

# 含位形权重的磁流变液孤立链流变剪应力模型

马良<sup>1,2</sup>, 肖萍<sup>2</sup>, 王任胜<sup>1,3</sup>, 修世超<sup>1</sup>

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 新疆工程学院 机械工程系, 新疆 乌鲁木齐 830091;  
3. 辽宁科技学院 机械工程学院, 辽宁 本溪 117004)

**摘 要:** 为降低采用标准孤立链理论模型计算高体积分数磁流变液流变剪应力时的计算误差, 提出一种通过距离权重系数评价磁链间相互作用的流变模型. 编写 Monte Carlo 仿真程序计算颗粒位置与磁矩方向矢量、同时输出与系统颗粒间距有关的距离权重系数. 按标准和距离权重这两种链结构模型计算磁流变液剪切应力数值, 并和 4 种磁流变液(30.58% ~ 44.79%) 的流变仪剪应力测试数据进行比较, 结果显示, 权重模型在磁场全范围内具有更高的计算精度, 并且和流变试验实际结果基本符合, 证实了磁链微观结构间的相互作用力是影响磁流变液流变特性的主要因素之一.

**关 键 词:** 磁流变液; 流变特性; 距离权重系数; 剪切屈服应力; 孤立链模型; 蒙特卡洛方法

**中图分类号:** TB 303 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)02-0226-06

## An Isolated Chain Rheological Shear Stress Model with Distance Weighted Coefficients

MA Liang<sup>1,2</sup>, XIAO Ping<sup>2</sup>, WANG Ren-sheng<sup>1,3</sup>, XIU Shi-chao<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;  
2. Department of Mechanical Engineering, Xinjiang Institute of Engineering, Urumqi 830091, China; 3. School of Mechanical Engineering, Liaoning Institute of Science and Technology, Benxi 117004, China. Corresponding author: MA Liang, E-mail: maliang7653@sina.com)

**Abstract:** For reducing the error in calculating shear stress of high volume concentration magnetorheological fluids by applying standard isolated chain theoretical model, a new rheological model was proposed to evaluate interaction of magnetic chains by distance weighted coefficients. A Monte Carlo program was written for simulating position coordinates and direction of magnetic moment of carbonyl iron particles in magnetorheological fluids system, with two distance-related coefficients output. Comparing theoretical values of standard and distance weighted shear stress model with four magnetorheological fluids' testing data that measured by rheometer, results indicated that distance model has higher computational accuracy at the whole experimental range of magnetic field than that using standard isolated chain-based one, and it generally aligned with rheological results, which proves interaction force between magnetic chains is one of impact factors that can significantly affect rheological characteristic of magnetorheological fluids.

**Key words:** magnetorheological fluid; rheological characteristic; distance weighted coefficient; shear yield stress; isolated chain model; Monte Carlo method

磁流变液(magnetorheological fluids, MRFs)是新型智能材料,由载液、分散悬浮相铁磁颗粒(carbonyl iron particles, CIPs)、防止沉降的稳定剂等构成. 对 MRFs 施加外磁场,颗粒沿磁场方向

聚集排布,固相抗剪强度比零磁场条件下高出 2 ~ 5 个数量级<sup>[1]</sup>. 这一性质广泛应用于磁流变液联轴器、磁流变阀、离合器、磁流变抛光等机械设备与加工技术,因此近年来,发生流变效应后对

收稿日期: 2016-09-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375083); 沈阳市科学技术计划项目(F16-205-1-02); 辽宁省教育厅科学研究项目一般项目(L2015274).

作者简介: 马良(1976-),男,甘肃临洮人,东北大学博士研究生; 修世超(1958-),男,辽宁凌源人,东北大学教授,博士生导师.

MRFs 磁致剪应力的计算分析, 是材料和机械加工领域的热点问题之一。

一些微观剪力模型把场致微结构假设为链、层或板形结构, 考虑颗粒极化作用, 建立平衡方程得到磁致特性参数<sup>[2-3]</sup>。物理试验也证实了低体积分数特定条件下模型结果的准确性<sup>[4-5]</sup>。但颗粒成链受外磁场、空间位阻以及热运动等因素影响, 成链后颗粒坐标信息无法确知, 如果假定系统处于某种单一形式的构造体系, 当颗粒体积分数较高时, 存在较大的误差<sup>[6]</sup>。

