

边界品位对露天矿最佳境界及总利润的影响

王青, 顾晓薇, 胥孝川
(东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 简要讨论了使露天矿总利润最大的边界品位——盈亏平衡品位——的计算方法,并给出计算公式. 通过一个铁矿案例分析边界品位对最佳境界和总利润的影响,结果发现:对于给定的技术经济参数,用于境界设计的边界品位和生产中使用的边界品位均有较宽的合理取值区间,即设计和生产中的边界品位分别在此区间变化,境界总利润几乎与取盈亏平衡品位时相等;对于不同的精矿价格,虽然最佳境界的体积和总利润发生了重大变化,边界品位的合理取值区间却只有微小的差别.

关 键 词: 露天矿;境界;总利润;边界品位;案例分析

中图分类号: TD 216 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)08-1187-05

Influence of Cutoff Grade on Optimum Pit Limit and Total Profit

WANG Qing, GU Xiao-wei, XU Xiao-chuan
(School of Resources & Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: GU Xiao-wei, E-mail: 493212755@qq.com)

Abstract: The calculation method of the profit-maximizing cutoff grade, i. e., the break-even grade, is first discussed and an equation is given. The influence of cutoff grade on optimum pit limit and total profit is analyzed through a case study. The findings are as follows: for given economic parameters, the cutoff grade used both in pit limit design and in production can be selected in a relatively wide range. When the cutoff grades in both design and production change in these respective ranges, the total profit of the optimum pits is almost equal to that at the break-even grade. For different concentrate prices, these selection ranges only differ a little, though the volume and the total profit of the optimum pits differ a great deal.

Key words: open pit mine; pit limit; total profit; cutoff grade; case study

边界品位和最终境界对露天矿具有全局性影响.边界品位直接影响矿床的矿量和矿体形态,进而影响境界的大小和形态;境界则是确定合理生产能力和编制采剥计划的基础.因此,国内外对边界品位和境界的优化作了大量研究.

浮锥法是在实践中应用最早的境界优化方法,虽然不是严格的数学优化方法,但由于其逻辑简单和易于处理一些实际约束条件等优点,至今仍有应用.由 Lerchs 和 Grossmann 于 1965 年提出的图论法是严格的数学优化方法,被认为是该领域的标志性成果.优化境界的另一种数学方法是网络流法,但在实践中应用甚少.近期对境界优化问题的研究主要针对各种相关参数和条件的处理^[1-2].

确定边界品位的最早方法是盈亏平衡法. Lane^[3-4]提出的边界品位优化理论和模型,以净现值最大为目标函数,并考虑矿产品生产的各个阶段的生产能力,求得每年的边界品位. Asad^[5]把 Lane 模型扩展到设有贮矿堆(Stockpile)并有两种具备开采价值的伴生矿的情形,给出了最佳

收稿日期: 2017-04-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51474049, 51674062); 国家自然科学基金青年基金资助项目(51604061); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N160104009); 辽宁省自然科学基金资助项目(2014020040); 教育部博士点基金资助项目(20130042110012).

作者简介: 王青(1962-),男,内蒙古兴和人,东北大学教授,博士生导师;顾晓薇(1971-),女,辽宁凤城人,东北大学教授,博士生导师.

边界品位的数学模型和求解算法。Bascetin 等^[6]基于 Lane 的计算模型,引入一个“优化因子(optimization factor)”,求解这一因子和边界品位,达到改进净现值的目的。Osanloo 等^[7]把露天矿的矿岩分为产生酸水和不产生酸水两类,两类矿岩具有不同的选矿成本、尾矿排弃成本和废石排弃成本,把这些成本引入 Lane 模型求解最佳边界品位,以达到使净现值最大和环境冲击最小的目的。Wang 等^[8]考虑开采计划中各个时段所开采的不同区域的不同品位分布,用动态规划求解每一时段的最佳边界品位,使总净现值达到最大。

