

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2018.07.021

基于非支配排序遗传算法的塔机有限元模型修正

秦仙蓉, 张 氢, 刘 超, 徐 俭
(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

摘 要: 为了建立一个能准确反映结构实际状态的有限元模型,提出了一种基于非支配排序遗传算法Ⅱ(NSGA-Ⅱ)的有限元模型修正方法. 首先建立初始有限元模型,基于二次响应面法,得到有效的响应面替代模型,然后采用NSGA-Ⅱ对该模型进行修正,最终建立了满足工程精度要求的可靠的有限元模型. 给出了某型塔机有限元模型修正的工程算例,将修正后的计算结果与实测数据相比较,说明了基于NSGA-Ⅱ多目标优化算法对于有限元模型修正具有理想的效果,修正后的有限元模型能准确反映结构力学特性.

关 键 词: 模型修正;二次多项式;响应面法;非支配排序遗传算法;多目标优化

中图分类号: TH 213 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)07-1017-05

Finite Element Model Updating of Tower Cranes Based on the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

QIN Xian-rong, ZHANG Qing, LIU Chao, XU Jian

(School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China. Corresponding author: ZHANG Qing, E-mail: zhqing_tj@126.com)

Abstract: A finite element model updating method based on the non-dominated sorting genetic algorithm Ⅱ (NSGA-Ⅱ) was proposed, which ensures that the established finite element model can accurately reflect the actual state of the structure. Firstly, the finite element model was established, and the effective response surface substitution model was obtained based on the quadratic polynomial response surface method. Then the response surface model was updated with NSGA-Ⅱ. Finally a reliable finite element model was obtained which can satisfy the requirements of engineering precision. An engineering example of a tower crane's finite element model updating was provided. In accordance with the measured data, the results indicated that the multi-objective optimization algorithm based on NSGA-Ⅱ has an ideal effect for the finite element model updating, and the updated finite element model can accurately reflect the mechanical properties of the structure.

Key words: model updating; quadratic polynomial; response surface method; non-dominated sorting genetic algorithm; multi-objective optimization

大型起重机械在服役过程中受到各种载荷作用,同时由于材料老化、恶劣环境、自然灾害等多种因素的影响,其结构性能不再完全等同于设计初期. 随着损伤积累,其承载能力也会逐渐下降. 为了能动态在线监测结构的健康状况,一个经过试验验证并能准确反映结构实际状态的有限元模型是极其必要的^[1].

塔机的有限元模型修正原则上是一个多目标

优化问题,以基于模态参数的模型修正为例,修正后的有限元模型仅重现某一阶试验模态参数是不够的,一般应至少可以重现感兴趣频段内的各阶模态参数^[2-4].

非支配排序遗传算法Ⅱ(non-dominated sorting genetic algorithm-Ⅱ, NSGA-Ⅱ)作为一种多目标进化算法,不需要人为选择各子目标权重,避免了人为选择主观影响. 同时它采用快速非

收稿日期: 2017-03-01

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2014BAF08B05).

作者简介: 秦仙蓉(1973-),女,陕西合阳人,同济大学教授,博士生导师;张 氢(1967-),男,江苏南通人,同济大学教授,博士生导师.

支配排序算法降低了计算复杂度,引进精英策略,保证某些优良的种群个体在进化过程中不会被丢弃,从而提高了优化结果的精度,采用拥挤度和拥挤度比较算子保证了种群的多样性.

本文提出适用于起重机械模型修正的 NSGA-II 方法,为减小基于遗传算法的模型修正的计算量,提出用响应面模型代替原有的有限元模型,将修正迭代中计算量巨大的有限元分析转移到计算速度更快的响应面分析,以某型塔式起重机为工程实例完成了模型修正.

1 基于非支配排序遗传算法的多目标优化问题

1.1 优化问题数学建模

用二次多项式响应面模型代替原有的有限元模型进行修正.二次多项式响应面模型包含多个待修正参数,含有多个目标函数,对模型修正过程实际是一个多目标优化问题.

