

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2018.06.015

数控机床进给系统热误差自适应解析模型

李铁军, 赵春雨, 张义民
(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 提出了基于丝杠热源表面检测温度的滚珠丝杠热误差预测解析模型. 首先, 基于变量分离法推导出丝杠轴一维热传导方程的解析解. 然后, 将两个轴承视为固定热源, 将螺母简化为连续分布的多个可移动热源, 给出了各热源激励起丝杠温度分布的解析表达式, 进而依据叠加原理得出了多热源作用下丝杠轴温度的预测方程. 依据各热源表面测点和中心温度的有限元计算结果, 确定了其温度差随进给速度和时间变化函数曲线的拟合参数, 进而提出了丝杠热误差预测的解析模型. 最后通过试验验证了预测模型的有效性.

关 键 词: 热误差; 温度; 滚珠丝杠进给系统; 数控机床; 一维热传导方程; 变量分离法

中图分类号: TH 113 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)06-0834-06

Adaptive Analytical Model of Thermal Error Prediction for the Ball Screw Feed Drive Systems in CNC Machine Tools

LI Tie-jun, ZHAO Chun-yu, ZHANG Yi-min
(School of Mechanical & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHAO Chun-yu, E-mail: chyzhao@mail.neu.edu.cn)

Abstract: This paper presents an analytical model of thermal error prediction for the ball screw based on temperatures measured on the surfaces of the heat sources. First, the analytical solution of one dimensional heat conduct equation for the screw shaft is derived based on the variable separation method. Consequently, the two bearings are considered to be fixed heat sources, and the nut is divided into a few of moving heat sources distributed continually. The temperature distribution formula on the screw shaft excited by each heat source is given, and the temperature distribution equation is acquired based on the superposition principle of heat sources. The curve fitting parameters of relation functions of temperature difference between the heat source center and the measured surface point are obtained using FEM calculation data. Then an analytical model is proposed to predict the thermal error distribution of the ball screw shaft on line. Finally, the effectiveness is verified by the experiments.

Key words: thermal error; temperature; ball screw feed drive system; CNC machine tool; one dimensional heat conduct equation; variable separation method

滚珠丝杠进给系统的摩擦热引起滚珠丝杠热变形,进而改变工件和刀具之间的相对位置,降低机床加工精度^[1-2]. 自从20世纪60年代早期,业界逐渐意识到热误差影响机床加工精度. 据报道,在各种误差源中热误差占40%~70%,时至今日也没有多大改变^[3-6]. 因此研究滚珠丝杠的热误差补偿对提高机床的加工精度有重要的意义.

当前大多数研究集中在热误差补偿^[7]. 研究者使用了各种技术,如回归理论、神经网络以及有限元等^[8-13],取得了一些成果. 有限元法是一种有力的工具^[5,10-13],但是有限元法需要大量的计算时间,满足不了实时误差预测需要.

文献[2,6]使用集总热容法研究了丝杠温度分布和热误差,然而集总热容法适用于温度均匀的系统. 在进给系统工作过程中,各部件的热产生、材料内部的热传导和环境的热辐射必然导致

各部件内部的温度梯度,所以温度分布均匀只是一种理想的假设.尤其是在高速进给情况下,丝杠的温度分布极为不均^[2,10,14-15].由此可见,滚珠丝杠热误差预测的准确性取决于丝杠温度的计算精确性.因此,本文基于变量分离法求出了丝杠轴一维传导方程的解析解,进而给出了具有位置固定和变化多热源激励下的丝杠轴温度分布解析表达式,提出了基于各热源表面检测温度的滚珠丝杠热误差在线预测解析模型,为进给系统精确热补偿提供依据.

1 数学模型

1.1 丝杠传热方程

滚珠丝杠进给系统包括轴承1、轴承2和螺母三个热源,如图1所示.丝杠左端固定,右端简支. L 为丝杠长度, S 为工作台的行程, S_n 为螺母长度, Q_{b1} 为轴承1热源, Q_{b2} 为轴承2热源, Q_n 为螺母热源, T_f 为环境的温度, x_0 为丝杠左侧非工作段长度.