为缩小结构假设误差, 分析过程分成两步: 首先建立孤立链剪力微结构计算模型, 对磁流变液单元系统进行 Monte Carlo 仿真, 输出施加外磁场后的颗粒坐标和磁矩方向, 并计算两两颗粒的间距; 再按间距判断所有颗粒的成链条件, 建立有效磁链集合, 遍历集合内每条磁链, 基于前一步骤的仿真位形信息得到距离权重剪应力模型的计算值。

## 1 孤立链剪切应力理论模型

如图1所示: 剪切力  $\tau$  的作用区域是底面积为  $D^2$ 、高  $h = \lambda_i R$  的六面体, 其中  $D = \lambda_s R$ ;  $\lambda_i, \lambda_s$  分别为颗粒中面垂直和平行于  $B_0$  的径向距离系数。如果颗粒体积分数为  $\varphi$ , 则  $\lambda_s, \lambda_i, \varphi$  三者间按作用区域的体积等价关系满足:

$$\lambda_i \cdot \lambda_s^2 = 4\pi / 3\varphi. \quad (1)$$

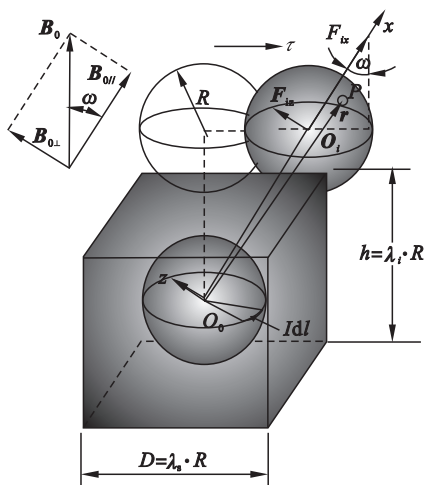


图1 剪力计算受力分析简图

Fig. 1 Shear force analysis diagram

如图1, 由安培分子电流假说和偶极子理论, 磁化作用力  $F$  是以  $O_0$  上磁化电流对任意点  $P$  的作用为被积表达式, 在颗粒  $O_i$  表面的累积和:

$$F = \iint_{\Omega} Idl_i \times \int_0^{\pi} (dB_{P//} + dB_{P\perp}) = [F_{ix}, 0, F_{iz}]. \quad (2)$$

式(2)颗粒感应强度被积表达式根据偶极子理论写成式(3)的形式。其中:  $\mu_f$  为基液磁导率;  $m_0$  为磁偶极矩,  $r$  为磁偶极子中心指向  $P$  点的矢量。

$$dB_P = \frac{\mu_f}{4\pi} \cdot \left( \frac{3m_0 \cdot r}{r^5} \cdot r - \frac{m_0}{r^3} \right). \quad (3)$$

颗粒在水平力作用下从虚线位置移动至  $O_i$  位置, 颗粒间剪切角为  $\omega$ , 中心距扩大为  $h^w = h/\cos\omega$ 。如图1, 式(2)作用力表达式通过坐标变换得到沿  $x$  轴和  $z$  轴方向的两个分力  $F_{ix}$  和  $F_{iz}$ , 通过受力分解, 水平方向作用力的合力即所求  $F_{\kappa}$ :

$$F_{\kappa} = -F_{iz}\sin\omega + F_{ix}\cos\omega. \quad (4)$$

$F_{ix}$  和  $F_{iz}$  由式(2)中颗粒  $O_0$  对  $O_i$  上点  $P$  处磁感应强度  $B_P$  积分式决定, 联立式(1)~式(4), 经坐标变换<sup>[7]</sup>, 简化得

$$\tau = \frac{F_{\kappa}}{D^2} = \frac{3\lambda_i\kappa(\lambda_i, \omega)}{4\pi} \cdot M^2. \quad (5)$$

系数  $\kappa(\lambda_i, \omega)$  按式(6)计算, 其中  $f_x(\lambda_i, \omega)$  和  $f_z(\lambda_i, \omega)$  是  $F_{ix}$  和  $F_{iz}$  的两个系数, 包含三重积分且没有解析解, 用 MATLAB 数值积分命令 integral3 计算。

$$\kappa(\lambda_i, \omega) = \sin^2\omega f_x(\lambda_i, \omega) \cos\omega + \left( \frac{8\pi\sin\omega\cos^2\omega}{3 \left[ -1 + \left( \frac{\lambda_i}{\cos\omega} \right)^2 \right]^2} - \sin^3\omega f_z(\lambda_i, \omega) \right). \quad (6)$$

