

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2018.08.002

移相全桥的重积分间接滑模控制策略

王大志, 高明, 李召

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 为了改善移相全桥直流变换器的输出性能,提出一种重积分间接滑模控制策略.给出了移相全桥的动态模型,同时采用李导数给出重积分间接滑模控制器的设计过程.分析了间接滑模控制过程中的降阶现象;在三维相空间中描述了滑模存在域和滑动过程,并给出滑模系数的整定公式.仿真和实验结果表明,该控制策略可提升移相全桥变换器的鲁棒性和动态品质,在保留滑模控制优点的同时有效消除间接滑模控制导致的输出残差.

关键词: 移相全桥;间接滑模控制;重积分滑模控制;鲁棒性;李导数

中图分类号: TM 461 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)08-1069-06

Double Integral Indirect Sliding Mode Control for Phase-Shifted Full-Bridge Converters

WANG Da-zhi, GAO Ming, LI Zhao

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: GAO Ming, E-mail: gaoming4869@163.com)

Abstract: A double integral indirect sliding mode control strategy was proposed for phase-shifted full-bridge (PSFB) DC-DC converters to improve the output performance. The theoretical analysis of motion of sliding mode controlled system was done according to Lie derivative method. The order reduction in the process of indirect sliding mode controlling was analyzed. The existence region of sliding mode and sliding motion were described in three-dimensional phase space. The selection basis of the sliding surface coefficients was given. Experimental results show that the proposed control strategy can improve the robustness and dynamic quality of PSFB, and eliminate state errors in the output, based on the fortes of sliding mode control.

Key words: phase-shifted full-bridge; indirect sliding mode control; double integral sliding mode control; robustness; Lie derivative

移相全桥(phase-shifted full-bridge, PSFB)以其大功率密度、高电压变比、零电压开关等优点而成为一种实用拓扑结构,广泛用于光伏发电、电动汽车等分布式电源系统中.目前 PSFB 变换器的设计大多基于周期平均化建模的控制思想,但采用线性定常化的控制策略无法保证 PSFB 适应分布式发电过程间歇性、随机性、不稳定的特点;而滑模控制稳定性高、鲁棒性强、易于实现,在开关变换器这类非线性系统中得到了广泛的研究和应用^[1-2].

由于二阶滑模控制的开关变换器存在非零的

稳态误差,于滑模面中引入误差积分项构成三阶滑模控制器,三阶滑模控制也称为全阶或积分滑模控制.文献[3]以单相逆变器为例设计了滞环三阶滑模控制器,有效消除了系统静差,但其开关频率会由于工作负载与额定负载间的不匹配而产生大波动.文献[4]提出一种适用于 Buck 型电路的 PWM 积分滑模控制策略,固定了开关工作频率,但未考虑控制信号在间接等效过程中的降阶现象,使得这种消除静差的方法并不可靠.为了实现零静差的最初目标,二重积分作用被引入到滑模控制策略,文献[5]利用二重积分状态变量构

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_{\text{ref}}}{LC} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\text{ref}} - \beta v_o \\ \frac{\beta}{C} \left(\frac{v_o}{R} - \int \frac{unV_i - v_o}{L} dt \right) \\ \int (V_{\text{ref}} - \beta v_o) dt \\ \int \left[\int (V_{\text{ref}} - \beta v_o) dt \right] dt \end{bmatrix};$$

V_{ref} 为给定参考电压; β 为反馈系数; v_o 为输出电压瞬时值。

2.2 重积分滑模控制器

现有的滑模控制器大多是基于二阶或三阶的行为模型进行分析与设计, 其中三阶滑模控制器的滑模面构造为

$$S(\mathbf{x}) = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3. \quad (13)$$

由 $S(\mathbf{x}) = 0$ 可以得到

$$x_2 = H[x_1, S(\mathbf{x}) = 0, t]. \quad (14)$$

式(14)说明当系统行为被限定在 $S(\mathbf{x}) = 0$ 时, 内部动态 x_2 是由方程(14)限定的, 即滑模运动过程考虑的是一个降阶动态变量, 所以滑模控制本质上是一种降阶控制. 通常 $k-1$ 阶滑模控制器可实现 k 阶变换器的稳定控制, 因此, 在二阶 Buck 滑模控制器中引入积分项 x_3 的目的在于彻底消除静差, 改善系统鲁棒性和调节性能; 但由于积分项无法直接反映在等效控制信号中, 使得稳态误差会随着变换器开关频率的减小而增加. 为此, 本文在积分滑模控制的基础上引入附加二重积分项, 用于校正间接控制中的积分残差. 重新构造滑模流形 $S(\mathbf{x})$:

$$S(\mathbf{x}) = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4. \quad (15)$$

式中 k_1, k_2, k_3 和 k_4 为待选的滑模系数.