一般而言,采用不同的边界品位会导致不同的最佳境界和总利润;边界品位变化后,之前设计的境界不再是最佳境界。边界品位的选取会在多大程度上影响最佳境界和总利润?边界品位变化而境界不变会产生什么后果?这是对境界设计和生产都具有现实意义的问题。本文通过一个案例,在不同条件下对这些问题进行系统的分析。

1 露天矿盈亏平衡品位计算模型

使总利润最大的边界品位是盈亏平衡品位,单独优化境界的目标函数也是总利润最大;所以,一般认为在境界设计中应该取盈亏平衡品位作为边界品位,在生产过程中盈亏平衡品位应该作为边界品位的下限,因为低于这一品位的块段作为矿石处理会比作为废石处理造成更大的亏损。

矿石开采中有矿石的损失和废石的混入。在计算中,损失的矿石计入废石;而混入到矿石中的废石计入矿石并从废石量中减去。对于销售产品为精矿的露天矿山,经推导(推导过程略),盈亏平衡品位的计算公式为

$$g_c = (c_m + c_p - c_w) \frac{g_p}{r_p p_p (1 - \rho)} - \frac{\rho}{1 - \rho} g_w \quad (1)$$

式中: c_m 和 c_p 分别为单位质量矿石的开采和选矿成本; c_w 为单位质量废石的剥离与排弃成本; g_p 为精矿品位; r_p 为选矿金属回收率; p_p 为单位质量精矿的售价; ρ 为废石混入率; g_w 为混入矿石中的废石的品位。

2 最佳境界及总利润随边界品位的变化特征——案例分析

本文应用作者研发的露天矿优化设计软件 MetalMiner 进行境界优化,优化方法是改进的负锥排除法。境界优化需要的数据包括矿区地表标

高模型、品位块状模型和相关技术经济参数。地表标高模型和品位块状模型基于一个大型露天铁矿的实际数据建立。地表标高模型的建立是把矿区水平范围划分为边长等于 25 m 的正方形模块,基于已开采部分的台阶线和未开采部分的地形等高线以及测点的标高进行插值,计算出每一模块中心处的地表标高。品位块状模型是把矿床划分为水平边长为 25 m、高度等于台阶高度(−54 m 以上为 12 m、以下为 15 m)的立方体模块形成的 3D 模型;模块的全铁品位基于钻孔取样和分层平面图上圈定的矿体估计。这里不介绍建立模型的具体方法,只把建好的模型拿来使用。

通过对品位块状模型中不同品位段的模块进行统计,得出模型的品位分布直方图,如图 1 所示。图中每一品位段间隔为 1%。可以看出,高于 11% 的那部分的品位分布是比较规整的正态分布,其平均品位为 26.15%,均方差为 3.76%。计算中,矿体容重为 $3.11 \sim 3.28 \text{ t} \cdot \text{m}^{-3}$,岩石容重为 $2.7 \text{ t} \cdot \text{m}^{-3}$ 。

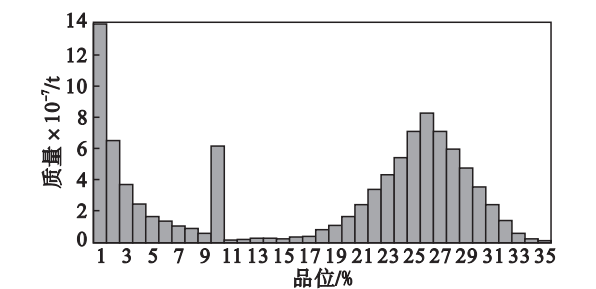


图 1 品位块状模型中模块品位的分布直方图
Fig. 1 Distribution histogram of grade in the grade model

境界最终帮坡角在不同方位的取值不同,共分为 8 个方位扇区,其帮坡角为 $39^\circ \sim 47^\circ$ 。本案例分析中用到的技术经济参数的取值如表 1 所示。

