

# 基于矩阵摄动理论的微电网建模与优化控制

闫士杰<sup>1</sup>, 赵晓利<sup>2</sup>, 高文忠<sup>3</sup>, 韩一鸣<sup>2</sup>  
(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 国网宁夏电力公司, 宁夏 银川 750001;  
3. 丹佛大学 电气与计算机工程系, Colorado Denver 80208)

**摘 要:** 针对微电网系统稳定性和输出一致性问题,提出了一种优化控制方法.首先,建立了微电网系统小信号模型、系数矩阵和增量摄动矩阵,解决了系统特征值求解过程中的计算量大的问题.在此基础上,以稳定性、阻尼比和稳定裕度为性能指标建立了初次优化目标函数,矩阵摄动理论与人工鱼群算法相结合,对系统进行了初次优化控制.同时,为了保证微电网中各微源输出的频率和电压一致性,建立了再次优化目标函数,应用人工鱼群算法对系统进行了再次优化控制.最后通过仿真验证了所提控制策略的正确性与有效性.

**关 键 词:** 微电网;小信号模型;矩阵摄动理论;系数矩阵特征值;优化控制

**中图分类号:** TM 761.2      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1005-3026(2018)09-1217-05

## Modeling and Optimal Control for Microgrid Using Matrix Perturbation Theory

YAN Shi-jie<sup>1</sup>, ZHAO Xiao-li<sup>2</sup>, GAO Wen-zhong<sup>3</sup>, HAN Yi-ming<sup>2</sup>  
(1. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. State Grid Ningxia Electric Power Co., Ltd., Yinchuan 750001, China; 3. Department of Electrical & Computer Engineering, University of Denver, Denver 80208, USA. Corresponding author: YAN Shi-jie, E-mail: yanshijie@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** Aiming at the issue of microgrid system stability and output consensus, an optimal control method was proposed. The small signal model, coefficient matrix and an incremental perturbation matrix of microgrid system were established, which solved the problem that caused by large computation in the solution of system eigenvalues. On this basis, the objective function of the initial optimization was established by taking the stability, damping ratio and stability margin as the performance indexes. Combining the matrix perturbation theory with the artificial fish swarm algorithm, the initial optimal control of the system was achieved. Meanwhile, in order to ensure the consensus of frequency and voltage of the output of each micro-source in microgrid, the further optimization objective function was established and the artificial fish swarm algorithm was applied a second time for the further optimal control of the system. Finally, the simulation results show that the proposed control strategy is of validity and effectiveness.

**Key words:** microgrid; small signal model; matrix perturbation theory; eigenvalue of coefficient matrix; optimal control

微电网是一种小型电力网络,可实现发电、储能和供电一体化<sup>[1]</sup>. 由于微电网惯性较小,所以当微源和负荷参数变化时,系统的稳定性会受到影响.同时,微电网中的各微源的接入点要保证电压和频率一致性,因此,在建立微电网小信号模型的基础上进行稳定性分析,然后对各微源进行优化控制,解决目前微电网中的主要问题.文献[2-3]建立了微电网精确小信号模型,分析了参数变化对稳定性的影响.文献[4-5]分别应用粒子群算法和遗传算法对微源中的下垂系数和控制

致模型复杂,稳定性分析和优化控制都比较困难. 矩阵摄动理论(matrix perturbation theory, MPT) 是一种快速的特征值求解和重分析的方法<sup>[6]</sup>. 文献[7-8]应用 MPT 和数值优化算法对微电网系统中微源的下垂系数进行优化,取得了很好的效果. 本文提出了一种既考虑微源下垂系数,又考虑其所有控制器参数的优化控制方法. 该方法首先建立了简化的小信号模型,然后应用 MPT 推导出功率控制器、电压控制器和电流控制器等参数摄动时的特征值统一求解公式,从而能够得到系统参数摄动对系统稳定性的影响. 由于模型求解时只计算摄动引起的增量子矩阵,所以计算量大大减小. 为了进一步提高优化控制性能,又建立了再次优化模型,保证了微电网中频率和电压的一致性.