为便于分析, 将四维弯曲空间中的 $S(\mathbf{x}) = 0$ 向三维立体空间中投影. 图 2 给出的是输入量 u 分别为 1 或 0 时的子系统相轨迹, 其中 P 和 Q 为两个子系统的收敛平衡点. 滑模流形 $S(\mathbf{x}) = 0$ 将状态空间分成两个子区域: 当系统位于 $S(\mathbf{x}) > 0$ 的位置时, 须令 $u = 1$ 才能使相轨迹向 $S(\mathbf{x}) = 0$

运动; 相反, 当系统位于 $S(\mathbf{x}) < 0$ 的位置时, 须令 $u = 0$ 才能使相轨迹向 $S(\mathbf{x}) = 0$ 运动. 因此滑模控制规则为

$$u = \frac{1}{2} [1 + \text{sgn}(S)] = \begin{cases} 1, S_e \text{ 导通;} \\ 0, S_e \text{ 关断.} \end{cases} \quad (16)$$

2.3 间接控制的降阶现象

控制律的典型实现方式是通过设置滞环宽度来限制工作频率直接驱动开关工作. 但滞环调制下的开关频率会由于额定负载与工作负载间的不匹配出现大范围波动, 这给电磁干扰抑制和滤波器设计带来了困扰. 为了获得固定的开关频率, 可将滑模控制信号等效为 PWM 型间接控制信号^[6-8], 作为 PSFB 的移相角来控制输出电压.

对于式(13)表示的三阶滑模控制器, 其等效连续函数 u_e 为^[4]

$$u_e = \frac{LC}{nV_i} \left[\left(\frac{k_3}{k_2} - \frac{1}{LC} \right) x_1 + \left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{1}{RC} \right) x_2 + \Delta \right]. \quad (17)$$

式中 Δ 为由变换器运行参数确定的常量. 由式(17)可知, 间接控制信号 u_e 中并未显含积分项 x_3 , 这种隐含积分计算过程无法直接校正状态变量的偏差, 使得控制器的误差校正能力只取决于隐含积分计算精度. 然而, 该计算过程是条件收敛的, 只有当切换频率达到无穷大时, 积分残差才可以趋近于零. 导致上述现象的原因如下: 等效连续信号是通过式(4)中滑模轨线的不变性推导得出, 此时滑模控制的降阶作用又再次被考虑, 使得积分计算降为开环过程; 式(4)的不变性是以频率无穷大为前提, 低频工作致使间接信号 u_e 只能近似于原始信号 u . 这也解释了为何滞环积分滑模可以有效消除静差, 而 PWM 积分滑模却失效, 尤其在开关频率较低时.

重积分滑模控制器通过引入附加二重积分项 x_4 , 与原有的计算项 x_3 组成 PI 闭环, 消除间接控制过程中的隐含积分残差, 以实现开关定频工作且无输出静差的目的, 如图 1 中所示, 其中 K_a, K_b, K_c, K_d 为滑模控制器的增益系数, s 为复变量. 联立式(7)、式(12)和式(15)可得重积分间接滑模控制信号 u_{eq} 为

$$u_{\text{eq}} = -\frac{L_f S}{L_g S} = K_a (V_{\text{ref}} - \beta v_o) + K_b i_c + K_c \beta v_o + K_d \int (V_{\text{ref}} - \beta v_o) dt. \quad (18)$$

式中增益系数分别为: $K_d = \frac{k_4 LC}{k_2 \beta n V_i}, K_c = \frac{1}{\beta n V_i},$

$$K_b = -\frac{L}{n V_i} \left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{1}{RC} \right), K_a = \frac{k_3 LC}{k_2 \beta n V_i}.$$

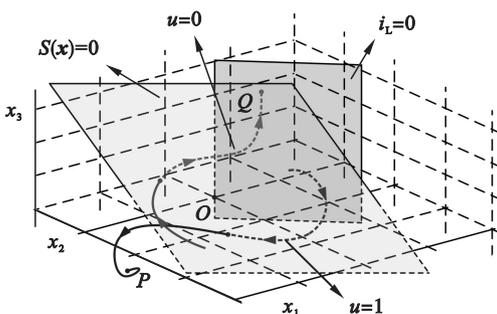


图 2 滑模流形与系统相轨迹

Fig. 2 Sliding manifold and trajectory of system

2.4 滑模存在域与滑模运动

控制信号 u 可保证系统轨迹向滑模流形趋近的可达性,但系统能否进一步收敛平衡于原点 O ,取决于是否满足滑模存在条件与稳定性要求.