选择 Fröelich-Kennelly 材料模型<sup>[8]</sup>, 颗粒磁化强度如式(7)所示。其中  $\chi_0$  为铁磁颗粒材料的磁化率, 取  $\chi_0 = 1\,000$ ;  $H$  为外磁场强度 (kA/m);  $M_s$  为颗粒磁化饱和强度。

$$M = H \cdot \frac{(\chi_0 - 1)M_s}{(\chi_0 - 1) + M_s/H}. \quad (7)$$

式(5)~式(7)就是与距离系数  $\lambda_i$  和颗粒磁化强度  $M$  有关的孤立链微观剪应力计算表达式。

式(5)中磁链沿水平面方向的控制区域  $D^2$  和颗粒体积分数  $\varphi$  有关, 通常均匀扩散的磁流变液外覆稳定剂层的厚度中位数  $\delta$  为半径的 10%, 故设相邻颗粒成链极限间距为  $1.1d = 2.2R$ 。

令纵向距离系数  $\lambda_i = \lambda_s = 2.2$ , 代入式(1)解得磁链相互不影响的极限值为  $\varphi = 39.34\%$ , 此时外磁场水平或垂直两个方向均满足成链条件, 如图2所示。颗粒磁矩  $m$  和外场  $B_0$  存在夹角, 即水平方向分量不为零时, 磁链间有聚集趋势, 颗粒间作用力不再只沿外场方向, 而是空间相互叠加作

用的综合结果,因此按单链模型计算,理论结果比实际数值偏小。

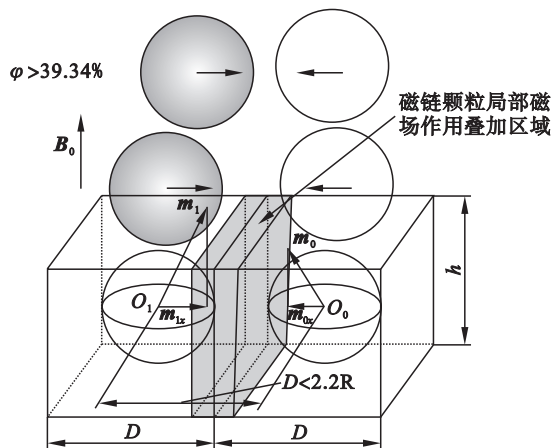


图2 磁链在垂直外磁场方向的相互影响

Fig. 2 Chains' interaction effects in the direction vertical to exterior magnetic field

为降低孤立链模型在颗粒体积分数大时的计算误差,把磁链横向间距的缩小转为用颗粒磁化强度的增幅进行表述.通过 Monte Carlo 仿真位形,从有效磁链中提取位形信息并计算颗粒距离和等效磁化强度增幅因子,以权重值代替孤立链模型表达式(5)中的  $\lambda_i$  和  $M$ ,计算剪应力修正值。

### 1.1 Monte Carlo 仿真输出位形矩阵

定义边长  $l = \sqrt[3]{N \cdot (\pi d^3 / 6) / \varphi}$  的立方体单元系统: $N$  个直径  $d$  的球形颗粒在初始位形均布于立方体空间, $\varphi$  是铁磁颗粒体积分数。

对微米级粒径磁流变液,忽略热运动对系统的影响,故磁性颗粒能量主要由偶极子极化能  $E_{ij}^{\text{dd}}$ 、空间位阻能  $E_{ij}^s$  和外磁场在颗粒位置的势能构成:

$$\sum E_i^{\text{total}} = \sum_{j \neq i} (E_{ij}^s + E_{ij}^{\text{dd}}) - \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{B}. \quad (8)$$

为避免当颗粒间距  $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| < r_{ij}^{\text{min}}$  时,位置相互“侵入”的情况,设定此时空间位阻能为无穷大,因此前后两次循环总势能计算值之差  $\Delta E^{(n)} \gg 0$ ,这相当于一个惩罚性高“势垒”,以此来拒绝错误位形。

成链颗粒中心距  $r_{ij}^{\text{min}}$  既要保证颗粒外覆稳定剂存在,又不至间距过大导致极化能急速衰减而无法成链.综合考虑之后,磁链上颗粒“相邻”的判定依据是颗粒中心距在粒径 1.1 ~ 1.2 倍范围内。