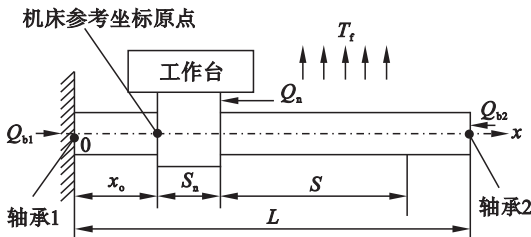


图1 CNC球丝杠系统传热模型

Fig. 1 Heat transfer of CNC ball screw systems

将滚珠丝杠处理为一维杆件,则其热传递方程为^[16-17]

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\rho c}{k} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} + \frac{4h}{kd} (T(x,t) - T_f(t)).$$

$$T(0,t) = T_{b1}(t),$$

$$T(L,t) = T_{b2}(t),$$

$$T(x_i, t_j) = T_n(x_i, t_j), \quad x \in [0, L]. \quad (1)$$

其中: $T(x,t)$ 为丝杠轴的温度,是时间 t 和位置 x 的函数; k 为热导率; ρ 为丝杠密度; c 为热容量; h 为对流系数; $T_f(t)$ 为环境温度; d 为丝杠直径; $T_{b1}(t)$ 为轴承1中心的温度; $T_{b2}(t)$ 为轴承2中心的温度; $T(0,t)$ 为丝杠左端温度; $T(L,t)$ 为丝杠右端温度;螺母视为多段热源, $T_n(x_i, t_j)$ 为螺母第 i 个热源 t_j 时刻在 x_i 位置时的中心温度.式(1)最后一个表达式表示螺母与丝杠接触时其表面温度与螺母对应段热源中心温度相等的假设.

采用变量分离法,将处于原点热源对丝杠轴

温度的激励 $T(x,t)$ 写为时间和位置函数:

$$T(t,x) = T_t(t) T_p(x). \quad (2)$$

其中,时间函数为^[6]

$$T_t(t) = A(1 - e^{-t/B}). \quad (3)$$

位置函数为^[18]

$$T_p(x) = Ce^{-x/D}. \quad (4)$$

其中: A, B, C 和 D 是方程待定系数.

因此,丝杠温度随时间和位置的变化方程为

$$T(x,t) = A(1 - e^{-t/B}) Ce^{-x/D}. \quad (5)$$

将方程(5)代入方程(1)的第1式,得

$$A(1 - e^{-t/B}) \frac{Ce^{-x/D}}{D^2} - \frac{\rho c}{k} \frac{Ae^{-t/B}}{B} Ce^{-x/D} - \frac{4h}{kd} (A(1 - e^{-t/B}) \cdot Ce^{-x/D} - T_f) = 0. \quad (6)$$

方程(6)整理后得

$$A(1 - e^{-t/B}) \frac{Ce^{-x/D}}{D^2} - \frac{\rho c}{k} \frac{Ae^{-t/B}}{B} Ce^{-x/D} - \frac{4h}{kd} (T - T_f) = 0. \quad (7)$$

方程(7)的解为

$$T(x,t) = -\frac{1}{4} \frac{1}{hD^2B} (\rho c d A C D^2 e^{\frac{-t}{B}} e^{\frac{-x}{D}} + dk A B C e^{\frac{-t}{B}} e^{\frac{-x}{D}} - kd A B C e^{\frac{-t}{B}} e^{\frac{-x}{D}} - 4h B T_f D^2). \quad (8)$$

上述方程既适用于单热源也适用于多热源.