2.1 给定条件下境界和总利润随边界品位的变化特征

在境界设计中,边界品位直接影响境界的大小、形态和境界总利润;境界确定后,生产中的边界品位会直接影响经济效益。为表述方便,下文把境界设计中使用的边界品位称为“设计边界品位”,用 g_1 表示;把生产中使用的边界品位称为“生产边界品位”,用 g_2 表示。基于上述矿床模型和技术经济参数,对于 11% ~ 26% 的不同设计边界品位 g_1 ,优化出一系列境界;然后,对于每一个境界,使生产边界品位 g_2 在 10% ~ 25% 的范围变化,重新计算出同一境界对应于这些边界品位的一系列总利润。其中 8 个境界的结果数据见图 2,

图中 $g_1 = 14.63\%$ 是应用式(1)和表 1 中的参数 值计算的盈亏边界品位.

表 1 技术经济参数
Table 1 Technical and economic parameters

参数	精矿售价 元·t ⁻¹	矿石开采成本 元·t ⁻¹	岩石剥离成本 元·t ⁻¹	选矿成本 元·t ⁻¹	矿石回采率 %
取值	650	25	15	100	94
参数	选矿金属回收率 %	精矿品位 %	废石混入率 %	混入废石品位 %	
取值	80	65	6	0	

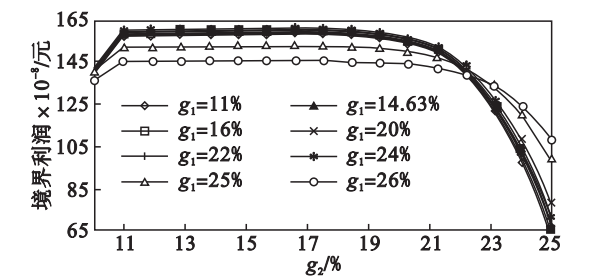


图 2 境界利润随设计和生产边界品位的变化曲线(精矿价格 = 650 元·t⁻¹)
Fig. 2 Profit curve of pit changing with the design and production cutoff grade (ore concentrate price is 650 ¥·t⁻¹)

图 2 中的一条曲线代表依据一个设计边界品位所优化的境界,其总利润随生产边界品位的变化反映了保持境界不变而在生产中选取不同边界品位对总利润的影响.可以看出,所有曲线的变化趋势都十分相似,具有以下特点:

- 1) 当生产边界品位 g_2 低到 10% 时,所有境界的利润都有显著降低,比各自的最大值下降了 6% ~ 12%. 这是因为落入品位段 10% ~ 11% 的量较大(见图 1),而这部分量的品位低于盈亏边界品位(14.63%),所以把这部分量作为矿石处理就导致了较大的损失.
- 2) 当生产边界品位 g_2 在区间 [11%, 19%] 内变化时,各条曲线基本上是水平的,即各境界的利润对 g_2 的敏感度很低.这是由于品位模型中落入这一品位区间的量很小(见图 1),各境界内落入这一品位区间的量就更低,把这部分量划分为矿石或废石对总利润的影响很小.
- 3) 生产边界品位 g_2 高到 20% ~ 21% 时,各境界的利润开始出现不可忽视的下降,且进一步提高 g_2 会导致各境界的利润都加速下降.这是由于生产边界品位达到这一水平时,各境界中的原矿量和精矿量开始出现较明显下降,并随着生产边界品位的进一步提高而加速下降;下降的这部分量的品位显著高于盈亏边界品位(14.63%),作为矿石处理会获得较高的利润,作为废石处理

则会造成较大的利润损失,且这种损失随生产边界品位的进一步提高会加速增加.

综上所述,就给定的矿床模型和技术经济参数而言,对于既定境界,在生产中边界品位在 11% ~ 19% 范围内的变动都是合理的,不会对境界的总利润造成不可忽视的影响,故称之为生产边界品位的“合理取值区间”.可见,本案例的这一区间较宽.