多目标优化问题的数学模型一般可以表示为

$$\begin{cases} \min_x [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_r(\mathbf{x})]^T, \\ \text{s. t. } h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, p), \\ g_h(\mathbf{x}) < 0 \quad (h = 1, 2, \dots, q). \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 为设计变量, $x_{i,\min} \leq x_i \leq x_{i,\max}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), $x_{i,\max}$ 和 $x_{i,\min}$ 为第 i 个设计变量 x_i 的上下限, n 为设计变量的个数; r 为子目标的个数; p 为等式约束的个数; q 为不等式约束的个数.

由于固有频率对结构的刚度变化比较敏感,所以在有限元模型修正中,采用固有频率残差来构建目标函数^[5].目标函数由实际结构动力学实验得到的模态频率和由响应面模型计算得到的频率构成.

通过实验测试得到实际模型 M_{true} , 其对应的前 5 阶模态频率值为 $\mathbf{y}_{\text{true}} = [f_{1,\text{true}}, f_{2,\text{true}}, f_{3,\text{true}}, f_{4,\text{true}}, f_{5,\text{true}}]$. 响应面模型为 M_{res} , 由响应面计算出的前 4 阶模态频率为 $\mathbf{y}_{\text{res}} = [f_{1,\text{res}}, f_{2,\text{res}}, f_{3,\text{res}}, f_{4,\text{res}}]$. 为了减小响应面模型计算所得的前 4 阶模态频率 \mathbf{y}_{res} 与实际模型计算值 \mathbf{y}_{true} 之间的差值,就需要优化响应面模型 M_{res} 中的设计变量 \mathbf{x} .

根据修正模型构造的优化数学模型如下:

$$\min f(\mathbf{x}) = \min \left\{ \left| \frac{f_{1,\text{res}} - f_{1,\text{true}}}{f_{1,\text{true}}} \right|, \left| \frac{f_{2,\text{res}} - f_{2,\text{true}}}{f_{2,\text{true}}} \right|, \left| \frac{f_{3,\text{res}} - f_{3,\text{true}}}{f_{3,\text{true}}} \right|, \left| \frac{f_{4,\text{res}} - f_{4,\text{true}}}{f_{4,\text{true}}} \right| \right\}. \quad (2)$$

这里, $x_{i,\min} \leq x_i \leq x_{i,\max}$.

设修正完成后的有限元模型为 M_{opt} , 由修正后的设计变量 \mathbf{x}_{true} 建立的有限元模型计算结果为 $\mathbf{y}_{\text{opt}} = [f_{1,\text{opt}}, f_{2,\text{opt}}, f_{3,\text{opt}}, f_{4,\text{opt}}, f_{5,\text{opt}}]$. 有限元模型修正的效果可以由修正后计算得到的前 4 阶模态频率 \mathbf{y}_{opt} 与实际模型测试所得模态频率 \mathbf{y}_{true} 之间的接近程度来衡量. 为验证修正后有限元模型 M_{opt} 在测试频段外的预测能力, 将 M_{opt} 计算所得第 5 阶模态频率与实际模型 M_{true} 第 5 阶频率进行比较. 整个模型的修正过程如图 1 所示.

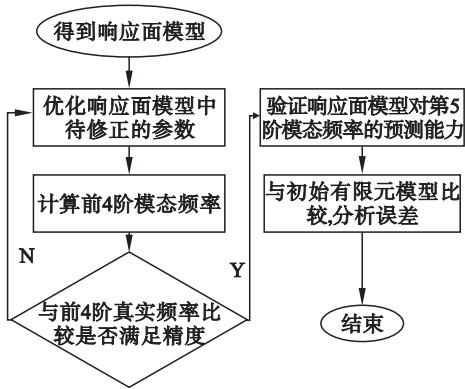


图 1 基于响应面有限元模型的修正流程
Fig. 1 Updating process of the finite element model based on the response surface method

1.2 NSGA-II 算法

NSGA-II^[6] 算法是 Deb 等于 2000 年在 NSGA 的基础上提出的,该算法降低了非劣排序遗传算法的复杂性,具有运行速度快、解集的收敛性好等优点,其算法框图如图 2 所示.