颗粒  $i$  因磁化对颗粒  $j$  产生的极化能  $E_{ij}^{\text{dd}}$  如式(9)所示,其中: $\mathbf{r}_{ij}$  为颗粒中心距矢量; $\mu_0$  为真空

磁导率,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ;  $\mathbf{m}_i$  为颗粒  $i$  的磁矩,  $|\mathbf{m}_i| = M_s \cdot \frac{\pi d^3}{6}^{[9]}$ ,  $M_s$  为颗粒磁化饱和强度。

$$E_{ij}^{\text{dd}}(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{m}_j}{r_{ij}^3} - 3 \frac{(\mathbf{m}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}) \cdot (\mathbf{m}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right). \quad (9)$$

Monte Carlo 仿真构造足量颗粒的随机移动样本集,按照式(8)和式(9),结合“总势能下降”和“几何坐标不冲突”两个约束条件,循环判断是否接受颗粒移动.直至相邻两次循环能量差  $\Delta E_i^{(n)}$  减小到稳定数值,输出末状态位形坐标矩阵  $\mathbf{P}_0$ :

$$\mathbf{P}_0 = \{\mathbf{P}_i, \mathbf{m}\} = \{[\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i], [\mathbf{m}_{xi}, \mathbf{m}_{yi}, \mathbf{m}_{zi}]\}_{i=1, \dots, n}. \quad (10)$$

### 1.2 有效磁链判断

按中心距  $r_{ij}$  满足  $r_{ij} \in [1.1d, 1.2d]$  的条件,任选  $\mathbf{P}_0$  集合中索引编号为 1 的颗粒,寻找与其满足距离要求的颗粒  $i$ ,如有多个颗粒同时满足距离要求,如图 3 右侧下方  $r_1 < r_2$  的两个颗粒,取其中距离最小的  $i$  替换原颗粒 1,重复上述步骤直至没有颗粒与之满足相邻,判定构成第  $i$  条颗粒数为  $k_i$  的磁链,记为  $C_i$ 。

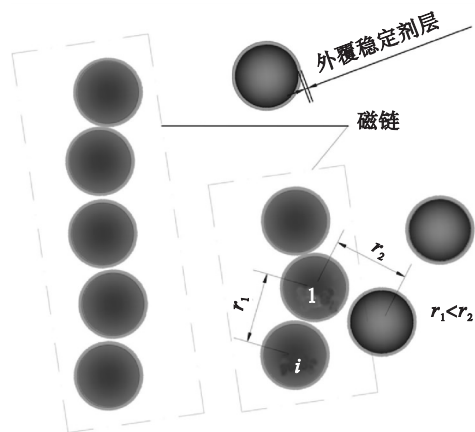


图3 颗粒的磁链归属性判断

Fig. 3 Judgement of chain belonging of CIPs

对颗粒数  $N = 64$ 、体积分数 38.7% 的单元系统施加  $H = 250 \text{ kA/m}$  的外磁场, Monte Carlo 仿真末态位形微结构存在如图 4 所示的四类基本链结构.分析发现:磁链(图 4b 和图 4c)受剪切作用拉伸并吸附颗粒时会重新构成如图 4a 所示的典型有效直链;而磁链(图 4d)尽管多数颗粒磁矩方向与外场方向一致,但相邻颗粒中心距与外场过大的夹角决定了相邻颗粒间吸引作用微弱,分离趋势更大,其上颗粒更容易吸附于其他磁链并重组,不能作为有效磁链。

综上,编程计算各磁链相邻颗粒中心距矢量  $\mathbf{r}_{ij}$  与外场间夹角均值,用夹角  $\theta = \arccos(\sqrt{5}/5)$  作

为有效磁链判断的阈值<sup>[10]</sup>,如夹角均值大于该角度则判为无效磁链. 最终形成有效磁链集合  $\{C_i\} \mid_{i=1,\dots,n}$