状态变量 x_1, x_2, x_3 和 x_4 是相位正则关系,直接得到式(15)的 Laplace 形式,即

$$s^3 + \frac{k_1}{k_2}s^2 + \frac{k_3}{k_2}s + \frac{k_4}{k_2} = 0. \quad (19)$$

将 Routh-Hurwitz 稳定性判据应用于式(19),得出控制器所有根均具有负实部的充要条件为

$$\left. \begin{aligned} k_i > 0, i = 1, 2, 3, 4; \\ k_1 k_3 > k_2 k_4. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

将式(12)、式(15)代入式(6)可得

$$0 < \frac{k_3 x_1}{k_2} + \left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{1}{RC} \right) x_2 + \frac{k_4 x_3}{k_2} + \frac{\beta v_o}{LC} < \frac{\beta n V_i}{LC}. \quad (21)$$

为便于分析,令系数 $k_2 = 1$, 反馈系数 $\beta = 1$. 将存在条件分成 $k_1 > 1/(RC)$ 和 $k_1 < 1/(RC)$ 两种情况. 滑模存在域位于两个平行超平面 α_1, α_2 之间.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1: \frac{k_3 x_1}{k_2} + \left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{1}{RC} \right) x_2 + \frac{k_4 x_3}{k_2} &= -\frac{v_o}{LC}, \\ \alpha_2: \frac{k_3 x_1}{k_2} + \left(\frac{k_1}{k_2} - \frac{1}{RC} \right) x_2 + \frac{k_4 x_3}{k_2} &= \frac{(nV_i - v_o)}{LC}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

1) 当 $k_1 > 1/(RC)$ 时,状态空间中的滑模存在域如图 3 所示.

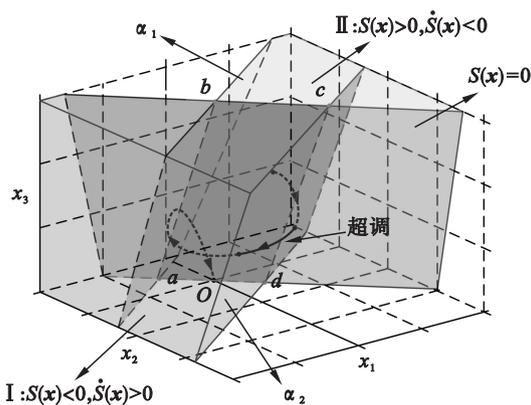


图 3 $k_1 > 1/(RC)$ 时的滑模存在域与滑模运动
Fig. 3 Existence region of sliding mode and sliding motion when $k_1 > 1/(RC)$

子区域 I 和 II 分别为

$$I: \begin{cases} S(x) < 0, \\ \dot{S}(x) > 0; \end{cases} \quad II: \begin{cases} S(x) > 0, \\ \dot{S}(x) < 0. \end{cases} \quad (23)$$

可见存在域为滑模流形同时覆盖 I 和 II 的部分,即子流形 $abcd$,其中 ab 为 $S(x) = 0$ 与 α_1 的交集, cd 为 $S(x) = 0$ 与 α_2 的交集. 系统大扰动时

的相轨迹在非滑模存在域到达滑模流形并不停留,仍沿着当前的子结构继续运行,直到轨迹从 $abcd$ 进入滑模流形,开始向原点 O 滑动,具体表现为系统输出超调,终至稳定. 整体运动轨迹为一条螺旋状的收敛曲线.

2) 当 $k_1 < 1/(RC)$ 时,状态空间中的滑模存在域如图 4 所示.