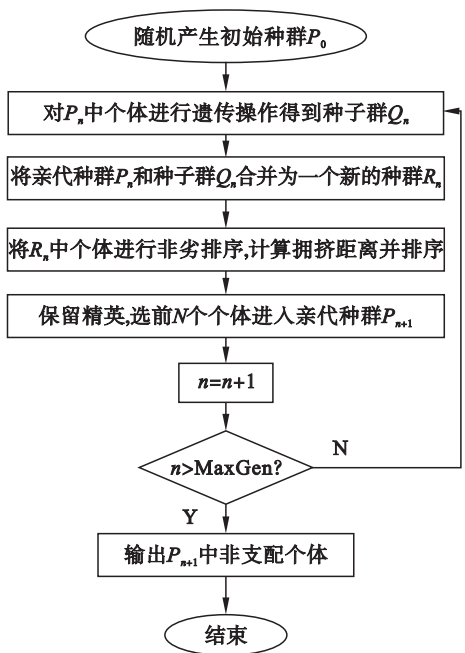


图 2 NSGA-II 算法框图
Fig. 2 Process of non-dominated sorting genetic algorithm-II

2 二次多项式响应面模型

基于响应面方法^[7]的有限元模型修正的效率和精度主要取决于试验设计、参数筛选及响应面函数形式的选择和拟合 3 个方面. 本文采用的响应面函数是二次多项式^[8]. 二次多项式是在响应面建模过程中广泛采用的一种函数形式, 但因为含交叉项的二次多项式系数多, 需要的样本点多, 相应的计算效率低^[9], 致使目前使用比较广泛的是不考虑交叉项影响的二次多项式. 不考虑交叉项影响的二次多项式形式如下:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 + \varepsilon. \quad (3)$$

式中, 待定系数 β_0 , β_i 和 β_{ii} 分别为响应面模型的常数项、一次项和二次项系数; ε 为替代模型的误差. 对于不考虑交叉项的二次型, 待定系数的个数为 $s = 2n + 1$.

为了确定待定系数, 进行 m 次 ($m > s$) 独立试验, 每次试验中各设计变量的取值不同, 第 j 个样本点对应的响应值 y^j , 上标 j 表示第 j 次试验.

$$y^j = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i^j + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^j x_i^j, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

将式(4)改写为矩阵形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}. \quad (5)$$

其中: \mathbf{y} 为 m 维系统输出值矢量; \mathbf{A} 为 $m \times s$ 维矩阵,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^1 & \cdots & x_n^1 & (x_1^1)^2 & \cdots & (x_n^1)^2 \\ 1 & x_1^2 & \cdots & x_n^2 & (x_1^2)^2 & \cdots & (x_n^2)^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_1^m & \cdots & x_n^m & (x_1^m)^2 & \cdots & (x_n^m)^2 \end{bmatrix}_{m \times s}. \quad (6)$$

采用最小二乘法求解式(4), 得到待定系数向量为

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}. \quad (7)$$

根据式(3)拟合得到二次响应面有限元模型.

3 工程实例

3.1 初始有限元模型建立

以某型塔机为工程对象, 根据塔机施工图纸中的材料参数、几何参数及边界条件等建立该塔机的初始有限元模型, 如图 3 所示.

3.2 构造二次响应面模型

修正参数的选取对提高模型修正的质量和效

率至关重要, 一个最基本的原则就是尽量选择那些对响应面影响比较显著的参数^[10]. 在有限元模型修正中, 采用了固有频率残差来构建目标函数. 对于该型塔机, 通过比较不同参数对各阶频率的灵敏度高低, 找出最灵敏的 7 个参数, 列于表 1.

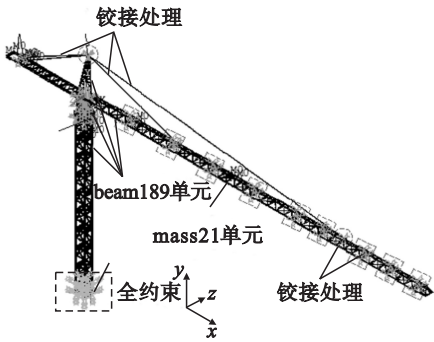


图 3 塔机的初始有限元模型
Fig. 3 Initial finite element model of the tower crane

表 1 频率灵敏度最高的前 7 个参数
Table 1 Seven parameters with the highest sensitivity of frequency

设计变量	参数说明	初始值/mm
x_1	塔身标准节单节主肢长度	1 300
x_2	上塔身水平腹杆的长度	1 390
x_3	塔身水平腹杆长度	1 850
x_4	平衡臂臂架主梁长度	88
x_5	起重臂 4, 5, 6 节下弦杆长	10
x_6	平衡臂臂架主梁尾部高度	320
x_7	塔身主肢截面宽度	150

