

油润滑直齿轮的齿面磨损

张建阁, 刘少军, 方 特, 金 燕

(中南大学 机电工程学院/高性能复杂制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410083)

摘 要: 高速重载齿轮常常工作在混合润滑状态, 为了准确预测齿面的磨损程度, 提出一种油润滑齿轮的磨损分析模型, 使其能够在微观尺寸上对混合润滑齿面的磨损过程进行准确地描述. 依据实测的齿面形貌特征生成非高斯粗糙面, 将热-应力耦合分析结果作为混合润滑分析的工况条件和初始条件, 研究一定工况下齿面的应力分布、润滑状态及磨损趋势, 进而揭示了齿面磨损机理. 结果表明: 油润滑齿面磨损率受多重因素综合影响; 粗糙峰的形状及分布方向会显著影响齿面的磨损程度; 磨损率的预测结果与试验数据较为一致, 表明混合润滑齿面的磨损预测方法具有实际工程意义.

关 键 词: 直齿轮; 齿面磨损; 混合润滑; 粗糙峰接触; 磨损试验

中图分类号: TH 132.4

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2018)10-1495-07

Tooth Surface Wear of Spur Gears with Oil Lubrication

ZHANG Jian-ge, LIU Shao-jun, FANG Te, JIN Yan

(School of Mechanical and Electrical Engineering/State Key Laboratory for High Performance Complex Manufacturing, Central South University, Changsha 410083, China. Corresponding author: ZHANG Jian-ge, E-mail: huaxueyue@yeah.net)

Abstract: High-speed heavy-duty gears often work in a mixed lubrication state. In order to accurately predict the wear level of tooth surfaces, a wear analysis model of oil-lubricated gears was proposed to enable accurate description of the wear process of mixed lubrication tooth surfaces at the microscopic dimensions. The non-Gauss rough surface was generated according to the as-measured tooth profile characteristics, and the coupling results of thermal-stress were used as the working conditions and initial conditions of mixed lubrication analysis. Then pressure distribution, lubrication state and wear trend of the tooth surface were studied to reveal the wear mechanism. The results showed that surface wear of oil lubricated gears is affected by miscellaneous factors. In particular, the shape and distribution direction of asperity have a significant effect on wear degree. The prediction results show good agreement with the experimental measurements. It indicates that the wear prediction method of mixed lubrication tooth surface has practical engineering significance.

Key words: spur gears; tooth surface wear; mixed lubrication; asperity contact; wear experiments

高速重载齿轮常常运行于混合润滑状态下, 其整体功能和性能很大程度上取决于啮合区域的接触与润滑特性^[1]. 相比于充分润滑时两接触面被弹流油膜完全隔开, 混合润滑表面的部分粗糙峰发生直接接触. 因此, 齿面存在较大的摩擦作用和极高的闪现温度, 这又产生了极大的能量损耗

并加剧了齿面的磨损程度. 由于油膜内部的流体剪切及粗糙峰摩擦的综合作用, 啮合区域将产生大量的热, 进而导致局部瞬时温升显著^[2]. 润滑油受到高温高压的影响, 其黏度明显降低, 最终导致接触表面的油膜破裂及局部金属表面发生直接接触并产生黏着磨损现象^[3]. 齿面磨损会严重影

响齿轮副的正常工作,也是齿轮装置中常见的损伤形式之一^[4]. 由于难以揭示齿面磨损失效机理和演变过程,如何定量评价油润滑齿轮的磨损仍是齿轮设计计算标准中的一项空缺.

由于齿面处于混合热弹流润滑状态,现有的齿面磨损分析方法仍有待完善. 基于此,本研究试图找到一种适用于混合润滑条件下的齿面磨损的预测方法. 真实齿轮啮合过程受到载荷、温度及润滑油特性的综合影响,所以在齿面磨损分析之前应首先考虑啮合区域存在的热-弹-流耦合现象. 考虑到齿轮啮合过程存在热-流-固三场耦合的情况,直接进行有限元仿真十分困难. 首先对齿轮动态接触进行有限元分析,得到热-应力耦合时的瞬态温升与应力场. 然后将其瞬态温度场与应力场作用于混合润滑油膜,估算齿面磨损率. 通过研究一定工况下,齿面的接触情况、温度场、应力分布及磨损趋势等,从而揭示润滑条件下的齿面磨损机理和规律,为齿轮传动系统的设计和实际工程应用提供依据.

1 齿轮热-弹耦合分析

由于齿面啮合区域的温度场与接触界面上的摩擦生热有关,同时摩擦热是接触应力的直接函数,而齿面的接触应力分布又受到热变形的影响^[5]. 由此看出,齿面的温度场、位移场和应力场是相互耦合的. 因此,有必要考虑齿轮啮合过程中的齿面热-弹接触状况及其耦合效应.