对于轴承1,热源激励的热传递方程为

$$A_{b1}(1 - e^{-t/B_{b1}}) \frac{C_{b1} e^{-x/D_{b1}}}{D_{b1}^2} - \frac{\rho c A_{b1} e^{-t/B_{b1}}}{k B_{b1}} C_{b1} \cdot e^{-x/D_{b1}} - \frac{4h}{kd} (A_{b1}(1 - e^{-t/B_{b1}}) C_{b1} e^{-x/D_{b1}} - T_f) = 0. \quad (9)$$

方程(9)的解析解为

$$T_{b1}(x,t) = -\frac{1}{4} \frac{1}{hD_{b1}^2 B_{b1}} (\rho c d A_{b1} C_{b1} D_{b1}^2 \cdot e^{\frac{-t}{B_{b1}}} e^{\frac{-x}{D_{b1}}} + dk A_{b1} B_{b1} C_{b1} e^{\frac{-t}{B_{b1}}} e^{\frac{-x}{D_{b1}}} - kd A_{b1} B_{b1} C_{b1} e^{\frac{-t}{B_{b1}}} e^{\frac{-x}{D_{b1}}} - 4h B_{b1} T_f D_{b1}^2). \quad (10)$$

对于轴承2,令 $x' = L - x$,则其热源激励的热传递方程为

$$A_{b2}(1 - e^{-t/B_{b2}}) \frac{C_{b2} e^{-x'/D_{b2}}}{D_{b2}^2} - \frac{\rho c A_{b2} e^{-t/B_{b2}}}{k B_{b2}} C_{b2} \cdot e^{-x'/D_{b2}} - \frac{4h}{kd} (A_{b2}(1 - e^{-t/B_{b2}}) C_{b2} e^{-x'/D_{b2}} - T_f) = 0. \quad (11)$$

方程(11)解析解为

$$T_{b2}(x',t) = -\frac{1}{4} \frac{1}{hD_{b2}^2 B_{b2}} (\rho c d A_{b2} C_{b2} D_{b2}^2 \cdot e^{\frac{-t}{B_{b2}}} e^{\frac{-x'}{D_{b2}}} + dk A_{b2} B_{b2} C_{b2} e^{\frac{-t}{B_{b2}}} e^{\frac{-x'}{D_{b2}}} - kd A_{b2} B_{b2} C_{b2} e^{\frac{-t}{B_{b2}}} e^{\frac{-x'}{D_{b2}}} - 4h B_{b2} T_f D_{b2}^2).$$

$$4hB_{b2}T_fD_{b2}^2) . \quad (12)$$

将螺母处理为在其长度范围内 M 个连续热源,第 i 个热源的位置为 $x_i = x_0 + x_n + iS_n/M$, x_n 为从机床数控系统读取的螺母坐标位置.若设 $y_i = |x - x_i|$,则第 i 段螺母热源激励的热传递方程为

$$A_n(1 - e^{-l/B_n}) \frac{C_n e^{-y_i/D_n}}{D_n^2} - \frac{\rho c A_n e^{-t/B_n}}{k} C_n e^{-y_i/D_n} - \frac{4h}{kd} (A_n(1 - e^{-l/B_n}) C_n e^{-y_i/D_n} - T_f) = 0 . \quad (13)$$

$$i = 1, 2, \dots, M.$$

方程(13)的解析解为

$$T_{ni}(y_i, t) = -\frac{1}{4} \frac{1}{hD_n^2 B_n} (\rho c d A_n C_n D_n^2 e^{\frac{-t}{B_n} + \frac{-y_i}{D_n}} + dk A_n B_n C_n e^{\frac{-t}{B_n} + \frac{-y_i}{D_n}} - kd A_n B_n C_n e^{\frac{-y_i}{D_n}} - 4h B_n T_f D_n^2) . \quad (14)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

根据热源叠加原理,丝杠温度分布方程为

$$T(x, t) = [T_{b1}(x, t) - T_f] + [T_{b2}(x', t) - T_f] + \sum_{i=1}^N [T_{ni}(y_i, t) - T_f] + T_f . \quad (15)$$

在方程(10),(12)和(14)中,有 12 个未知参数: $A_{b1}, A_{b2}, A_n, B_{b1}, B_{b2}, B_n, C_{b1}, C_{b2}, C_n, D_{b1}, D_{b2}$ 和 D_n . 利用热电偶连续采集 12 组数据辨识 12 个参数.而利用热电偶实时测量的各热源表面温度与拟合方程,可确定各热源的中心温度.

