

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2018.08.023

基于多方法联合的露天转地下境界矿柱厚度优化

徐帅¹, 安龙¹, 李元辉¹, 卢栋²

(1. 东北大学 深部金属矿山安全开采教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819;

2. 山东黄金集团归来庄矿业有限公司, 山东 临沂 273300)

摘 要: 以山东黄金集团归来庄金矿露天转地下工程为依托, 基于理论计算、比例跨度法和相似条件类比法等多种方法进行联合分析, 确定归来庄金矿露天转地下境界矿柱的最优厚度范围为 6 ~ 15 m。基于 FLAC^{3D}, 计算不同厚度境界矿柱条件下, 地下开采对境界矿柱和边坡稳定性的影响。结果表明, 当境界矿柱厚度小于 10 m 时, 地下开挖导致顶板变形量较大, 且境界矿柱厚度越小, 位移增量越大; 当境界矿柱厚度大于 10 m 时, 地下开挖导致的顶板变形较小且趋于平稳, 10 m 为境界矿柱厚度的最优值。

关 键 词: 露天转地下; 境界矿柱厚度; 理论分析; 数值计算; 比例跨度法

中图分类号: TD 323

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2018)08-1181-06

Multi-method Based Optimization of Crown Pillar Thickness from Open Pit to Underground

XU Shuai¹, AN Long¹, LI Yuan-hui¹, LU Dong²

(1. Key Laboratory of Ministry of Education on Safe Mining of Deep Metal Mines, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Guilaizhuang Gold Mine, Shandong Gold Group Co. Ltd., Linyi 273300, China.

Corresponding author: AN Long, E-mail: anlong@mail.neu.edu.cn)

Abstract: Taking a project from open pit to underground mining in the Guilaizhuang Gold Mine of Shandong Gold Group Co., Ltd. as an example, multiple methods including theoretical calculation, scaled span approach and analogy under similar conditions are employed to analyse the rational scope of crown pillar thickness. The influence of underground mining on the crown pillar and slope stability is analysed with different thickness crowns using the software FLAC^{3D}. The calculation results show that the 10 m thick crown pillar can be viewed as a turning point: when the thickness is less than 10 m, the roof deformation caused by underground mining is large, and the thinner the crown pillar, the larger the displacement increment; when the thickness is over 10 m, the roof deformation from underground mining is relatively small and tends to remain stable.

Key words: open-pit to underground; crown pillar thickness; theoretical analysis; numerical calculation; scaled span approach

露天开采因产能大、效率高、工作条件好、开采成本低等原因被广泛应用于开采浅埋矿体或地表有出露的大埋深矿体^[1]。但露天开采受经济合理剥采比限制, 当开采达到一定深度后, 则需转入地下开采, 这种上部矿体先采用露天开采后下部矿体采用地下开采的方法称为露天转地下开采^[2]。据统计, 随着采深下降, 预计在未来的 10 ~

15 年间绝大部分露天开采的矿山都将转入地下开采阶段^[3]。露天转地下开采矿山存在一个露天与地下同时生产的过渡期。过渡期内通常在露天开采的底部, 地下开采的顶部留下一部分矿体不采, 作为露天和地下开采的隔离矿柱, 这部分矿体称为境界矿柱^[2]。境界矿柱可隔离露天与地下生产作业, 减小地下生产对露天边坡的扰动, 有利于

收稿日期: 2017-03-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51674061, 51604060); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N160107001, N160104001)。

作者简介: 徐帅(1981-), 男, 河南南阳人, 东北大学副教授, 博士; 李元辉(1968-), 男, 辽宁大石桥人, 东北大学教授, 博士生导师。

边坡稳定,还可密闭地下作业系统,有利于地下通风、排水系统稳定.但境界矿柱的回收率低,如留设厚度过大,极易造成资源浪费.因此,境界矿柱尺寸的设计和优化成为露天转地下矿山研究的关键内容.