直齿轮接触模型和边界条件具有对称性,所以选取齿轮副的中间剖面建立二维有限元接触模型,如图 1 所示. 该剖面能真实地反映齿面接触应力场和温度场的分布等情况. 对于啮合齿轮副还需要定义接触对,设定小齿轮齿面为接触面,采用 surf 172 接触单元,大齿轮齿面为目标面,采用 target 169 单元. 所选用接触单元均为可用于求解热-应力耦合问题的面-面接触单元. 同时将小齿轮和大齿轮的有限元单元定义为弹性体接触. 在材料属性窗口定义弹性体的摩擦系数、环境温度及对流换热系数等. 接触对的摩擦系数一般取值为齿面干摩擦或者边界润滑的摩擦系数^[6],此处取值为 0.12. 齿轮装配在刚性轴上,一般在小齿轮轴上加载速度载荷,同时大齿轮轴上加载扭矩载荷. 建立两个与齿轮体相关联的控制节点和辅助节点,以方便载荷的加载. 设置辅助节点只具有旋转方向的自由度,用以控制转角或者扭矩. 通过齿轮热-弹耦合的有限元分析可以获得齿面的

瞬态温升与赫兹接触应力场.

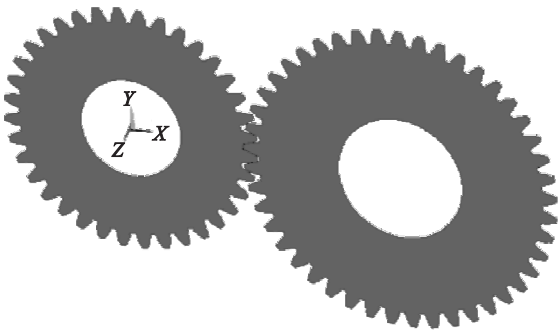


图 1 直齿轮热-弹耦合分析模型
Fig. 1 Thermal-elastic coupling analysis model of spur gears

2 齿面磨损分析

混合润滑区域内粗糙峰接触和流体润滑同时存在又相互影响^[7]. 采用统一润滑模型不仅可以考虑流体润滑行为和粗糙峰相互作用,而且不需要关于各润滑区域之间的边界条件等额外信息. 通过相同的迭代循环即可获得整个接触区域内的完整数值解. 因此在接触区建立了统一的混合润滑模型,考虑齿面形貌的油膜厚度分布,将接触区划分为流体润滑区和粗糙峰接触区:

- 1) 当局部的油膜厚度远远大于粗糙峰高度时,接触区处于流体润滑状态;
- 2) 当局部的油膜厚度小于某特定值(此处取为 10nm)时,接触区为粗糙峰接触区域.

粗糙齿面的瞬时油膜厚度等于齿面形貌轮廓与齿面受载变形量的叠加:

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R_x} + V(x) + \delta_1 + \delta_2. \tag{1}$$

式中: x 为移动方向的坐标; h_0 为接触区刚体的中心间距; R_x 为 $x-z$ 平面的等效曲率半径; $V(x)$ 为接触面的弹性变形; δ_1, δ_2 为两接触表面粗糙峰高度的分布.

2.1 统一弹流接触应力计算

流体润滑区域,弹流接触应力 p_h 满足修正后的 Reynolds 方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta^*} \frac{\partial p_h}{\partial x} \right) = 12u_e \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}. \tag{2}$$

式中: h 为油膜厚度; η^* 为润滑油等效黏度; ρ 为润滑油密度; u_e 为卷吸速度; t 为计算时间. 通过引入等效黏度参数来描述润滑剂性质的非牛顿流体特性. 润滑油的黏度与密度分别通过黏压-黏温公式与密压-密温公式^[7]确定.

当局部油膜厚度趋于零时,Reynolds 方程左

端的压力流项消失,方程简化为

$$u_e \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = 0. \tag{3}$$

在粗糙峰接触区域则是粗糙峰发生弹塑性变形,金属表面刮擦致使润滑油膜破裂,粗糙峰接触应力 p_a 应满足简化 Reynolds 方程.

因此,不同润滑区域的综合弹流接触应力 p 应遵从以下关系:

$$p = \begin{cases} p_h, & h \geq 10\text{nm}; \\ p_a, & h < 10\text{nm}. \end{cases} \tag{4}$$

此外,在流体润滑区和粗糙峰接触区的边界要满足压力连续条件. Reynolds 方程的边界条件应满足以下关系:

$$\left. \begin{aligned} p(x_{\text{in}}) &= p(x_{\text{out}}), \\ p_h &= p_a. \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

式中: $p(x_{\text{in}})$, $p(x_{\text{out}})$ 分别代表润滑油入口与出口处的接触应力.

根据载荷平衡方程,施加的外载荷等于整个求解域内的接触应力积分:

$$F = \int p(x) \text{d}x. \tag{6}$$

同时引入粗糙峰载荷比 (L_a),用来表征粗糙峰所承担的外载荷占总外载荷的比值:

$$L_a = \frac{F_a}{F} = \frac{\int p_a(x) \text{d}x}{\int p(x) \text{d}x}. \tag{7}$$

式中: F_a 为总接触力.