## 1 微电网系统小信号模型建立

逆变器型微电网由多个分布式发电单元(distributed generator, DG)和负荷组成. DG 由分布式微源和逆变器组成. DG 中的逆变器主电路和控制系统如图 1 所示. 在图 1 中,  $L_f$ ,  $L_c$  和  $R_f$ ,  $R_c$  分别为滤波电感和电阻,  $C_f$  为滤波电容. DG

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & -1/C_f & 0 & 1/C_f & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 & -1/C_f & 0 & 1/C_f \\ 1/L_c & 0 & -R_c/L_c & \omega_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_c & -\omega_0 & -R_c/L_c & 0 & 0 \\ -1/L_f & 0 & 0 & 0 & -R_f/L_f & \omega_0 \\ 0 & -1/L_f & 0 & 0 & -\omega_0 & -R_f/L_f \end{bmatrix};$$

$$B_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/L_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/L_f & 0 \end{bmatrix}^T; C_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/L_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_f & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

在图 1 中,功率采用下垂控制,电压和电流采用 PI 控制. 功率环控制系统的小信号模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{P} \\ \Delta \dot{Q} \end{bmatrix}^T = A_P \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^T + B_P \begin{bmatrix} \Delta u_{odq} \\ \Delta i_{Hdq} \end{bmatrix}^T, \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \omega \\ \Delta u_{odq}^* \end{bmatrix}^T = C_P \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^T. \quad (3)$$

其中:  $P$  为有功功率;  $Q$  为无功功率;  $\omega_c$  为功率滤波截止频率;  $A_P = \text{diag}[-\omega_c, -\omega_c]$ ;  $B_P = \omega_c D_M$ ;  $C_P = \text{diag}[-m_p, -n_q]$ ;  $m_p$  和  $n_q$  为下垂系数.

电压环和电流环控制系统小信号模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_{Hdq}^* \\ \Delta \dot{i}_{Hdq}^* \end{bmatrix}^T = A_C \begin{bmatrix} \Delta u_{odq} \\ \Delta i_{odq} \\ \Delta i_{Hdq} \end{bmatrix}^T + B_C \begin{bmatrix} \Delta i_{Hdq}^* \\ \Delta u_{odq}^* \end{bmatrix} + C_C \begin{bmatrix} \Delta e_{ldq} \\ \Delta e_{vdq} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中:  $e_{vdq}$  和  $e_{ldq}$  分别为 PI 控制器的积分项;

$$A_C = \begin{bmatrix} A_{C1} \\ A_{C2} \end{bmatrix}_{4 \times 6},$$

控制系统包括功率控制器、电压控制器和电流控制器.