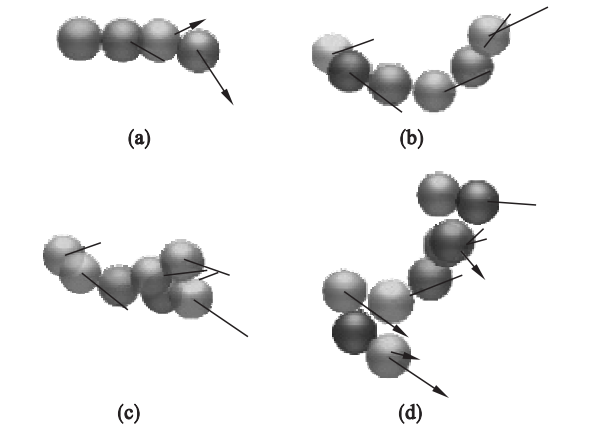


图 4 系统中不同的磁链类型

Fig. 4 Different kinds of chains in MRFs system  
(a)—直链(有效链); (b)—L 形链(有效链);  
(c)—含吸附颗粒的直链(有效链); (d)—直链(无效链).

### 1.3 按位形权重修整计算模型参数

单元子系统内  $n$  条有效磁链的距离权重系数均值记为  $\{\bar{\lambda}_{C_i}\} \mid_{i=1,2,\dots,n}$ ,第  $C_i$  条磁链上,颗粒总数记为  $k_i$ ,则该磁链上距离权重系数均值为

$$\bar{\lambda}_{C_i} = \frac{1}{(k_i - 1)} \sum_{t=1}^{k_i-1} \lambda_{C_i(t)}. \tag{11}$$

式中  $\lambda_{C_i(t)}$  为磁链  $C_i$  上第  $t$  个颗粒对的距离权重系数. 同时提出权重增幅系数  $A_M$ ,用于评价磁链之间的相互作用, $A_M$  与系统颗粒总数  $N$ 、颗粒块体材料属性调整系数,以及系统内所有  $n$  条有效磁链上颗粒数量的均值  $\bar{k}$  有关.

$$A_M = (N/\bar{k})^{\beta\varphi}. \tag{12}$$

用式(11)中的  $\bar{\lambda}_{C_i}$ 、式(12)得到的增幅磁场强度  $A_M \cdot M$  代替式(5)中的  $\lambda_i$  和  $M$ ,得到含有距离权重的流变剪应力计算模型:

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \sum_{i=1}^n \tau^{(n)} = \frac{3(A_M \cdot M)^2}{4\pi n} \cdot \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_{C_i} \cdot \kappa(\bar{\lambda}_{C_i}, \omega) = \\ &= \frac{3(A_M \cdot M)^2}{4\pi n} \cdot \lambda. \end{aligned} \tag{13}$$

## 2 计算结果与实验验证

自行制备水基磁流变液,用十二烷基苯磺酸钠(体积分数 2.2%)加入去离子水(体积分数 59.1%),加热至溶解,放入饱和磁化强度  $M_s = 1.4\text{ T}$  的 JCF1-2 型羰基铁粉(体积分数 38.7%,吉林吉恩镍业公司)搅拌 1 h 至无沉淀<sup>[11]</sup>. 图 5 为磁流变液试样中外覆稳定剂铁磁颗粒的电镜扫描图,可以看出粒径分布约为  $2 \sim 3\text{ }\mu\text{m}$ ,同时出现明显絮状稳定剂层,综合权衡后,取测试样品平均粒径为  $d = 2.2\text{ }\mu\text{m}$ .

将制备的磁流变液试样略干燥,置于图 6 所示流变仪固定板,测定  $0 \sim 250\text{ kA/m}$  磁场强度变化范围内,不同剪切速率下试样的剪应力  $\tau$  值.

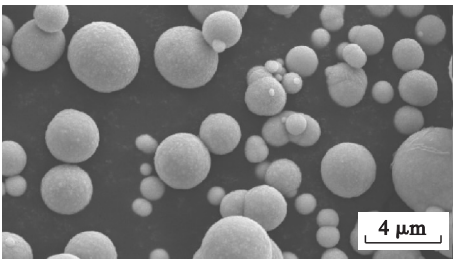


图 5 磁流变液试样中铁磁颗粒 SEM 图片  
Fig. 5 CIPs' SEM image in MRFs sample

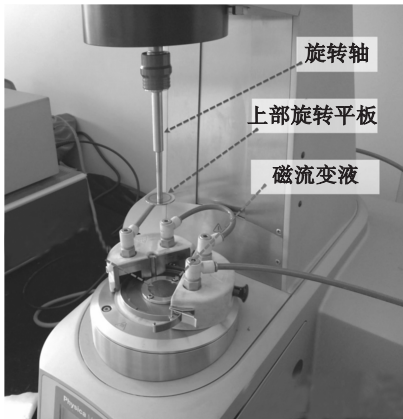


图 6 MCR301 流变仪及测量原理  
Fig. 6 MCR301 rheometer and measuring principle

从图 7 看出,不同磁场强度下样品的剪应力变化趋势基本相同,且剪切速率在  $[0.01, 1]$  范围是剪力攀升阶段,剪切速率达到  $[1, 100]$  区间时,剪力基本维持恒定,可以认为达到了该磁场强度条件下的剪应力稳定值.