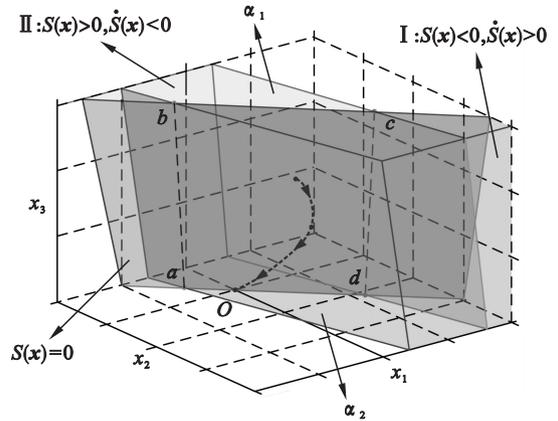


图 4 $k_1 < 1/(RC)$ 时的滑模存在域与滑模运动
Fig. 4 Existence region of sliding mode and sliding motion when $k_1 < 1/(RC)$

此时的滑模存在域总是能够包络相轨迹,使系统能够在第一时间进入滑模流形,开始向原点 O 滑动,不存在二次趋近过程;但过早地进入滑模流形使系统耗费较多时间进行滑动. 因此,考虑到过小的滑动系数会降低动态响应速度,同时在实际设计时,为了使控制器对变化负载具有良好的调节能力,降低对负载电阻 R 的敏感性,应选择滑动系数,使 $k_1 \gg 1/(RC)$.

2.5 滑模系数的选取

式(21)给出了滑模系数取值的一般范围,但未给出系数的选取依据及其与系统输出性能之间的关系. 由式(18)可以看出,等效控制 u_{eq} 与经典 PID 控制的构造类似,增大 K_a 使系统的动作灵敏,稳态误差减小,但过大的系数导致振荡次数增多且调节时间更长;增大 K_b 可以改善动态特性,缩短调节时间但扩大超调;增大 K_d 可消除稳态误差,却会降低系统的稳定性. 三者同时作用且相互牵制,如何选取合适的滑模系数是控制器设计的关键问题.

将式(19)整理为标准三阶系统的 Laplace 形式,即

$$(s + s_0) (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) = 0, \quad (24)$$

式中: ω_n 为自然频率; ζ 为阻尼比; b 为三阶系统的阻尼特性参数; s_0 为三阶系统的一个实极点. 在

控制工程实践中,通常调整高阶系统的增益使系统具有一对闭环共轭主导极点,用二阶系统的动态性能指标来估算高阶系统的动态性能. 令式(24)中的 ζ 保持不变,且 b 的取值足以决定闭环极点 s_0 的非主导作用(本文取 $\zeta = 1, b = 3$).

按照 Ackermann 无静差控制器设计公式,根据期望的动态特性选择滑动系数可以自动满足系统的稳定性条件^[9-10]. 对于衰减响应变换器,系统处于滑模状态时的期望输出误差为

$$x_1(t) = c_1 e^{-b\zeta\omega_n t} + (c_2 + c_3 t) e^{-\zeta\omega_n t}. \quad (25)$$

式中 c_1, c_2 和 c_3 由系统初始条件确定.

根据特征方程根与系数的关系可得

$$\left. \begin{aligned} k_1/k_2 &= (2 + b)\zeta\omega_n, \\ k_3/k_2 &= (1 + 2b)\zeta^2\omega_n^2, \\ k_4/k_2 &= b\zeta^3\omega_n^3. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

由于 s_0 为非主导极点,系统的衰减率主要由 $\zeta\omega_n$ 决定,则衰减时间常数 τ 为

$$\tau = (\zeta\omega_n)^{-1}. \quad (27)$$

联立式(26)和式(27),将 $\zeta = 1, b = 3$ 代入得到

$$\tau = 5k_2/k_1 = \sqrt{7k_2/k_3} = \sqrt[3]{3k_2/k_4}. \quad (28)$$

按照 1% 误差范围准则,定义系统调节时间 T_a 为 5τ ,得到滑模系数比为

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{25}{T_a}, \quad \frac{k_3}{k_2} = \frac{175}{T_a^2}, \quad \frac{k_4}{k_2} = \frac{375}{T_a^3}. \quad (29)$$

3 仿真与实验

3.1 仿真

在 Simulink 仿真环境中,PSFB 变换器的主要仿真参数为:输入电压 $V_i = 270 \text{ V}$,变压器匝数比 $N_1:N_2 = 6:1$,参考电压 $V_{ref} = 28 \text{ V}$,反馈系数 $\beta = 1$,输出滤波电感 $L_f = 0.05 \text{ mH}$,滤波电容 $C_2 = 110 \text{ }\mu\text{F}$,开关频率 $f_s = 10 \text{ kHz}$. 按式(29)和式(18)确定增益系数 $K_a = 0.135, K_b = 0.648, K_c = 0.022, K_d = 367.71$. 图 5 给出 PWM 重积分滑模控制 PSFB 变换器的输出特性,可见在工况变化时系统能够严格回归到原点 O ,但闭环积分运算在引入积分极点的同时牺牲了一定的稳定性,导致出现轻微振荡,因此可适当削弱 K_d ,仅保证系统能够可靠回归到原点 O 附近的小区域. 这样,系统在零静差的同时能具有良好的瞬态特性.