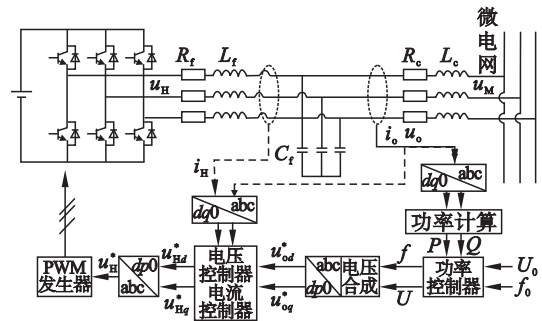


图 1 DG 中逆变器系统结构

Fig. 1 System structure of inverters in DG

根据基尔霍夫定律和小信号理论,可推导出 DG 中各部分的小信号模型. 定义  $x_{dq} = [x_d, x_q]^T$  为  $dq$  坐标系中的变量. 在各方程中,  $x$  可以是  $u$ ,  $i$ ,  $e$  变量. 逆变器主电路在  $dq$  坐标系下的小信号模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u}_{odq} \\ \Delta \dot{i}_{odq} \\ \Delta \dot{i}_{Hdq} \end{bmatrix}^T = A_M \begin{bmatrix} \Delta u_{odq} \\ \Delta i_{odq} \\ \Delta i_{Hdq} \end{bmatrix}^T + B_M \begin{bmatrix} \Delta u_{Hdq} \end{bmatrix} + C_M \begin{bmatrix} \Delta u_{Mdq} \end{bmatrix} + D_M \begin{bmatrix} \Delta \omega \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中:  $D_M = [U_{od}, U_{oq}, I_{od}, I_{oq}, I_{Hd}, I_{Hq}]^T$  为逆变器的初值;  $\omega$  为逆变器输出频率;  $\omega_0$  为频率设定值.

$$A_{C1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{pc} & -\omega_0 L_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_0 L_f & -K_{pc} \end{bmatrix},$$

$$A_{C2} = \begin{bmatrix} -K_{pv} & -\omega_0 C_f & K & 0 & 0 & 0 \\ \omega_0 C_f & -K_{pv} & 0 & K & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_C = \begin{bmatrix} B_{C1} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & B_{C2} \end{bmatrix}_{4 \times 4}, B_{C1} = \begin{bmatrix} K_{pc} & 0 \\ 0 & K_{pc} \end{bmatrix},$$

$$B_{C2} = \begin{bmatrix} K_{pv} & 0 \\ 0 & K_{pv} \end{bmatrix}; C_C = \begin{bmatrix} C_{C1} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & C_{C2} \end{bmatrix}_{4 \times 4},$$

$$C_{C1} = \begin{bmatrix} K_{ic} & 0 \\ 0 & K_{ic} \end{bmatrix}, C_{C2} = \begin{bmatrix} K_{iv} & 0 \\ 0 & K_{iv} \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{0}_{2 \times 2}$  为  $2 \times 2$  的零矩阵,以下类同.

将式(1) ~ 式(4)合成,可得第  $i$  个逆变器小信号模型为

$$[\Delta \dot{\mathbf{x}}_{li}] = \mathbf{A}_i [\Delta \mathbf{x}_{li}] + \mathbf{B}_i [\Delta \mathbf{u}_{Mdqi}], \quad (5)$$

$$[\Delta \omega_i, \Delta \mathbf{u}_{odqi}, \Delta \mathbf{i}_{odqi}]^T = \mathbf{C}_i [\Delta \mathbf{x}_{li}]. \quad (6)$$

式(5)是一个8阶小信号模型,有8个状态

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p \\ \mathbf{B}_M \mathbf{B}_{Cl} \mathbf{B}_{C2} \mathbf{C}_p + \mathbf{C}_M + \mathbf{D}_M \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{B}_M \end{bmatrix}_{8 \times 2}, \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \mathbf{C}_p & \mathbf{0}_{1 \times 6} \\ \mathbf{0}_{4 \times 2} & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix}_{5 \times 8},$$

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 2} \end{bmatrix}^T.$$

设逆变器型微电网由  $N$  个 DG 组成,在忽略线路阻抗的情况下,根据式(5)可得微电网小信号模型

$$[\Delta \dot{\mathbf{x}}] = \mathbf{A}_{mg} [\Delta \mathbf{x}] + \mathbf{B} [\Delta \mathbf{u}_{Mdqi}]. \quad (7)$$

其中:微电网小信号模型的状态变量

$$\Delta \mathbf{x} = [\Delta \mathbf{x}_{l1}, \Delta \mathbf{x}_{l2}, \dots, \Delta \mathbf{x}_{lN}]; \text{微电网小信号模型的系数矩阵为 } \mathbf{A}_{mg} = \text{diag}[\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_N].$$

## 2 微电网系统特征值求解

微电网系数矩阵的特征值可预测微电网系统的稳定性和动态性能.通过对 DG 的稳定性分析可知,  $K_{pc}, K_{iv}$  的变化对系统稳定性影响较小,  $K_{pv}, K_{ic}, m_p, n_q$  的变化对系统稳定性影响较大.本文把  $K_{pv}, K_{ic}, m_p, n_q$  参数称为微电网系统主导控制参数.由于微电网是由多个 DG 组成的,其系数矩阵  $\mathbf{A}_{mg}$  的阶数是 DG 单元个数的 8 倍,所以对微电网系统特征值求解时,其计算量非常大,模型求解速度也比较慢.为此,应用矩阵摄动理论来加快系统特征值求解速度.