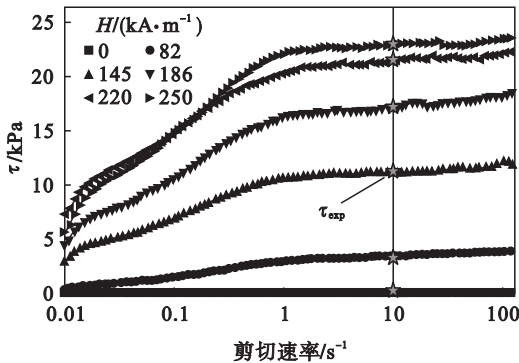


图 7 不同磁场强度下的剪切应力实验值  
Fig. 7 Experimental values of shear stress at different magnetic field intensities

取剪切速率为  $10\text{ s}^{-1}$  时的剪应力测试数据

$\tau_{\text{exp}}$ , 调用 Monte Carlo 程序得到距离权重系数, 以式 (13) 作为磁感应强度  $B$  的自定义函数  $\tau_B$ , 将调整系数  $\beta$  的计算视作对数据组  $(B, \tau_{\text{exp}})$  寻找最佳拟合的最小二乘拟合问题, 通过 MATLAB 中的 lsqnonlin 指令计算, 代入式 (12) 得到  $A_M$ , 上述数据列入表 1.

表 1 颗粒磁化强度权重系数

Table 1 Weighted factor of ClPs' magnetization intensity

$H/(\text{kA} \cdot \text{m}^{-1})$	82	142	186	220	250
$\bar{k}$	5.31	4.23	4.25	5.44	5.11
$\lambda_{c_i}$	2.241	2.245	2.206	2.246	2.232
$\beta$	0.250 6	0.232 9	0.201 2	0.258 4	0.239 6
$A_M$	1.273 1	1.277 4	1.235 1	1.279 6	1.264 0

为进一步验证权重剪应力模型对不同材料和体积分数磁流变液的适应性, 增加三种 LORD 公司制备的合成油基磁流变液的  $\tau - B$  实验数据, 型号依次为 MRF - 122EG, MRF - 132DG 和 MRF - 140CG, 物理特性列于表 2.

表 2 磁流变液物理特性参数

Table 2 Typical properties parameters of MR fluids

型号	$\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	体积分数/%	$M_1/\text{T}$
MRF - 122EG	2.28 ~ 2.48	30.58	1.171 8
MRF - 132DG	2.95 ~ 3.15	39.57	1.407 1
MRF - 140CG	3.54 ~ 3.74	44.79	1.565 7

用  $B = \mu(H + M)$  模拟颗粒非线性磁化过程, 设磁流变液整体饱和磁化强度  $M_s$  与颗粒块体饱和磁化强度  $M$  间满足  $M_s = \varphi M$ .  $M$  数据按产品页面公布的  $H - B$  曲线数据, 以 Fröelich - Kennelly 模型做最小二乘拟合, 图 8 为 MRF - 122EG 模型 MRFs 拟合结果与按照  $B = \mu_0 H$  的线性磁化计算结果以及  $H - B$  实验数据的比较.

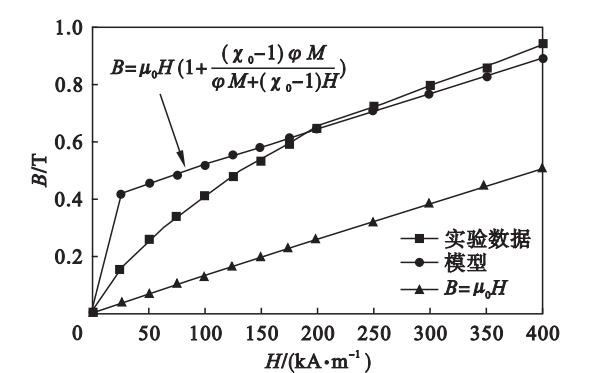


图 8 MRF - 122EG 磁化曲线 ( $M = 1.1718 \text{ T}$ )  
Fig. 8 Magnetization process curves of MRF-122EG

从图 8 看出, Fröelich - Kennelly 模型对颗粒

材料磁化过程的描述与实验数据基本吻合.