从图 2 中还可以看出设计边界品位对总利润的影响.当设计边界品位 g_1 为 11% ~ 24% 时,所得各境界的利润曲线基本重叠,尤其是在生产边界品位 $g_2 = 11\% \sim 20\%$ 的曲线段,境界利润间差别小于 1%. 也就是说,以 11% ~ 24% 范围内不同的边界品位优化出的不同境界,具有几乎相同的总利润.当设计边界品位 g_1 达到 25% 后,近水平段的利润曲线显著下移.因此,本案例的设计边界品位的合理取值区间也较宽,即 11% ~ 24% .

图 3 是境界的矿岩总量随设计边界品位 g_1 的变化曲线.可见, g_1 达到 24% 以上时最佳境界的总量才出现大幅下降,这与上述合理取值区间一致.

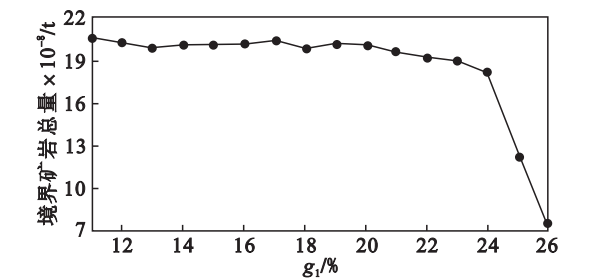


图 3 境界矿岩总量随设计边界品位的变化曲线
Fig. 3 Ore and rock curve of pit changing with the design cutoff grade

2.2 不同技术经济条件下境界和总利润随边界品位的变化特征

在相关技术经济参数中,精矿价格具有较大的不确定性,所以下面针对不同的精矿价格加以分析.

图 4 是在精矿价格为 750 元·t⁻¹ (比上述分

析中的 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 升高了 15%)、其他参数保持不变的条件下,境界利润随设计和生产边界品位的变化曲线,图中 $g_1 = 12.68\%$ 是按这一精矿价格计算的盈亏平衡品位. 与精矿价格为 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 时相比,虽然各境界的利润值都增加了约 1 倍,境界体积也扩大了约 23% ,但境界利润随边界品位的变化特征很相似. 生产边界品位的合理取值区间为 $11\% \sim 18\%$,上限比精矿价格为 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 时略有缩小;设计边界品位的合理取值区间仍为 $11\% \sim 24\%$.

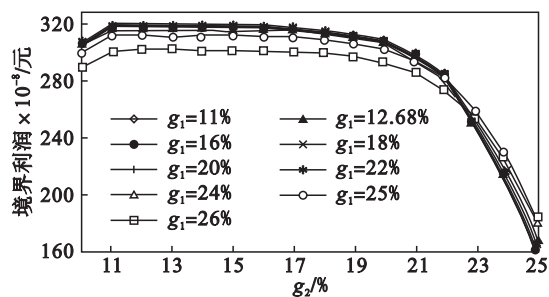


图 4 境界利润随设计和生产边界品位的变化曲线(精矿价格 = $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$)

Fig. 4 Profit curve of pit changing with the design and production cutoff grade(ore concentrate price is $750\text{¥}\cdot\text{t}^{-1}$)

图 5 是在精矿价格为 $550\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ (比 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 降低了 15%)、其他参数保持不变的条件下,境界利润随设计和生产边界品位的变化曲线,图中 $g_1 = 17.29\%$ 是按这一精矿价格计算的盈亏平衡品位. 与精矿价格为 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 时相比,虽然各境界的利润值和境界体积都大幅下降了约 60% ,但境界利润随边界品位的变化特征却很相似. 生产边界品位的合理取值区间为 $11\% \sim 20\%$,上限比精矿价格为 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 时略有扩大;设计边界品位的合理取值区间为 $11\% \sim 25\%$,上限也略有扩大.