### 2.1 基于 MPT 特征值的摄动量求解

微电网在进行参数优化时只涉及到系数矩阵.当微电网中的参数摄动时,其系数矩阵发生变化,系统的特征值和特征向量也发生变化,因此根据矩阵摄动理论<sup>[9]</sup>,并略去  $\varepsilon$  的二次幂以上项,可得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}_{mg} &= \mathbf{A}_{mg0} + \varepsilon \mathbf{A}_{mg1}, \\ \mathbf{A}_{mg0} \mathbf{v}_0^{(r)} &= \lambda_0^{(r)} \mathbf{v}_0^{(r)}, \\ \mathbf{A}_{mg0} \mathbf{v}_1^{(r)} + \mathbf{A}_{mg1} \mathbf{v}_0^{(r)} &= \lambda_0^{(r)} \mathbf{v}_1^{(r)} + \lambda_1^{(r)} \mathbf{v}_0^{(r)}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中:  $\varepsilon$  是一个摄动参数;  $\mathbf{A}_{mg}$  是摄动后的系数矩阵;  $\mathbf{A}_{mg0}$  是原系统的矩阵;  $\mathbf{A}_{mg1}$  为摄动量矩阵;  $\lambda_0^{(r)}$  和  $\mathbf{v}_0^{(r)}$  分别为第  $r$  个初始特征值和特征向量;  $\lambda_1^{(r)}$  和  $\mathbf{v}_1^{(r)}$  分别为第  $r$  个特征值和特征向量的一阶摄动量.根据矩阵摄动理论,可分别得到孤立特征值和特征向量的一阶摄动量,以及带  $m$  个重特征值

变量和 5 个输出变量.各变量为  $\Delta \mathbf{u}_{Mdqi} = [\Delta u_{Md}, \Delta u_{Mq}]^T, \Delta \mathbf{x}_{li} = [\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta u_{odi}, \Delta u_{oqi}, \Delta i_{odi}, \Delta i_{oqi}, \Delta i_{Hdi}, \Delta i_{Hqi}]^T$ .

第  $i$  个逆变器小信号模型的状态矩阵为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{A}_M + \mathbf{B}_M (\mathbf{B}_{Cl} \mathbf{A}_{C2} + \mathbf{A}_{Cl}) \end{bmatrix}_{8 \times 8},$$

和特征向量的一阶摄动量,如式(9)和式(10)所示:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1^{(r)} &= (\mathbf{v}_0^{(s)})^T \mathbf{A}_{mg1} \mathbf{v}_0^{(r)}, \\ \mathbf{v}_1^{(r)} &= \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq r}}^n [(\mathbf{v}_0^{(s)})^T \mathbf{A}_{mg1} \mathbf{v}_0^{(r)} \mathbf{v}_0^{(s)} / (\lambda_0^{(r)} - \lambda_0^{(s)})]; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1^{(r)} &= (\mathbf{v}_0^{(r)})^T \mathbf{A}_{mg1} \mathbf{v}_0^{(r)}, \\ \mathbf{v}_1^{(r)} &= \sum_{s=1, r+1, \dots, r+m-1 (s \neq r)}^n \frac{\sum_{j=1}^m N_j^{(r)} ((\mathbf{v}_0^{(s)})^T \mathbf{A}_{mg1} \mathbf{v}_0^{(r)})}{\lambda_0^{(r)} - \lambda_0^{(s)}} \mathbf{v}_0^{(s)}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 2.2 微电网系统摄动时的特征值求解

微电网优化时,由于要对微电网系数矩阵进行重新构造和特征值重复求解,导致计算量很大.本文应用矩阵摄动理论,在保持  $\mathbf{A}_{mg0}$  不变的情况下,只通过计算微电网摄动时系数矩阵的增量矩阵  $\Delta \mathbf{A}_{mg}$ ,使摄动后的系数矩阵  $\mathbf{A}_{mg} = \mathbf{A}_{mg0} + \Delta \mathbf{A}_{mg}$ ,这样就能够快速计算出系统摄动后的特征值,从而大大减小了计算量,提高了目标函数值的计算速度.