最后, 按标准单链模型、权重模型和实验数据绘制 4 种磁流变液的屈服剪切应力  $\tau_y$  与磁感应强度  $B$  的关系曲线, 见图 9. 观察发现: 对于体积分数  $\varphi \in [30.58\%, 44.79\%]$ , 且不同载液类型的 4 种磁流变液, 应用两种剪应力微观模型得到的

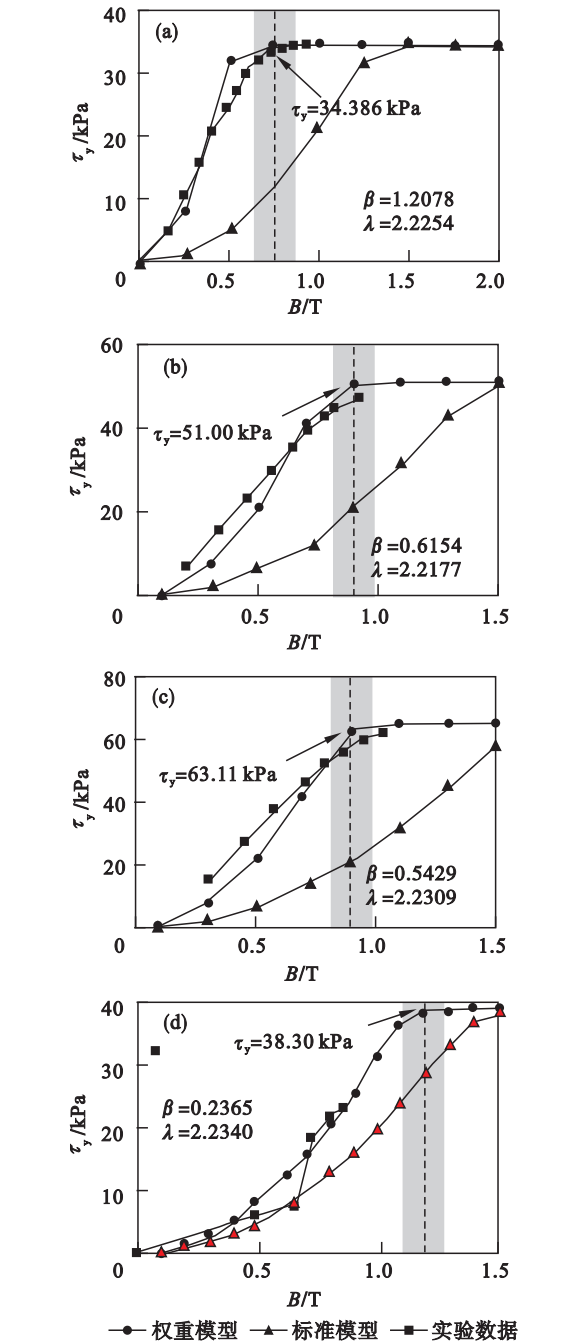


图 9 模型计算值和实验结果比较  
Fig. 9 Comparison of calculating values of two models and experimental data  
(a) — MRF - 122EG,  $\varphi = 30.58\%$  ;  
(b) — MRF - 132DG,  $\varphi = 39.57\%$  ;  
(c) — MRF - 140CG,  $\varphi = 44.79\%$  ;  
(d) — 自备样品,  $\varphi = 38.70\%$  .

应力变化趋势相同, 随颗粒磁感应强度增加而尚

未达到磁化饱和强度前,孤立链模型计算剪应力增长速率远低于实验数据,权重模型计算值则在颗粒磁感应强度几乎全范围内与实验数据较为符合.

模型计算值对比实验值,拟合优度  $R^2$  如表 3 所示.可看出孤立链模型  $R^2$  值均低于 0.5,说明孤立链模型不适合描述高体积分数 MRFs 的流变特性;比较结果证实微观形态磁链间的确存在相互作用,且对磁流变液剪应力变化有显著影响.