针对境界矿柱尺寸的确定,研究人员开展了大量工作^[4-12].当前露天转地下境界矿柱尺寸的确定多采用单一理论计算、数值模拟、物理仿真等方法,得到的结果缺少不同理论和方法间的相互印证和比较,具有一定的局限性.本文针对山东黄金集团归来庄金矿露天转地下开采过程境界矿柱厚度的优化开展研究,联合理论计算、工程类比、比例跨度法,以及数值模拟等多种方法进行境界矿柱尺寸的计算及优选,并在此基础上,从经济角度对境界矿柱所占矿量进行分析,提出了适合矿山实际情况的境界矿柱铺设措施.

1 矿山概况

归来庄金矿设计露天开采底部标高为-40 m,-40 m 以下采用地下开采.经过多年露天开采,矿山形成长 570 m、宽 330 m、最大深度 170 m 的露天采坑,如图 1 所示.露天坑的坡面角较陡,平均约 55°,受到露天并段影响,边坡坡面角局部高达 60°~70°.

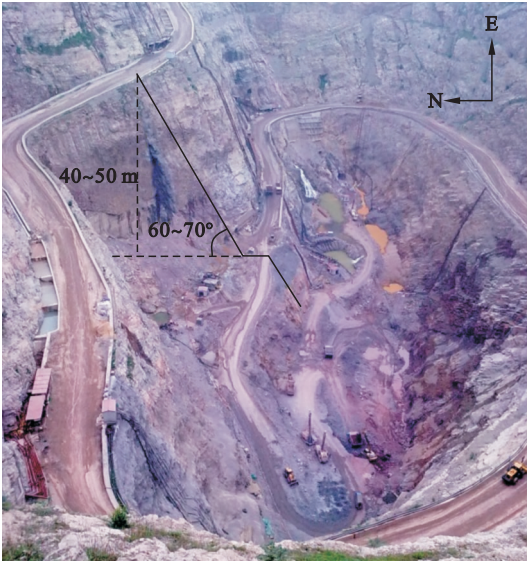


图 1 露天开采现状图
Fig. 1 Schematic of open-pit

金矿露天转地下过程中面临的困难:①为了加快地下生产系统的形成,在露天坑-6 m 边坡运输平台处施工一条地下运输斜坡道,辅助进行地下运输,因此,过渡期内要求保证露天边坡稳

定.②露天坑涌水量大,地下主排水系统尚未形成,一旦露天坑底的涌水进入地下,将给地下生产带来较大的安全隐患;因此,必须保证将露天坑底的水截流,从露天坑底直接排出,保证地下生产的安全.③金矿露天坑外 50 m 建设有黄金矿山地质公园,为游客提供露天开采遗迹展示;因此,露天转地下过程中,应确保露天边坡的稳定性,保证黄金地质公园不受露天转地下开采的影响.因此,境界矿柱尺寸的确定成为金矿露天转地下过程中需要考虑的关键问题.

2 境界矿柱厚度理论计算

2.1 理论计算

境界矿柱厚度理论计算方法主要有以下几种.

2.1.1 K. B. 鲁别涅伊特理论

K. B. 鲁别涅伊特等研究了境界矿柱厚度与采空区跨度、岩体强度、岩体结构,以及上覆载荷间的关系,提出了计算境界矿柱合理厚度的公式^[2]:

$$T=K\frac{0.25\rho S^2+(\rho\gamma^2S^2+800\sigma_Bg)^{\frac{1}{2}}}{98\sigma_B} \quad (1)$$

式中: T 为矿柱厚度,m; K 为安全系数; ρ 为矿柱容重, N/m^3 ; S 为矿柱跨度,m; g 为矿柱上覆载荷,MPa; σ_B 为弯曲条件下顶板强度极限,MPa,

$\sigma_B=\frac{n_3}{K_0K_3}$, $K_3=(7\% \sim 10\%) \sigma_C$, $K_0=2 \sim 3$, n_3 为弯曲条件下岩石极限强度,MPa, σ_C 为岩石单轴抗压强度,MPa.