根据本文的微电网系统主导控制参数定义,设各主导控制参数摄动时形成的增量矩阵为  $\Delta \mathbf{A}_{ij}$ ,则得到微电网系数矩阵的增量矩阵

$$\Delta \mathbf{A}_{mg} = \text{diag} \left[ \sum_{j=1}^6 \Delta \mathbf{A}_{1j}, \sum_{j=1}^6 \Delta \mathbf{A}_{2j}, \dots, \sum_{j=1}^6 \Delta \mathbf{A}_{Nj} \right]. \quad (11)$$

根据式(11)计算出  $\Delta \mathbf{A}_{mg}$ ,然后应用特征值和特征向量的一阶摄动式(9)和式(10)就可以计算出参数摄动后的系统特征值和特征向量.

## 3 微电网系统优化控制

本文将 MPT 与人工鱼群算法相结合,对微电网系统采用两级优化控制.首先基于系统稳定性,建立初次优化模型,应用 MPT 和人工鱼群优化算法<sup>[10]</sup>进行初次优化.将求出的主导控制参数输入 DG 的各控制器中进行控制.基于一致性,建立再次优化模型,应用人工鱼群优化算法进行优化.将求出的各 DG 的频率和电压给定值输入 DG 的功

率控制器中进行再次优化控制.

初次优化时,建立与稳定性、阻尼比和稳定裕度有关的目标函数  $E_1$ ;再次优化时,建立与一致性有关的目标函数  $E_2$ ,如式(12)所示.

$$\min E_1 = \min \left[ \sum_{i=1}^3 \beta_{1i} \sum_{r=1}^L E_{1i}^{(r)}(m_p, n_q, K_{ic}, K_{pv}) \right],$$
$$\min E_2 = \min \sum_{i=1}^4 \beta_{2i} \sum_{k=1}^N E_{2i}^{(k)}(f, U),$$
$$E_{11}^{(r)} = R_e^{(r)}, E_{13}^{(r)} = R_e^{(r)} - \alpha_0,$$
$$E_{12}^{(r)} = \xi - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(I_m^{(r)})^2}{(R_e^{(r)})^2}}},$$
$$E_{21}^{(k)} = (f_n^k - m_p^k P^k - f_0)^2,$$
$$E_{22}^{(k)} = \sum_{j=1, j \neq k}^N ((f_n^k - m_p^k P^k) - (f_n^j - m_p^j P^j))^2,$$
$$E_{23}^{(k)} = (U_n^k - n_q^k Q^k - U_0)^2,$$
$$E_{24}^{(k)} = \sum_{j=1, j \neq k}^N ((U_n^k - n_q^k Q^k) - (U_n^j - n_q^j Q^j))^2.$$

(12)

其中: $\beta_{1i}, \beta_{2i}$ 为各子目标函数的权重系数; $L$ 为特征值数量; $N$ 为 DG 数量; $R_e^{(r)} = \text{Re}(\lambda_0^{(r)} + \lambda_1^{(r)})$ 为第  $r$  个特征值的实部; $I_m^{(r)} = \text{Im}(\lambda_0^{(r)} + \lambda_1^{(r)})$ 为第  $r$  个特征值的虚部; $\xi$ 为给定阻尼比; $\alpha_0$ 为给定特征值实部阈值; $f_0$ 和  $U_0$ 分别为设定的标准频率和电压幅值.