表 3 剪应力计算值的  $R^2$

Table 3 $R^2$ of shear stress calculating data		
型号	孤立链模型	距离权重模型
水基制备 MRFs	0.471 9	0.969 9
MRF-122EG	-1.354 7	0.943 2
MRF-132DG	-1.850 7	0.897 8
MRF-140CG	-2.671 2	0.860 3

### 3 结 语

高体积分数磁流变液普遍用于机械领域的磁流变抛光液制备,但当颗粒体积分数增大时,孤立链剪应力微观计算模型因未考虑磁场控制区域重叠造成计算误差显著增大,就此问题提出一种结合 Monte Carlo 仿真位形的修正计算方法.这种方法弥补了孤立链计算模型一些与几何位形相关的参数无法测定的问题,更重要的是,在孤立链模型中引入磁链颗粒权重经验增幅系数,用于描述聚集磁链间因磁性颗粒局部磁场作用区域叠加所导致的磁场增幅效果,使得权重模型适合于解释不同载液环境下,较高体积分数的磁流变液流变剪切应力的变化规律.通过拟合优度  $R^2$  对比不同磁场强度下,孤立链模型计算值和流变仪测试结果,证实了如下结论:权重模型显著提高了对高体积分数磁流变液的流变剪切应力预测精度,且计算模型形式简单,适合在实际工程中对磁流变液的流变力学特性进行预测与分析.

### 参考文献:

[1] Bossis G,Iskakova L,Kostenko V,et al. Kinetics aggregation of magnetic suspensions [J]. *Physica A: Statistical*

*Mechanics and Its Applications*, 2011, 390 (14): 2655 – 2663.

[2] Weis J J,Levesque D.Chain formation in low density dipolar hard spheres; a Monte Carlo study [J]. *Physical Review Letters*,1993,71(17):2729 – 2732.

[3] Tang X,Zhang X,Tao R, et al. Structure-enhanced yield stress of magnetorheological fluids [J]. *Journal of Applied Physics*,2000,87(5):2634 – 2638.

[4] Kruse T, Krauthäuser H G, Spanoudaki A, et al. Agglomeration and chain formation in ferrofluids: two-dimensional X-ray scattering [J]. *Physical Review B*,2003, 67(9):094206.

[5] Rodríguez-López J,Castro P,Elvira L, et al. Study of the effect of particle volume fraction on the microstructure of magnetorheological fluids using ultrasound:transition between the strong-link to the weak-link regimes [J]. *Ultrasonics*, 2015,61(5):10 – 14.

[6] 高伟,魏齐龙,李晓媛,等.磁流变抛光与磁流变液:原理与研究现状 [J]. *磁性材料及器件*,2015,46(2):68 – 73.  
(Gao Wei, Wei Qi-long, Li Xiao-yuan, et al. Magnetorheological finishing and magnetorheological fluid: principle and research situation [J]. *Journal of Magnetic Materials and Devices*,2015,46(2):68 – 73.)

[7] Zhu C C. A new theoretical model about shear stress in magnetorheological fluids with small shear deformation [J]. *Journal of Wuhan University of Technology (Materials Science)*,2005,20(1):52 – 56.

[8] Ivaneyko D,Toshchevnikov V,Saphiannikova M,et al. Effects of particle distribution on mechanical properties of magneto-sensitive elastomers in a homogeneous magnetic field [J]. *Condensed Matter Physics*,2012,15(3):33601 – 33612.

[9] Bradbury A,Menear K,O’Grady K, et al. Magnetic size determination for interacting fine particle systems [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*,1984,20(5):1846 – 1848.

[10] 李海涛,彭向和,黄尚廉.基于偶极子理论的磁流变液链化机理模拟研究 [J]. *功能材料*,2008 (6):902 – 904.  
(Li Hai-tao,Peng Xiang-he,Huang Shang-lian. Study on the chain-formation mechanism of magnetorheological fluids based on dipole theory [J]. *Journal of Functional Materials*,2008 (6):902 – 904.)

[11] 孙百万,黎胜权,王任胜,等.往复式动磁场磁流变抛光机理及抛光液制备 [J]. *机械设计与制造*,2016 (7):81 – 84.  
(Sun Bai-wan, Li Sheng-quan, Wang Ren-sheng, et al. Mechanism of the magnetic rheological polishing of reciprocating dynamic magnetic field and preparation of polishing liquid [J]. *Machinery Design & Manufacture*,2016 (7):81 – 84.)