [J]. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 2013 (7): 359 – 362.

[6] 易平涛,郭亚军,张丹宁. 基于双激励控制线的多阶段信息集结方法[J]. *预测*, 2007, 26 (3): 39 – 43. (Yi Ping-tao, Guo Ya-jun, Zhang Dan-ning. A multi-phase information aggregation method based on double inspiring control lines [J]. *Forecasting*, 2007, 26 (3): 39 – 43.)

[7] 刘微微,石春生,李靖. 基于双激励控制线的变化速度动态综合评价[J]. *中国管理科学*, 2010, 18: 23 – 28. (Liu Wei-wei, Shi Chun-sheng, Li Jing. Study on dynamic comprehensive evaluation for change speed based on double inspiring control lines [J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2010, 18: 23 – 28.)

[8] 易平涛,冯雪丽,郭亚军,等. 基于分层激励控制线的多阶段信息集结方法[J]. *运筹与管理*, 2013, 22 (6): 140 – 146. (Yi Ping-tao, Feng Xue-li, Guo Ya-jun, et al. A multi-phases information aggregation method based on stratified incentive control line [J]. *Operations Research and Management Science*, 2013, 22 (6): 140 – 146.)

[9] 易平涛,郭亚军,张丹宁. 密度加权平均中间算子及其在多属性决策中的应用[J]. *控制与决策*, 2007, 22 (5): 515 – 519. (Yi Ping-tao, Guo Ya-jun, Zhang Dan-ning. Density weighted averaging middle operator and application in multi-attribute decision making [J]. *Control and Decision*, 2007, 22 (5): 515 – 519.)

[10] Yager R R, Filev D P. Induced ordered weight averaging operators [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics B*, 1999, 29 (2): 141 – 150.