2.1.2 固定梁理论

将境界矿柱视为两端固定的平板梁,考虑上覆均布载荷及矿柱自重作用,以抗弯失稳为准则,获得境界矿柱厚度计算公式^[6]:

$$T=K\gamma S^2/(2\sigma_t) \quad (2)$$

式中: K 为安全系数, $K=4 \sim 8$; σ_t 为岩石抗拉强度,MPa.

2.1.3 工程计算法

根据工程实际,综合矿柱的岩石力学性质、结构影响,基于材料力学理论,提出简化的境界矿柱计算公式^[2]:

$$T=K\gamma S/(20\sigma_t) \quad (3)$$

式中符号意义同前.

2.1.4 普氏拱理论

针对风化破碎岩层的境界矿柱厚度的普氏拱理论计算公式为^[2]

$T = [S/2 + h \cdot \tan(45 - \varphi/2)]/f$. (4)

式中： φ 为岩石内摩擦角； f 为岩石硬度系数；其他符号意义同前。

依据以上计算理论，结合现场调查和室内岩石力学实验，露天坑底岩石力学参数为：抗拉强度 8.93 MPa，单轴抗压强度 60.5 MPa，普氏系数 7.13，内聚力 7.81 MPa，摩擦角 57.64°。岩石容重 $2.75 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ；采用上向进路尾砂胶结充填法进行开采，采场宽度 4 m；露天附加载荷 0.6 MPa。境界矿柱暴露跨度分别取 10、15、20 m，境界矿柱的厚度计算结果如表 1 所示。

表 1 境界矿柱厚度计算			
Table 1 Thickness calculation result of crown pillar			
计算方法	境界矿柱厚度/m		
	跨度 10 m	跨度 15 m	跨度 20 m
K. B. 鲁别涅伊特理论	4.3	8.8	11.8
固定梁理论	7.4	11.6	14.5
工程计算法	9.1	13.6	16.1
普氏拱理论	8.2	11.8	15.3

露天坑底水平（-40 m）的矿体平均水平厚度 20 m，采场暴露跨度最大 20 m，因此，境界矿柱理论厚度为 10~15 m 可满足安全生产需求。

2.2 比例跨度法

比例跨度法（scaled span approach）是 T. G. Carter 于 20 世纪 90 年代提出的一种确定境界矿柱尺寸和判断境界矿柱稳定性状态的方法^[4-6]；该方法基于 500 个矿柱设计及稳定性分析的案例，构建了一个与岩体质量指标 Q 相关联的对数坐标系下的稳定性评估图^[6]（图 2）。比例跨度法在国外被广泛应用于境界矿柱尺寸确定、采空区稳定性评价的研究。

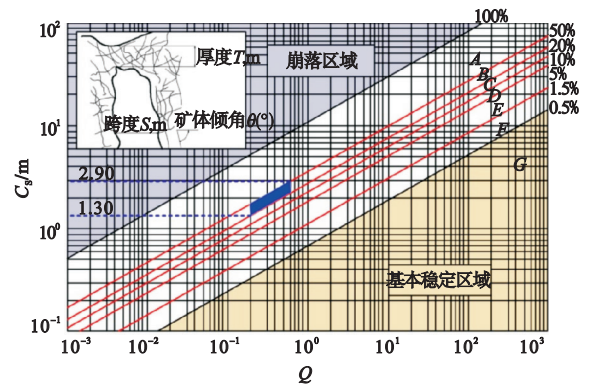


图 2 境界矿柱跨度 C_s 与 Q 的关系
Fig. 2 Relationship between scaled span C_s with Q

图 2 中横轴为岩体质量 Q 值，此处所用的 Q

值必须包含对水折减系数 J_w 和应力折减系数 SRF 的测评，不能简单取 J_w 和 SRF 为 1 来使用。纵轴为境界矿柱的允许跨度 C_s ，其中 C_s 由式(5)确定。图中的各条斜线将图幅划分为 A~G 几个区域，各区域代表的稳定性评价和失稳概率如表 2 所示。

$$C_s = S \left(\frac{\rho}{T(1 + S_R)(1 - 0.4\cos\theta)} \right)^{0.5} \quad (5)$$