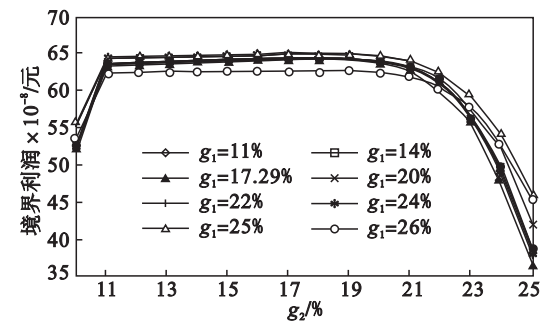


图 5 境界利润随设计和生产边界品位的变化曲线(精矿价格 = $550\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$)

Fig. 5 Profit curve of pit changing with the design and production cutoff grade(ore concentrate price is $550\text{¥}\cdot\text{t}^{-1}$)

因此,就本案例而言,虽然精矿价格从 $550\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 上升到 $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$,使盈亏边界品位有了较大幅度的变化,从 17.29% 降到 12.68% ,但边界品位的合理取值范围对于精矿价格的变化并不敏感,具有较强的“韧性”. 对于精矿价格具有高敏感度的是最优境界的总利润和体积.

2.3 技术经济条件改变而境界不变对总利润的影响

以上分析中,对于不同的精矿价格分别进行了境界优化,得到每个精矿价格对应的最佳境界. 在现实中,常常是技术经济参数发生了较大的变化,但仍按原设计境界开采,并可能视情况对境界品位作某种调整. 下面仍以精矿价格为例,分析这种处理方法是否会造成总利润的重大损失.

首先看精矿价格上升的情形,如图 6 所示.

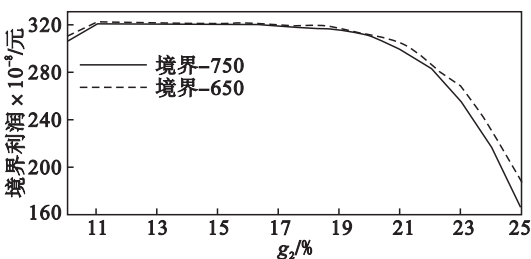


图 6 按精矿价格 $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 计算的“境界 - 750”和“境界 - 650”的利润对比

Fig. 6 Profit comparison between pit 750 and 650 in the price of $750\text{¥}\cdot\text{t}^{-1}$

假设设计时的精矿价格为 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$,按此价格优化的境界称为“境界 - 650”(优化中的设计边界品位取 20%);后来精矿价格上涨到 $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$,且可能持续很长时间. 比较下面两个方案,可以看到精矿价格上涨而保持境界不变的后果:一是按上涨后的价格 $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 计算“境界 - 650”在不同生产边界品位下的总利润,如图 6 中的虚线所示;二是按 $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 的价格(其他参数不变)重新优化境界,称之为“境界 - 750”,且按相同价格计算其在不同生产边界品位下的总利润,如图 6 中的实线所示. 可见,在生产边界品位为 $11\% \sim 20\%$ 的合理区间内,两条曲线几乎重合,也就是说,精矿价格从 $650\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 上涨到 $750\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 后,仍然使用原境界不会影响总利润. 进一步计算表明,当精矿价格上涨到 $850\text{元}\cdot\text{t}^{-1}$ 时仍然按“境界 - 650”开采,才开始出现不可忽视的利润下降,在生产边界品位的合理区间 $11\% \sim 18\%$ 内总利润降低约 3% . 可见,在矿产品价格上涨的条件下,不改变原设计境界一般不会造成较严重的后果.