以上述 7 个设计变量来构造响应面. 应用最小二乘回归分析技术拟合的二次多项式响应面函数如式(8)~式(10)所示.

$$y_1^{\text{res}} = 0.046 + 1.043 \times 10^{-1} x_2 + 3.449 \times 10^{-3} x_3 - 2.108 \times 10^{-2} x_1^2 - 4.867 \times 10^{-3} x_5^2 + 8.669 \times 10^{-3} x_7^2, \quad (8)$$

$$y_2^{\text{res}} = -0.217 - 1.532 \times 10^{-1} x_1 + 9.291 \times 10^{-1} x_2 - 1.789 \times 10^{-2} x_5 + 1.207 \times 10^{-1} x_7 - 3.827 \times 10^{-1} x_2^2 + 3.396 \times 10^{-2} x_3^2, \quad (9)$$

$$y_3^{\text{res}} = -0.140 - 2.477 \times 10^{-1} x_1 + 5.578 \times 10^{-1} x_2 + 4.128 \times 10^{-1} x_3 - 2.235 \times 10^{-1} x_4 - 2.545 \times 10^{-1} x_2^2 - 1.233 \times 10^{-1} x_3^2 - 9.922 \times 10^{-2} x_4^2 - 9.142 \times 10^{-4} x_6^2 + 5.609 \times 10^{-2} x_7^2, \quad (10)$$

$$y_4^{\text{res}} = -0.181 - 1.590 x_1 + 1.599 x_2 + 1.035 \times x_3 - 7.790 \times 10^{-1} x_7 + 5.399 \times 10^{-1} x_1^2 - 8.345 \times 10^{-1} x_2^2 - 3.159 \times 10^{-1} x_3^2 - 3.046 \times 10^{-1} x_7^2. \quad (11)$$

响应面的有效性用相对均方根误差 RMSE 和决定系数 R^2 进行评价. RMSE 值越接近 0, R^2

越接近 1,响应面越有效. 计算塔机前 4 阶频率二次响应面的 RMSE 和 R^2 ,结果如表 2 所示.

表 2 塔机前 4 阶决定系数和均方根误差		
Table 2 RMSE and R^2 in first four orders		
模态阶次	决定系数 R^2	相对均方根误差 RMSE
1	0.998 4	0.000 7
2	0.993 1	0.001 5
3	0.998 7	0.000 7
4	0.998 2	0.001 0

从表 2 中可以看出,塔机前 4 阶频率的二次响应面相对均方根误差 RMSE 最大仅为 0.001 5,而决定系数 R^2 的最小值为 0.993 1. 由响应面的有效性评价准则可知,在设计参数空间内,拟合的响应面函数能以较高的精度反映结构响应和输入参数之间的关系,回归的响应面模型可以作为有限元模型的替代模型进行模型修正.

为了验证不考虑二次交叉项的响应面模型不会影响计算精度,同时计算了考虑交叉项后的相对均方根误差 RMSE 和决定系数 R^2 ,结果如图 4 所示.

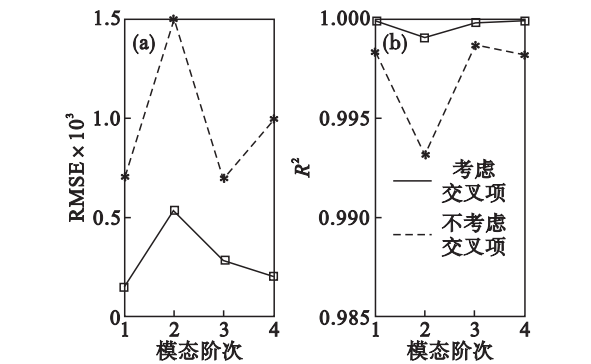


图 4 交叉项对二次响应面拟合精度的影响
Fig. 4 Influence of cross term on the accuracy of quadratic response surface
(a)—相对均方根误差 RMSE; (b)—决定系数 R^2 .