式中： ρ 为岩体密度， t/m^3 ； θ 为矿体倾角； S_R 为矿柱的宽长比， $S_R = S/L$ ； L 为境界矿柱的走向长度。

表 2 比例跨度法风险评估指导表 ^[6]				
Table 2 Risk assessment table of scaled span approach				
分类	失稳 概率 %	最大等 效跨度 m	期望服 务年限 a	服务 年限 a
A	50~100	$11.31Q^{0.44}$	0	<0.5
B	20~50	$3.58Q^{0.44}$	极短期（临时矿柱）	1.0
C	10~20	$2.74Q^{0.44}$	半短期（近临时矿柱）	2~5
D	5~10	$2.33Q^{0.44}$	短期（半临时矿柱）	5~10
E	1.5~5	$1.84Q^{0.44}$	半永久	15~20
F	0.5~1.5	$1.12Q^{0.44}$	近永久	50~100
G	<0.5	$0.69Q^{0.44}$	永久	>100

根据式(5)，可以推导出境界矿柱厚度的计算公式：

$$T = \frac{\rho S^2}{C_s^2(1 + S_R)(1 - 0.4\cos\theta)} \quad (6)$$

使用比例跨度法时，首先开展岩体质量分级，确定 Q 值，并依据工程实际需求确定可接受的工程稳定性风险概率范围；然后参考图 2 确定对应的跨度 C_s 范围；最后按式(6)计算境界矿柱厚度。依据表 2 获得岩体的最大允许暴露面积 S_c 的计算公式，参考式(7)计算对应的安全系数。

$$F = S_c/C_s \quad (7)$$

金矿岩体质量 Q 值在 0.2~0.6 之间。露天坑底最宽 20 m，地下分区域开采，长度取 100 m，地下开采采用进路充填法，进路长 20 m，宽 4 m，采高 $h = 3.5 \text{ m}$ ，岩体密度 $\rho = 2.75 \text{ t/m}^3$ ，矿体倾角 $\theta = 45^\circ$ 。单进路回采时间 4~5 天。回采完毕立即采用 1:10 的混凝土进行充填，空区暴露时间不超过 7 天。因此，采场暴露时间属于“极短期暴露后即可进行充填作业”的情形，对应图 2 中 B 区域，

即采场失稳概率 20% ~ 50% ,暴露时间极短. 此时,计算获得 $C_s = 1.3 \sim 2.9$. 参照式(6)、式(7)计算出境界矿柱厚度和安全系数如图 3 所示.

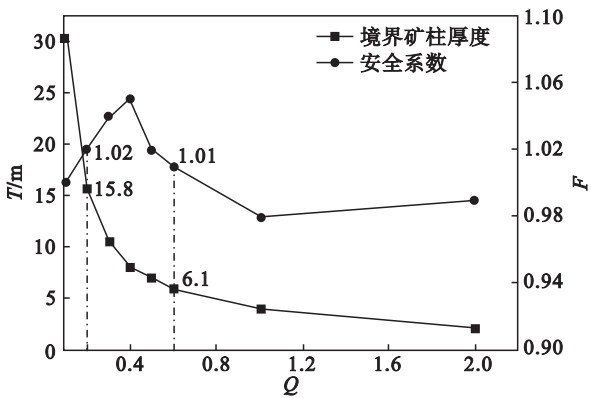


图 3 境界矿柱厚度和安全系数随 Q 值的变化规律
Fig. 3 Change of thickness and safe coefficient with the Q value

图 3 表明,境界矿柱厚度随 Q 值增大而逐渐减小,变化趋势近似呈幂指数下降. 这是因为, Q 值增大表明岩体质量变好,岩体稳定性增强,其承载力增大,因而境界矿柱所需厚度也逐渐减小. 归来庄金矿的 Q 值在 0.2 ~ 0.6 之间,因此其境界矿柱厚度在 6 ~ 16 m 之间可满足安全需要,相应的安全系数均大于 1.