进给系统各个热源摩擦热来自于运动副的摩擦损失功率,文献[5]使用理论公式计算了丝杠各个热源的摩擦热,各个热源的摩擦热均是进给速率的线性函数,随进给速率增大而增大.为了辨识进给速率对滚珠丝杠温度场的影响,文献[6]对丝杠热行为进行了试验研究,发现摩擦热在热机过程中随进给速率线性增长,丝杠的温升变化随进给速率增加而增大,并且在不同进给速率下均呈稳定指数增长状态.本文利用有限元仿真结果,确定了各热源中心与表面测量温度差与进给速率关系方程的参数.

轴承 1 中心温度方程

$$T_{b1c} = T_{b1m} + \Delta T_{b1}(t, v) . \quad (16)$$

轴承 2 中心温度方程

$$T_{b2c} = T_{b2m} + \Delta T_{b2}(t, v) . \quad (17)$$

丝母中心温度方程

$$T_n = T_{n0} + \Delta T_n(t, v) . \quad (18)$$

设各热源中心与表面测点的温度差 $\Delta T(t, v)$ 符合指数模型,即

$$\Delta T(t, v) = av(1 - e^{\frac{-t}{bv+c}}) . \quad (19)$$

其中: v 为进给速度; a, b 和 c 为系数,通过曲线拟合确定.

1.2 丝杠轴热误差

根据热变形理论,丝杠轴热变形为

$$\Delta L = \alpha \int_0^L \Delta T(x, t) dx . \quad (20)$$

其中: ΔL 为热伸长值; ΔT 为丝杠轴温升; L 为丝杠轴长度; α 为线膨胀系数.

2 试验系统

2.1 试验设备

试验对象为沈阳机床集团生产的数控车床 HTC2050i 的 z 轴滚珠丝杠进给系统,如图 2 所示.工作台质量 m_t 为 450 kg,该轴滚珠丝杠型号为 3210,公称直径为 32 mm,导程 p 为 10 mm,丝杠长度为 1 800 mm,导轨长度为 2 100 mm.

试验测试对象为 HTC2050i 的 z 轴进给驱动,空载运行,主轴转速为 0,环境温度为 26 ℃.



图 2 CNC 数控车床
Fig. 2 CNC lathe

2.2 测点分布

为了得到进给系统温升规律,丝杠温度测点分布如图 3. 利用 FOCAS1 函数采集螺母位置信息,PC104 计算机采样间隔 48 ms,这取决于应用程序速度^[19]. 根据 ISO230-2 和 ISO230-3,选择测量仪器及分布测点.温度场测点对丝杠进给系统的主要热源(轴承 1,轴承 2 和螺母 3)进行实时监测,以便作为边界条件用于温度场实时计算.使用热电偶测量轴承座 1 的 T_1 ,轴承座 2 的 T_{13} 和螺母法兰的 T_{14} 温度.为了与螺母热源位置采样同步,采样间隔也设定为 48 ms.为了量化温升定位误差关系,温度测点还包括螺母工作行程范围内等间距丝杠表面温升的监测^[6].采用红外热成像仪测量丝杠表面温度,均匀测试了丝杠螺纹段 T2 ~ T12 共计 11 个测点的温度,测点间距 42 mm,行程 0 ~ 420 mm.每当工作台往复运动 10 min,利用热成像测量并记录结果一次^[6].定位误差测量点为螺母工作行程范围内等间距丝杠定位误差的监测,测点个数及位置与丝杠表面温升

的监测点数和位置一致,即激光干涉仪测量定位误差 P1 到 P11(分别与 T2 ~ T12 对应),螺母副在第 T2 到第 T12 测点之间往复匀速运动,行程 0 ~ 420 mm. 为了与丝杠监测点温升测量同步,工作台往复运动 10 min,激光干涉仪测量并记录结果一次^[6],测试时间共计 60 min.