由图 6、图 7 可知, PWM 积分滑模控制和 PWM 重积分滑模控制的动态过程相似,区别仅在于前者的积分计算属于发散过程,导致系统在 x_3 轴上背向原点运行,输出始终存在偏差;而后者 x_3 与 x_4 构成 PI 闭环,有效地消除了积分残差,

同时保留了原有的动态性能.

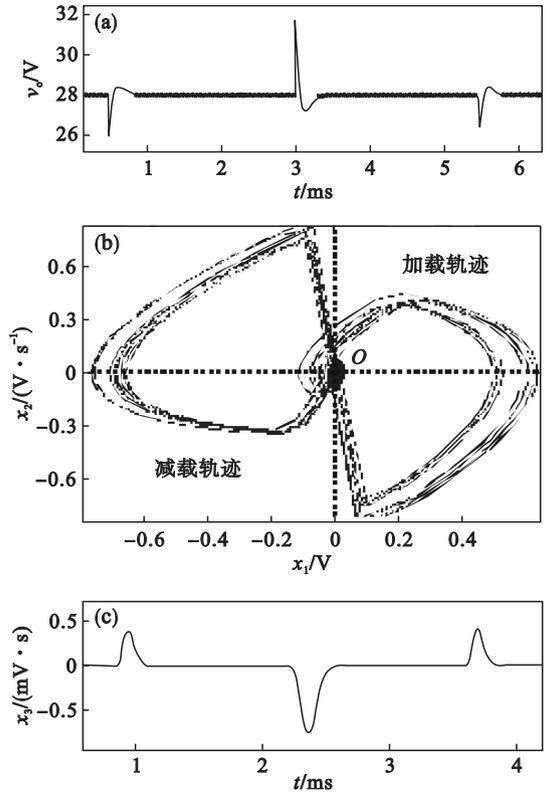


图 5 PWM 重积分滑模控制的 PSFB 输出特性
Fig. 5 Output waveform of PWM DISMC PSFB converter

(a) — 输出电压; (b) — $x_1 - x_2$ 相平面;
(c) — 电压误差积分 x_3 .

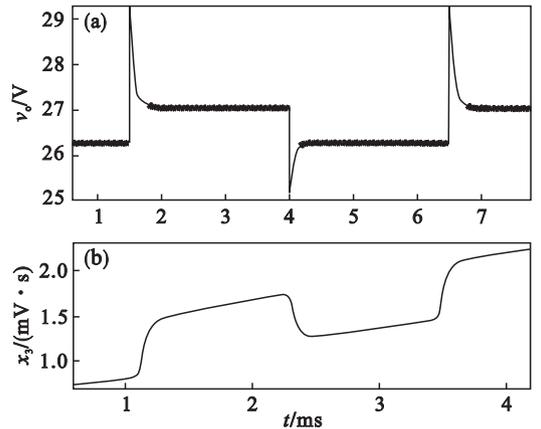


图 6 PWM 积分滑模控制的 PSFB 输出特性
Fig. 6 Output waveform of PWM ISMC PSFB converter

(a) — 输出电压; (b) — 电压误差积分 x_3 .

3.2 实验

搭建 PSFB 实验平台以验证本文的控制策略,主要实验参数与仿真参数一致. 图 8 为三种控制方式下 PSFB 变换器的负载扰动输出波形.

图 8a 中, PWM 积分滑模控制下的变换器在负载突变前输出电压为 27.8 V ,偏差尚在容许范

围内(1%);突变后输出电压为 27.0 V,超出容差范围.由图 8b 可见,本文提出的 PWM 重积分滑模控制能够保证 PSFB 变换器在负载突变前后的输出都稳定在期望值,相比 PWM 积分滑模控制具有更高的输出精度.