2.3 经验类比法

经验类比法被广泛应用于露天转地下矿山的境界矿柱尺寸选择^[7-10]. 国内部分露天转地下矿山的境界矿柱厚度如表 3 所示.

表 3 露天转地下矿山境界矿柱的实际厚度值 Table 3 Actual thickness of crown pillar in mines from open-pit to underground		
矿山名称	坚固性系数	境界矿柱厚度/m
蒙阴金刚石二矿区	4 ~ 8	20
凤凰山铁矿	8 ~ 12	7 ~ 10
铜官山铜矿	6 ~ 10	3 ~ 3.5
铜山铜矿	6 ~ 12	10
石人沟铁矿	8 ~ 14	16 ~ 22
建龙铁矿	8 ~ 12	20 ~ 25

归来庄金矿矿体普氏系数为 6 ~ 12,类比表 3,归来庄金矿境界矿柱厚度取 10 ~ 15 m 为宜.

2.4 多方法联合确定境界矿柱厚度范围

理论计算分析法基于经典的材料力学理论中的板、梁结构,考虑外加均布载荷,经过适当简化进行计算. 计算过程表明,K. B. 鲁别涅伊特理论考虑生产实际因素较多,因而计算所得境界矿柱尺寸较为可靠,而工程算法、普氏拱理论和固定

梁理论考虑因素相对较少,计算结果较为保守. 因此,综合理论计算结果,10 ~ 15 m 的境界矿柱为理论计算的合理范围.

比例跨度法为一种量化经验图表法. 该方法基于对大量顶柱厚度、跨度、埋深等工程示例的总结,绘制出不同失稳概率下境界矿柱厚度与跨度间的关系图表. 由于该方法基于的案例多为加拿大、美国案例,因此,方法本身具有一定的局限性,迁移到北美以外矿山生产设计时具有一定的缺陷. 尽管具有这样的缺陷,比例跨度法还是被广泛应用于全球范围内的境界矿柱的设计中. 因此,基于比例跨度法获得的境界矿柱厚度 6 ~ 16 m 仍然具有一定的参考价值.

相对于以上两种方法,基于我国工程实践的经验类比法所获得的境界矿柱厚度多在 10 ~ 15 m 范围内,特别是在岩石坚固性系数相近的矿山,境界矿柱的厚度多选择 10 m 左右. 因此,综合以上三种方法,合理境界矿柱厚度应该在 6 ~ 15 m 范围内.

3 基于数值模拟的境界矿柱厚度优化

为了进一步合理确定归来庄金矿露天转地下预留境界矿柱的厚度,本文采用数值模拟的手段,对预留不同厚度境界矿柱条件下露天边坡及矿柱内的应力和位移变化规律进行分析,当境界矿柱或露天边坡处于临界状态时所对应的境界矿柱厚度即为经济合理境界矿柱厚度.

数值模拟采用 FLAC^{3D} 程序,地下开采采用机械化上向进路充填采矿法,进路高度 4 m,宽度 4 m,长度为矿体的水平厚度,平均为 20 m.

计算方案和计算所用岩石力学参数见表 4. 采用摩尔 - 库伦准则,基于矿山真实的境界位置,利用 AutoCAD 进行几何建模,ANSYS 进行网格划分,FLAC^{3D} 进行数值计算. 建立的数值模型见图 4. 在模型中境界矿柱的顶板中点,以及两侧边坡坡面中点和主要运输道中点设置监测点,监测受地下开采影响的境界矿柱及边坡的位移变化.