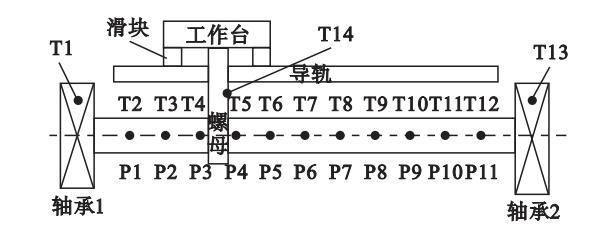


图 3 丝杠温度测点分布
Fig. 3 Distribution of testing points

3 结果分析

数控机床在主轴转速为零并空载,做了三组试验测试. 分别在 5, 10, 15 m/min 进给速度下,测试不同测点的瞬态温升和热误差.

通过有限元法计算,获得轴承 1 的表面测点和热源中心温度关系,如图 4 所示. 不同进给速度下温度随时间呈稳定的指数增长;中心与表面测点的温度差也呈稳定指数上升,且温度的稳态值与进给速度成正比. 因此,可以用指数模型拟合温度差与时间和进给速度的关系,如式(19)所示.

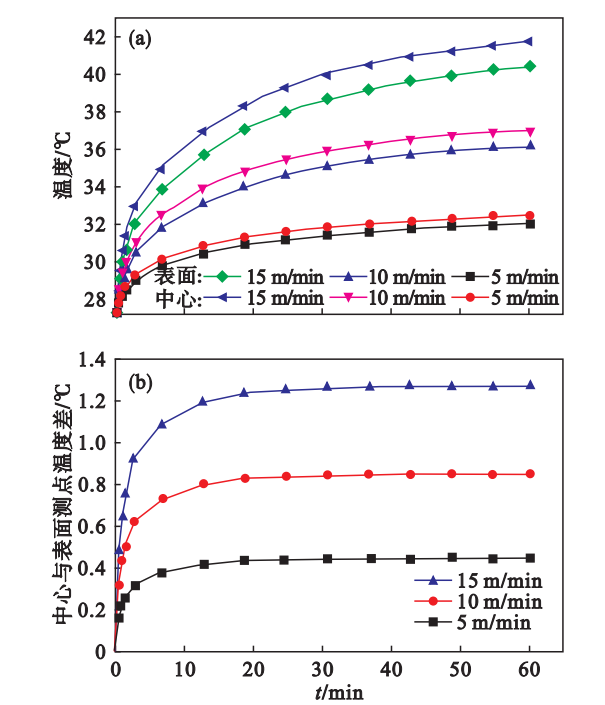


图 4 轴承 1 表面测点和中心温度及温差变化
Fig. 4 Variations of center and surface measured temperatures and their difference of bearing 1
(a)—测点和中心温度; (b)—温差.

同理获得轴承 2 和螺母的表面测点和热源中心温度关系,并可将其温度差拟合成进给速度和时间的函数. 图 5 为本文模型预测温度与试验结果比较,显示出两者吻合得比较好,证明了利用热源表面检测温度预测丝杠轴温度分布的在线解析模型的有效性. 同时证明:利用变量分离方法及相应分离函数处理具有多个热源的丝杠一维热传递问题的可行性,即得到的解析表达式可以合理地描述丝杠的温度场分布.