图 2 中,虚线框内为 MPT 计算的特征值增量矩阵;左侧为初次优化流程图;右侧为再次优化

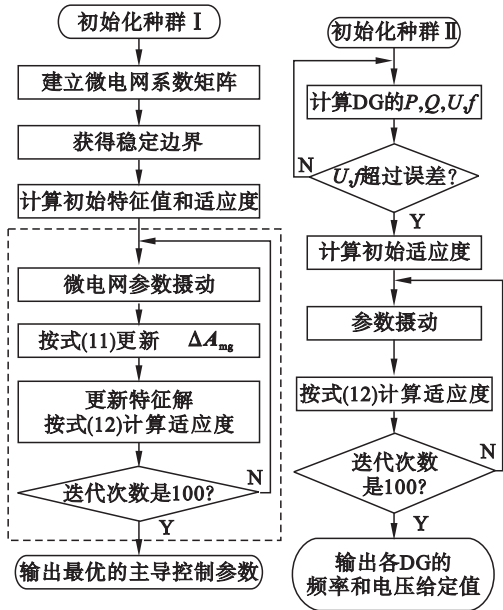


图 2 微电网的初次优化和再次优化流程图  
Fig. 2 Flow chart of the initial and further optimizations of microgrid

流程图.

## 4 算例分析

算例系统由图 1 中的 2 个 DG、2 个本地负荷和 1 个公共负荷组成,结构见图 3. 由于 DG 的控制策略相同,所以 2 个 DG 和线路的参数相同. 图 3 中的参数来自文献[9]. 用图 2 中的初次优化流程图对微电网进行优化,得出的主导控制参数分别为 $[m_p, n_q, K_{pv}, K_{ic}] = [9.5e-6, 1.42e-4, 0.56, 1600]$ . 初次优化后和再次优化后的仿真结果如图 4 和图 5 所示.

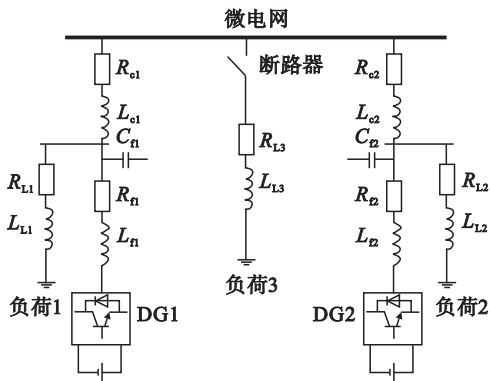


图 3 低压微电网结构图  
Fig. 3 Structure diagram of a low voltage microgrid

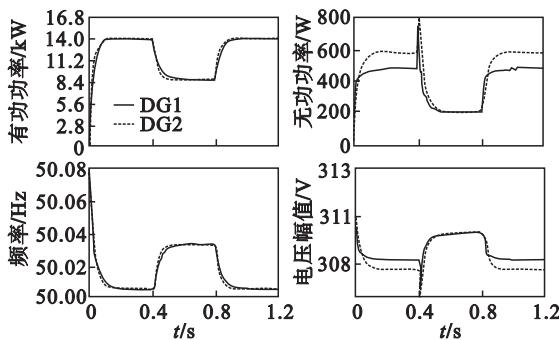


图 4 初次优化后负荷扰动时 DG1 和 DG2 输出波形  
Fig. 4 Output waveforms of DG1 and DG2 after the initial optimization during load disturbances

从图 4 可以看出,微电网进行初次优化后,将控制器参数更改为优化后得出的控制器参数,各 DG 输出的有功功率、无功功率、频率和电压都比较稳定,振荡较小,波形较为平滑. 系统的稳定性得到了很大提高,但 DG 输出频率和电压与微电网标准值存在一定偏差,且它们之间的频率与电压也不趋于一致. 由图 5 可知,微电网进行再次优化后,将优化结果作为各 DG 的频率和电压给定值,各 DG 输出的频率和电压趋于一致. 频率和电压波形不但平滑,而且均能收敛于微电网标准值.

(下转第 1231 页)