表 4 数值分析方案 Table 4 Simulation analysis case				
计算方案	一	二	三	四
首采水平	-64	-59	-54	-52
顶板厚度	20	15	10	8

选取 4 个计算方案的境界矿柱中点作为监测

点,得到其最大垂向位移随着境界矿柱厚度的演化曲线,如图 5 所示. 由位移变化特征可以看出,境界矿柱厚度为 10 m 时,是一个较明显的拐点,当境界矿柱厚度小于 10 m 时,地下开挖导致顶板变形较大,且境界矿柱厚度越小则位移增量越大,而当境界矿柱厚度大于 10 m 时,地下开挖导致的顶板变形较小且趋于平稳.

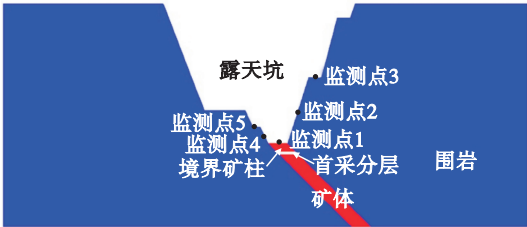


图 4 数值计算模型
Fig. 4 Numerical model

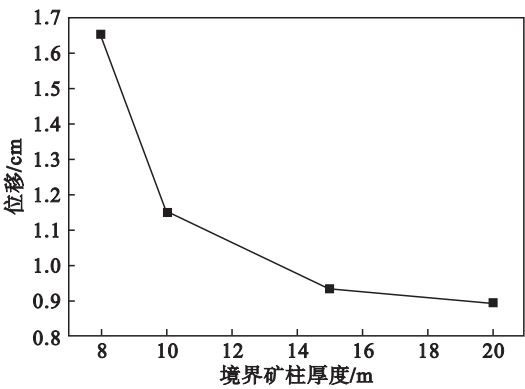


图 5 顶板位移随厚度演化曲线
Fig. 5 Displacement curve of roof at different thicknesses

境界矿柱厚度为 10 m 时不同监测点位移的变化曲线如图 6 所示. 由图可以看出,地下采场回采后,境界矿柱及露天边坡上各个监测点的位移值迅速增大,且随着时间增加逐渐趋于稳定,即应力重新趋于平衡. 监测点 5 的位移值最大,其次为监测点 4、监测点 1、监测点 3 和监测点 2,其中监

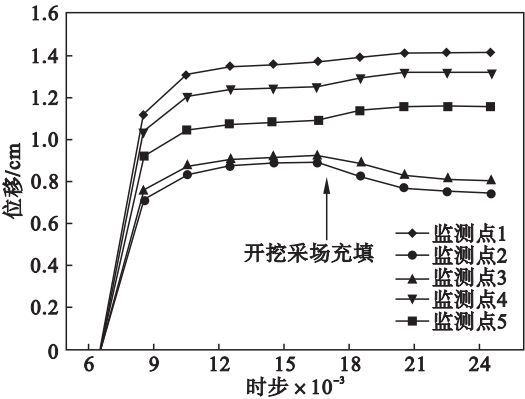


图 6 方案三不同监测点位移曲线
Fig. 6 Displacement curve of different monitoring points of Case 3

测点 3 和监测点 2 的位移变化近乎相等. 由此认为受境界矿柱下矿体回采的影响,矿体下盘边坡受到的扰动更大,在此处应注意加强监测和支护. 将开采后的空区进行充填,由于充填体对境界矿柱及两侧围岩起到了一定的支撑作用,矿体上盘边坡的位移值变小,边坡趋于稳定.

图 7 为境界矿柱厚度 10 m 的数值计算结果. 回采后在采场顶板及两侧边坡出现应力松弛,如图 7a、图 7b 所示;受到应力松弛的影响,采场顶板产生塑性区并向上延伸至边坡的表面,在下盘及边坡坡脚位置均出现“剪切破坏状态”,边坡内部未出现塑性区,如图 7c 所示.