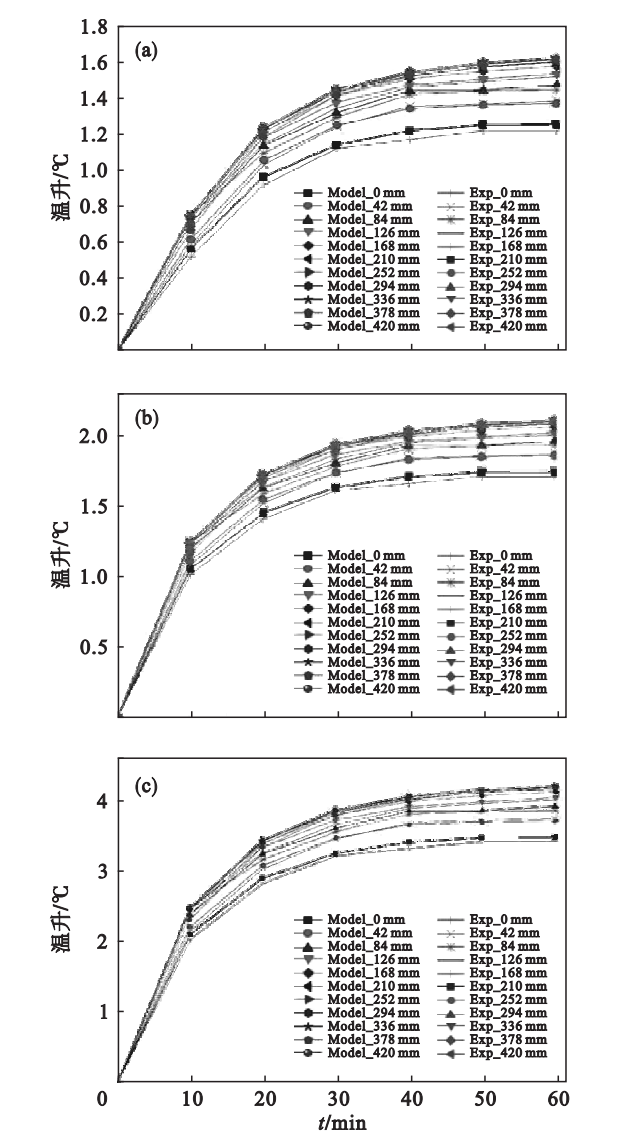


图 5 丝杠温升随进给速度和时间的变化
Fig. 5 Variations of screw temperature rise with time and feed speed
(a)—5 m/min; (b)—10 m/min; (c)—15 m/min.

图 6 为热误差预测与试验结果的对比. 由图可见,热误差试验结果与在线热误差预测模型结果吻合,模型预测与试验测试最大误差值发生在进给速度 15 m/min,热机 20 min 丝杠行程的终点位置,模型预测误差 17.3 μm ,试验测量热误差 16.5 μm ,两者差值 0.8 μm ,模型预测与试验测试

热误差的差值占实测热误差的 5% ,上述结果进一步证明在线解析预测模型是有效的.