再看精矿价格下降的情形,如图 7 所示. 原设计境界仍为“境界 - 650”;假设后来精矿价格下降到 $550 \text{ 元} \cdot \text{t}^{-1}$,且可能持续很长时间. 比较两个方案:一是按下降后的价格 $550 \text{ 元} \cdot \text{t}^{-1}$ 计算“境界 - 650”在不同生产边界品位下的总利润,如图 7 中的虚线所示;二是按 $550 \text{ 元} \cdot \text{t}^{-1}$ 的价格重新优化境界,称之为“境界 - 550”,且按相同价格计算其在不同生产边界品位下的总利润,如图 7 中的实线所示. 可见,精矿价格下降到 $550 \text{ 元} \cdot \text{t}^{-1}$,如果仍然按精矿价格为 $650 \text{ 元} \cdot \text{t}^{-1}$ 时设计的境界开采,整个境界的利润下降到几乎为 0 或负值,达到设计时的预期收益率是不可能的. 精矿价格下降时间越晚,所造成的影响也越小;除非精矿价格的显著下降出现在矿山开采末期,境界不变所造成的后果都是严重的,而且调整生产边界品位也无济于事. 因此,可能的价格下降会对露天矿设计和生产带来高风险. 有效降低这种风险的途径是采用分期开采:先按小境界开采(相当于先按低价格设计境界),以后依据当时的技术经济条件和对未来走向的预测设计后续分期境界.

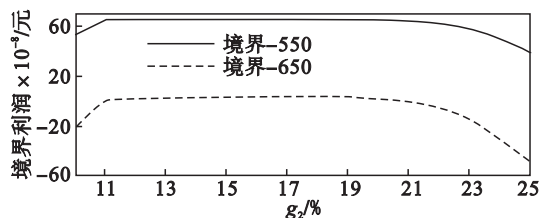


图 7 按精矿价格 $550 \text{ 元} \cdot \text{t}^{-1}$ 计算的“境界 - 550”和“境界 - 650”的利润对比
Fig. 7 Profit comparison between pit 550 and 650 in the price of $550 \text{ ¥} \cdot \text{t}^{-1}$

3 结 论

1) 在给定的技术经济条件下,用于境界设计的边界品位和境界圈定后生产中使用的边界品位均有较宽的合理取值区间;也就是说,设计和生产中使用的边界品位可以在较宽的范围内选取而几乎不影响境界总利润(总利润几乎与取盈亏平衡

品位时相等).

2) 对于不同的精矿价格,最佳境界的总利润和矿岩总量变化显著,盈亏平衡品位也有较大差别. 然而,边界品位的合理取值区间却只有微小的差别.

3) 在精矿价格上涨的情况下,仍然按价格上涨前优化的境界开采对总利润影响不大,只有上涨幅度达到较高水平(案例中为大于 30%)后,总利润才开始有不可忽视的下降;然而,在精矿价格下降的情况下,仍然按价格下降前优化的境界开采,可能造成总利润的大幅下降甚至亏损,在生产中调整边界品位也无济于事.

参考文献:

- [1] Frimpong S, Asa E, Szymanski J. Intelligent modeling: advances in open pit mine design and optimization research [J]. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 2002, 16(2): 134 - 143.
- [2] Jalali S E, Ataee-Pour M, Shahriar K. Pit limits optimization using a stochastic process [J]. *CIM Magazine*, 2006, 1(6): 90 - 94.
- [3] Lane K F. Choosing the optimum cutoff grade [J]. *Quarterly of the Colorado School of Mines*, 1964, 59: 811 - 829.
- [4] Lane K F. Commercial aspects of choosing cutoff grades [C]//Proceedings of the 16th International Symposium on Applications of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (APCOM). Littleton, 1979: 280 - 285.
- [5] Asad M W. Cutoff grade optimization algorithm with stockpiling option for open pit mining operations of two economic minerals [J]. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 2005, 19(3): 176 - 187.
- [6] Bascetin A, Nieto A. Determination of optimal cut-off grade policy to optimize NPV using a new approach with optimization factor [J]. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 2007, 107(2): 87 - 94.
- [7] Osanloo M, Rashidinejad F, Rezai B. Incorporating environmental issues into optimum cut-off grades modeling at porphyry copper deposits [J]. *Resources Policy*, 2008, 33(4): 222 - 229.
- [8] Wang Q, Gu X, Chu D. A dynamic optimization method for determining cutoff grades in underground mines [C]//Proceedings of the 21st World Mining Congress. Kraków, Poland, 2008: 133 - 142.