图 4 显示的结果说明:是否考虑二次交叉项对模型拟合精度影响不大,不考虑交叉项的模型完全满足精度要求. 但是由式(4)所示的响应面函数可以看出,如果考虑二次交叉项会使目标函数项数大大增加,从而增加了修正优化的计算时间,降低修正优化的效率.

3.3 参数优化与模型修正

采用基于 NSGA – II 的多目标优化方法,对二次响应面模型进行迭代优化,同时与实测风振响应数据得到的固有频率进行比较. 其中实测数据通过布置在起重机上的传感器得到,对结构进行激励,采用模态识别技术识别出结构动力学特

性. 得到的低阶固有频率如表 3 所示:

表 3 塔机实测前 5 阶模态		
Table 3 Measured first five model orders of the tower crane		
阶次	频率/Hz	振型
1	0.12	起重臂回转平面一阶弯曲
2	0.27	起重臂起升平面一阶弯曲
3	0.33	塔身回转平面一阶弯曲
4	0.62	塔身起升平面一阶弯曲
5	0.88	起重臂回转平面二阶弯曲

经过 50 次优化迭代,得到了该多目标优化问题的 Pareto 最优解,将所有的 Pareto 最优解向第 4 个子目标所在的平面投影,即可得到如图 5 所示的 Pareto 前沿的三维图.

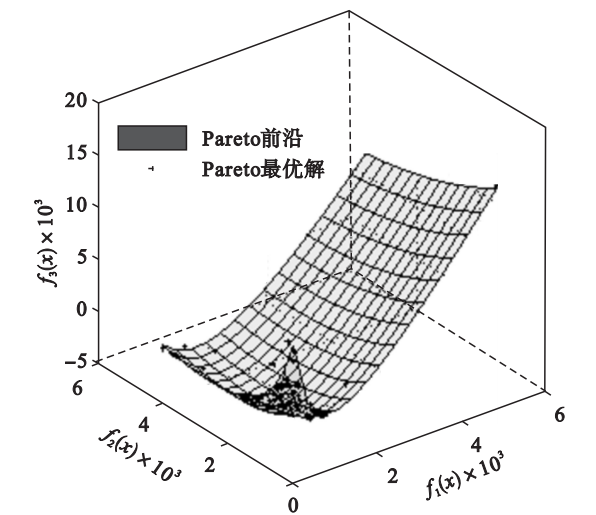


图 5 塔机优化问题的 Pareto 前沿(三维投影)
Fig. 5 Pareto front of tower crane optimization (3D projection)

为了更清晰地表现 Pareto 前沿,再将三维的 Pareto 前沿向 $f_1 - f_3$ 和 $f_2 - f_3$ 两个平面投影,分别得到二维的 Pareto 前沿如图 6 所示.

每一个 Pareto 最优解对应一个修正后的有限元模型,分别计算它们的响应值,并求其统计值. 结果如表 4 和表 5 所示,从响应值中选取一个较优解列于最后一列.

表 4 优化后的频率值对比					
Table 4 Comparison of optimized frequencies					
阶次	频率/Hz				
	实际值	最小值	最大值	均值	较优解
1	0.124	0.124	0.132	0.125	0.124
2	0.273	0.269	0.274	0.272	0.273
3	0.329	0.325	0.334	0.328	0.328
4	0.621	0.617	0.632	0.621	0.621
5	0.883	0.867	0.877	0.871	0.874