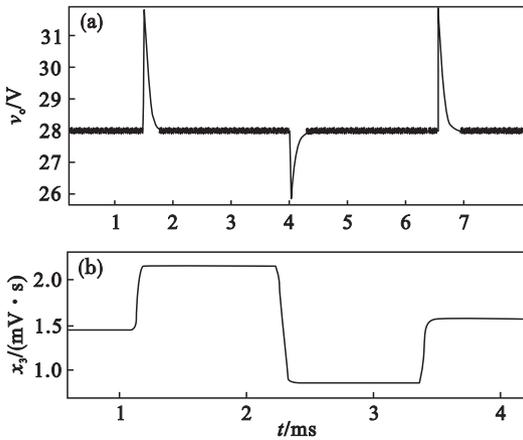


图 7 调整后的 PWM 重积分滑模控制的 PSFB 输出特性
Fig. 7 Output waveform of PWM DISMC PSFB with adjusted K_d

(a)—输出电压; (b)—电压误差积分 x_3 .

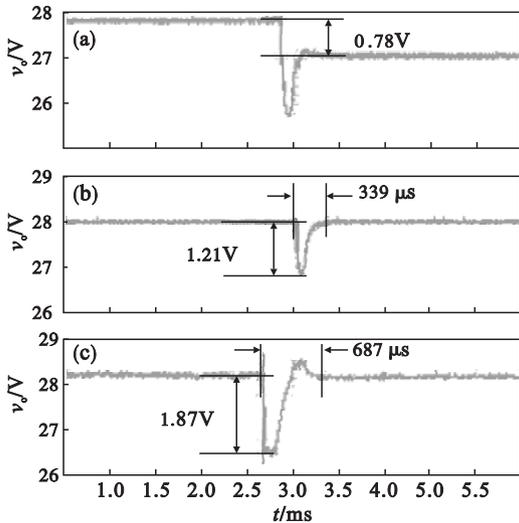


图 8 三种控制方式下的负载扰动实验波形
Fig. 8 Output waveform of load disturbance under PWM ISMC, PWM DISM, PID, respectively
(a)—PWM 积分滑模控制; (b)—PWM 重积分滑模控制; (c)—增量式 PID 控制.

另外,与传统的增量式 PID 控制比较,增量式 PID 控制下的输出电压超调量和调节时间约为 1.87 V 和 687 μs ,PWM 重积分滑模控制下的输出电压超调量和调节时间为 1.21 V 和 339 μs ,且无振荡.可见,本文提出的 PWM 重积分滑模控制策略相比传统的 PID 控制能够保证 PSFB 变换器具有强鲁棒性和更好的动态品质.

4 结 论

1) 与 PWM 积分滑模控制相比,PWM 重积分滑模控制的积分计算环节属于闭环过程,可有效地消除系统静差,同时保留滑模控制的优点.

2) 与传统的线性 PID 控制相比,PWM 重积分滑模控制策略不仅能够使 PSFB 变换器具有强鲁棒性和更好的动态品质,且控制器的增益系数可通过解析公式进行整定,具备实际的应用意义.

参考文献:

- [1] Ling R, Maksimovic D, Leyva R. Second-order sliding-mode controlled synchronous buck DC-DC converter [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2016, 31(3): 2539–2549.
- [2] Labbe J B, Allard B, Lin-Shi X, et al. Design and stability analysis of a frequency controlled sliding mode buck converter[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 2014, 61(9): 2761–2770.
- [3] Kukrer O, Komurcugil H, Alper D A. A three-level hysteresis function approach to the sliding-mode control of single-phase UPS inverters [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(9): 35–68.
- [4] 许飞,马皓,何湘宁. 新型 Buck 逆变器 3 阶滑模控制策略 [J]. *中国电机工程学报*, 2009, 29(12): 41–46.
(Xu Fei, Ma Hao, He Xiang-ning. Novel three-order sliding mode control strategy for buck inverter [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2009, 29(12): 41–46.)
- [5] Tan S C, Lai Y M, Tse C K. Indirect sliding mode control of power converters via double integral sliding surface[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2008, 23(2): 600–611.
- [6] Abrishamifar A, Ahmad A A, Mohamadian M. Fixed switching frequency sliding mode control for single-phase unipolar inverters [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2012, 27(5): 2507–2514.
- [7] Labbe J B, Allard B, Lin-Shi X, et al. An integrated sliding-mode buck converter with switching frequency control for battery powered applications [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, 28(9): 4318–4326.
- [8] Martinez S L, Garcia G, Lahore O M C. Start-up control and voltage regulation in a boost converter under sliding-mode operation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(10): 4637–4649.
- [9] Ackermann J, Utkin V. Sliding mode control design based on Ackermann's formula [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(2): 234–237.
- [10] Utkin I, Gulder J, Shi J. Sliding mode control in electromechanical systems [M]. 2nd ed. Boca Raton: Taylor & Francis, 2009: 131–145.