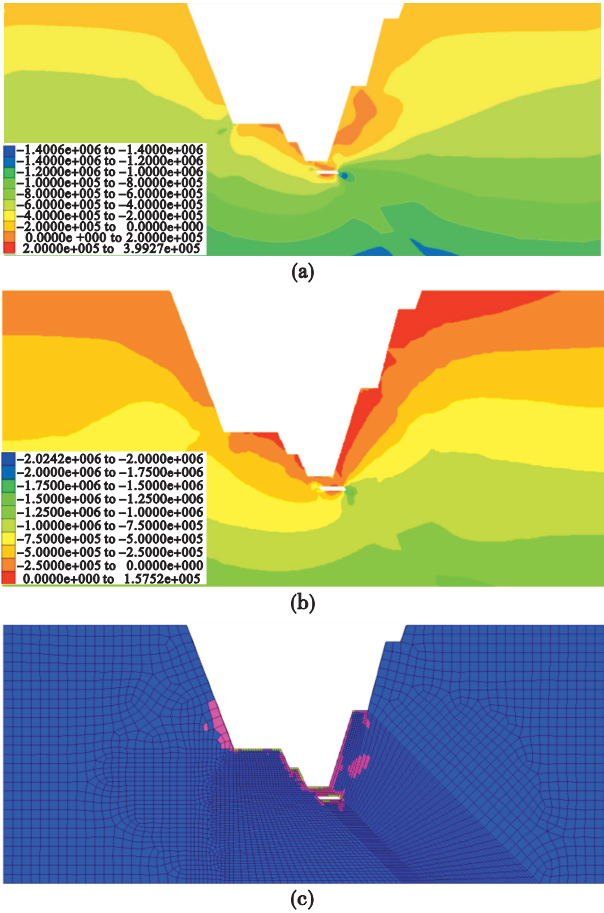


图 7 方案三计算结果
Fig. 7 Calculation results of Case 3
(a)—最小主应力云图; (b)—最大主应力云图;
(c)—塑性区分布图.

通过以上计算和分析可以看出,当境界矿柱的厚度较大时,顶板中心局部发生垮落,同时由于边坡坡脚发生剪切破坏,边坡有向坑底滑移的趋势,但整体稳定性较好,随着境界矿柱厚度的降低,地下开采对边坡及境界矿柱的影响趋于明显. 当厚度小于或等于 10 m 时,境界矿柱及上盘边坡的稳定性明显下降,边坡潜在的破坏形势为地下

采空区的整体垮塌. 因此,为了确保采场完全处于边坡内,预留不小于 10 m 的境界矿柱为宜.

4 境界矿柱矿量分析

从理论计算、国内外工程类比分析,以及数值计算的结果可知,归来庄金矿露天转地下开采过程中,采用 10 m 厚的境界矿柱是合理的. 由于境界矿柱属于保护性矿柱,其回收率通常只有 50%~60%,资源损失较大,为此本文依据勘探线剖面

图,给出了境界矿柱 10 m 条件下,各个勘探线间的矿石占用量以及金属占用量,如表 5 所示. 由表中统计可知,当预留矿柱厚度为 10 m 时,占用矿石量为 11 357 t,金属量为 561. 21 kg. 对于生产压力大、过渡时间短的露天转地下开采矿山,应将预留境界矿柱作为临时矿柱,起到安全隔离的作用,后期应通过回采境界矿柱或采用人工境界矿柱来替代矿石矿柱的方法,实现对预留矿柱占用矿石资源的回收.

表 5 过渡期境界矿柱可采矿量及金属量
Table 5 Ore quantity of different level transitional periods

勘探线/m	33 ~ 32	32 ~ 31	31 ~ 30	30 ~ 29	29 ~ 28	28 ~ 27	27 ~ 26	总计
矿量/t	14 775	13 965	18 264	23 098	13 331	6 164	21 760	111 357
金属量/kg	117. 76	56. 14	92. 23	106. 71	50. 26	28. 66	109. 45	561. 21

5 结 论

- 1) 采用 K. B. 鲁别涅伊特公式、平板梁理论、工程计算法、普氏拱理论,计算了归来庄金矿露天转地下开采境界矿柱的厚度. 结果表明,当境界矿柱厚度为 10 m 时可以隔离露天与地下生产,保证境界矿柱自身和露天边坡的稳定性.
- 2) 数值计算结果显示,境界矿柱厚度为 10 m 时,露天边坡和地下采场相互独立,地下开采对境界矿柱及露天边坡稳定性的影响开始变小.
- 3) 当预留境界矿柱的厚度为 10 m 时,将占用矿石量约 11 万 t,金属量约 560 kg. 在过渡时间短、生产压力大的条件下,10 m 厚的境界矿柱可作为临时矿柱,起到安全隔离的作用,但后期必须加强措施来回收该部分资源.