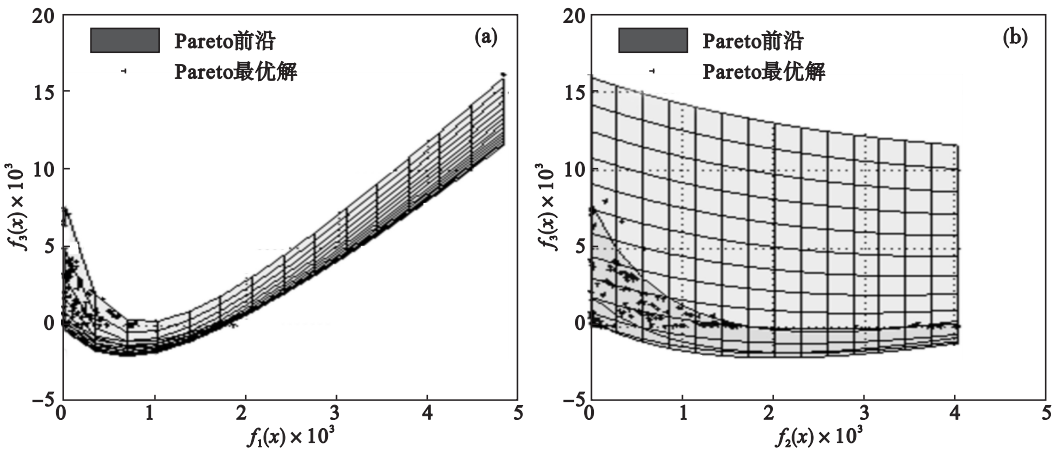


图 6 塔机优化问题的 Pareto 前沿
Fig. 6 Pareto front of tower crane optimization
(a)— f_1-f_3 平面；(b)— f_2-f_3 平面。

表 5 优化后的设计变量值
Table 5 Comparison of optimized design variables mm

设计变量	实际值	最小值	最大值	均值	较优解
x_1	1 430.0	1 317.22	1 553.64	1 345.95	1 342.12
x_2	1 320.5	1 267.04	1 457.60	1 278.89	1 268.96
x_3	1 628.0	1 482.44	1 916.94	1 534.14	1 554.92
x_4	92.4	74.1	105.6	81.4	85.0
x_5	11.0	9.1	10.3	9.9	9.9
x_6	336.0	316.8	384.0	368.9	363.1
x_7	142.5	125.7	142.2	138.1	139.4

将基于 NSGA-II 算法的多目标优化结果与实际模型进行对比,误差如表 6 和表 7 所示,从表中可以看出,使用多目标函数修正后的模型频率误差较小,能够反映结构力学特性,证明有限元模型修正是有有效的。

表 6 修正后频率误差 Table 6 Frequency error after updating					
模态阶次	1	2	3	4	5
误差/%	0	0	0.30	0	1.02

表 7 修正后结构参数误差 Table 7 Error of structural parameters after updating							
变量	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
误差/%	6.1	3.91	4.49	8.01	10.00	8.07	2.18

4 结 论

1) 本文提出基于非支配排序遗传算法的机械结构有限元模型修正方法. 将有限元模型修正建模为一个多目标优化问题,无需人为主观选择各子目标的权重.

2) 利用二次响应面来代替遗传算法计算中的有限元模型,大大提高了修正效率.

3) 完成了某型塔式起重机工程实例的有限元模型修正,说明了本文所提算法的可行性和有效性.

参考文献：

[1] 秦仙蓉,徐俭,赵坤,等. 基于分层进化寻优的塔机结构有限元模型修正[J]. 同济大学学报(自然科学版),2015,43(6):900-903.
(Qin Xian-rong, Xu Jian, Zhao Kun, et al. Dynamic model hierarchy updating of tower cranes using evolutionary computation [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2015, 43(6):900-903.)

[2] Mottershead J E, Friswell M I. Model updating in structural dynamics: a survey [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1993, 167(2):347-375.

[3] Brownjohn J M W, Dumanoglu A A, Severn R T. Ambient vibration survey of fatih sultan mehmet (second Bosphorus) suspension bridge [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1992, 21(10):907-924.

[4] 李辉,丁桦. 结构动力模型修正方法研究进展[J]. 力学进展, 2005, 35(2):170-180.
(Li Hui, Ding Hua. Progress in model updating for structural dynamic [J]. *Advances in Mechanics*, 2005, 35(2):170-180.)

[5] Arora V, Singh S P, Kundra T K. Finite element model updating with damping identification [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 324(3/4/5):1111-1123.

[6] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II [C]//International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. Berlin: Springer-Verlag, 2000:849-858.

[7] Ghrib F, Li L, Wilbur P. Damage identification of Euler-Bernoulli beams using static responses [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2012, 138(5):405-415.

[8] Ma Y, Zhang J, Wang L, et al. Probabilistic prediction with Bayesian updating for strength degradation of RC bridge beams [J]. *Structural Safety*, 2013, 44(2334):102-109.

[9] Khuri A I. Response surface methodology [M]. Berlin: Springer, 2011.

[10] Govers Y, Link M. Stochastic model updating—covariance matrix adjustment from uncertain experimental modal data [J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2010, 24(3):696-706.