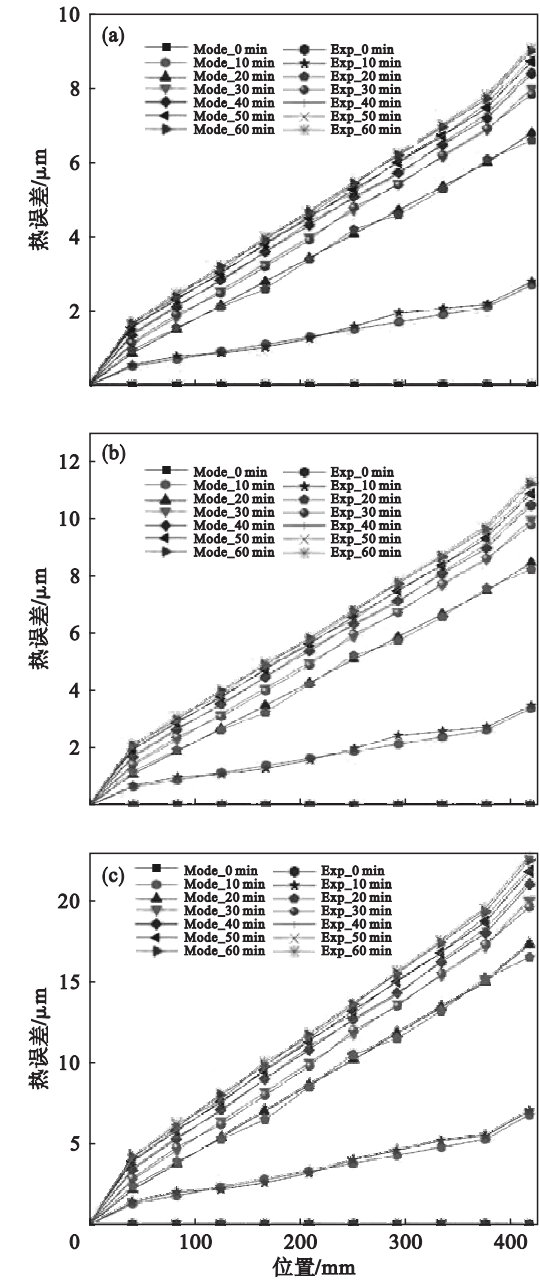


图 6 热误差预测与试验结果比较

Fig. 6 Comparison of thermal error between predicting results and experiment data

(a)—5 m/min; (b)—10 m/min; (c)—15 m/min.

4 结 论

- 1) 基于位置和时间两个指数函数,提出了一个新的单热源激励下一维杆件的热传递模型,并给出其解析解.
- 2) 基于新的热传递模型及其解析解,推导出多热源激励下具有固定和移动热源激励的滚珠丝杠的温度分布函数表达式,并给出了热源中心与

其表面测点温度差的解析表达式,进而提出了进给系统多热源激励下热误差的在线预测模型. 试验结果验证了基于热源表面检测预测丝杠温度和热误差分布的有效性.

参考文献:

- [1] Shi H, Ma C, Yang J, et al. Investigation into effect of thermal expansion on thermally induced error of ball screw feed drive system of precision machine tools [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2015, 97: 60 – 71.
- [2] Yun W S, Kim S K, Dong W C. Thermal error analysis for a CNC lathe feed drive system [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1999, 39(7): 1087 – 1101.
- [3] Liu K, Liu Y, Sun M J, et al. Spindle axial thermal growth modeling and compensation on CNC turning machines [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 87: 1 – 8.
- [4] Yang J, Feng B, Zhao L, et al. Thermal error modeling and compensation for a high-speed motorized spindle [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015, 77: 1005 – 1017.
- [5] Min X, Jiang S. A thermal model of a ball screw feed drive system for a machine tool [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2011, 1(1): 1 – 8.
- [6] Li Z, Fan K, Yang J, et al. Time-varying positioning error modeling and compensation for ball screw systems based on simulation and experimental analysis [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 73: 773 – 782.
- [7] Mou J. A method of using neural networks and inverse kinematics for machine tool error estimation and correction [J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1997, 119 (2): 247 – 254.
- [8] Liu K, Sun M J, Wu Y L, et al. Thermal error modeling method for a CNC machine tool feed drive system [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015(4): 1 – 6.
- [9] Li Y, Wang M, Hu Y, et al. Thermal error prediction of the spindle using improved fuzzy-filtered neural networks [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2016, 230(4): 770 – 778.
- [10] Wu C H, Kung Y T. Thermal analysis for the feed drive system of a CNC machine center [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2003, 43(15): 1521 – 1528.
- [11] Kim S K, Cho D W. Real-time estimation of temperature distribution in a ball-screw system [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 1997, 37(4): 451 – 464.
- [12] Week M, Zangs L. Computing the thermal behavior of machine tools using the finite element method-possibilities and limitations [C] // *Proceedings of the 16th MTDR Conference*. Birmingham, 1976: 185 – 194.
- [13] Moriawaki T. Thermal deformation and its on-line compensation of hydrostatically supported precision spindle [J]. *CIRP Annals—Manufacturing Technology*, 1988, 37 (1): 393 – 396.