参考文献:

[1] Cheng J H, Gu D S, Li J X. Optimization principle of combined surface and underground mining and its applications [J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2003, 10 (3) : 222 – 225.

[2] 徐长佑. 露天转地下开采 [M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 1989.

[3] (Xu Chang-you. Open pit to underground mine [M]. Wuhan: The Press of Wuhan University of Technology, 1989.)

[3] Bakhtavar E. Transition from open-pit to underground in the case of Chah-Gaz iron ore combined mining [J]. *Journal of Mining Science*, 2013, 49 (6) : 955 – 966.

[4] Carter T G. A new approach to surface crown pillar design [C] // Proceedings of 16th Canadian Rock Mechanics Symposium. Sudbury, 1992: 75 – 83.

[5] Carter T G. An update on the scaled span concept for dimensioning surface crown pillars for new or abandoned

mine workings [C] // 4th North American Rock Mechanics Symposium. Seattle, 2000: 465 – 472.

[6] Carter T G. Guidelines for use of the scaled span method for surface crown pillar stability assessment [EB/OL]. [2017 – 02 – 15]. [https:// www. rocsience. com/help/cpillar/webhelp/pdf_files/papers/Trevor_Carter_2014. pdf](https://www.rocsience.com/help/cpillar/webhelp/pdf_files/papers/Trevor_Carter_2014.pdf).

[7] 李元辉, 南世卿, 赵兴东, 等. 露天转地下境界矿柱稳定性研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24 (2) : 278 – 283.

[7] (Li Yuan-hui, Nan Shi-qing, Zhao Xing-dong, et al. Stability of boundary pillars for transition from open pit to underground mining [J]. *Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24 (2) : 278 – 283.)

[8] 马天辉, 唐春安, 杨天鸿, 等. 露天转地下开采中顶柱稳定性分析 [J]. 东北大学学报 (自然科学版), 2006, 27 (4) : 450 – 453.

[8] (Ma Tian-hui, Tang Chun-an, Yang Tian-hong, et al. Analysis of stability of top pillar when coming into underground mining from open-pit [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2006, 27 (4) : 450 – 453.)

[9] 宋卫东, 杜建华, 杨幸才, 等. 深凹露天转地下开采高陡边坡变形与破坏规律 [J]. 北京科技大学学报, 2010, 32 (2) : 145 – 151.

[9] (Song Wei-dong, Du Jian-hua, Yang Xing-cai, et al. Deformation and failure of a high steep slope due to transformation from deep open-pit to underground mining [J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2010, 32 (2) : 145 – 151.)

[10] 杨天鸿, 张锋春, 于庆磊, 等. 露天矿高陡边坡稳定性研究现状及发展趋势 [J]. 岩土力学, 2011, 32 (5) : 1437 – 1451.

[10] (Yang Tian-hong, Zhang Feng-chun, Yu Qing-lei, et al. Research situation of open-pit mining high and steep slope stability and its developing trend [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32 (5) : 1437 – 1451.)

[11] Zhao X D, Li L C, Tang C A, et al. Stability of boundary pillars in transition from open pit to underground mining [J]. *Journal of Central South University*, 2012, 19 (11) : 3256 – 3265.

[12] Li X B, Li D Y, Liu Z X, et al. Determination of the minimum thickness of crown pillar for safe exploitation of a subsea gold mine based on numerical modelling [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 57 : 42 – 56.