2.2 齿面磨损模型

研究表明载荷直接作用在粗糙峰上是产生齿面磨损的主要原因. 也就是说弹流润滑区域流体承担的载荷 (F_h) 是不会产生磨损的. 所以 Archard 磨损率公式中总载荷 (F) 应该修正为粗糙峰所承担的部分载荷 (F_a). 为估算混合弹流润滑方式下的体积磨损率 Ω_{lub} ,文献[8]将 Archard 黏着磨损理论运用范围扩展至混合热弹流润滑部件的磨损率预测:

$$\Omega_{\text{lub}} = K_a \frac{F_a \cdot u_s}{H_v}. \tag{8}$$

式中: u_s 为相对滑移速度; H_v 为材料硬度; K_a 为混合润滑状态时的磨损系数. 尽管粗糙峰接触区域不存在油膜,但是接触表面依然有吸附的油膜分子. 分子吸附膜也在一定程度上减轻了齿面磨损程度,所以此时的磨损系数应该修正为

$$K_a = K \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{\varepsilon_\chi}{u_s t_0} \exp \left(- \frac{Q_a}{\Lambda_g T} \right) \right] \right\}. \tag{9}$$

式中: K 为干摩擦时的磨损系数, K 的取值可参照

文献[8],此处 $K = 5 \times 10^{-4}$; u_s 为相对滑移速度; ε_χ 为油膜分子吸附区域的直径; t_0 为吸附油膜分子振动的基本时间; Q_a 为吸附膜的热量; Λ_g 为气体常数. 参数 ε_χ , Q_a , t_0 和 Λ_g 由润滑油的实验测得^[8], $\varepsilon_\chi = 3 \times 10^{-10} \text{ m}$, $Q_a = 49 \times 10^3 \text{ J/mol}$, $t_0 = 3 \times 10^{-12} \text{ s}$, $\Lambda_g = 8.31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$.

为了更直观地表达齿面磨损程度,又进一步探讨了齿面深度磨损率 Ω_h 的分布,其计算表达式为

$$\Omega_h = K_a \frac{p_a \cdot u_s}{H_v}. \tag{10}$$

3 齿轮磨损试验

通过齿面磨损试验来验证本研究所采用的预测方法的可行性. 实验装置采用电功率封闭式齿轮试验台,如图2所示. 通过测控系统可以控制整个实验台的各物理量(转矩、转速、润滑油温度、润滑油压力、润滑油流量),采集和记录试验数据. 通过控制面板调节驱动电机的转速及加载电机的扭矩,采用三维超景深显微系统观察齿面磨损分布并测量齿面磨损深度^[9].



图2 多功能齿轮试验台与三维超景深显微系统
Fig. 2 Multi-function gear test rig and super depth of field three-dimensional microscope system

本研究以一对直齿轮为试验对象,试验齿轮副所采用的材料为 i9310 钢,且经过热处理. 齿面的初始粗糙度为 $1 \mu\text{m}$,齿轮设计参数及材料参数如表1和表2所示.

表1 直齿轮的设计参数 Table 1 Design data of spur gear			
参数	数值	参数	数值
主动轮齿数	36	齿宽/mm	32
从动轮齿数	45	主动轮变位系数	0.5
模数/mm	3.5	从动轮变位系数	-0.5
啮合角/(°)	22.43	中心距/mm	141.75

表 2 齿轮材料特性	
Table 2 Material properties of gears	
参数	数值
弹性模量/GPa	210
泊松比	0.3
密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7 800
比热容/($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	500
热传导系数/($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	40
扩散系数/($\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$)	1.025×10^{-5}
表面硬度/GPa	6

试验台采用压力喷油润滑系统,喷油压力在 0~1 MPa 之间连续可调,温控装置保证了进口油温恒定为 60 ℃. 试验中使用的润滑剂的物理性质见表 3.

表 3 润滑剂的物理参数	
Table 3 Physical parameters of lubricant	
参数	数值
环境黏度/($\text{Pa}\cdot\text{s}$)	0.08
环境密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	870
特征剪切应力/MPa	0.15
比热容/($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	2 000
热传导系数/($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	0.14
润滑油初始温度/K	333

试验目的主要为了验证齿轮稳态运行时的磨损率. 众所周知,磨合期的齿面磨损率会比较大,而且在齿轮啮入和啮出时会产生严重的震动和冲击. 这样将导致试验测量值与理论计算值之间存在较大的偏差,因此,试验齿轮首先在给定工况下磨合超过 30 h. 运行工况:输入转速为 2 400 r/min,输入转矩为 400 N·m. 经过磨合之后重新测量齿面的粗糙度为 0.86 μm ,然后依据实测的齿面形貌特征建立非高斯粗糙面的数学模型. 非高斯粗糙面的具体生成方法请参照文献 [10],其输入参数为粗糙峰高度的均方根值 $\sigma=0.86\ \mu\text{m}$,偏度值 $S_{\text{sk}}=-0.446$,峰度值 $S_{\text{ku}}=5.68$,自相关长度 $\beta_x=\beta_y=12\ \mu\text{m}$.

试验中首先需确保被观察齿轮达到热平衡. 按试验要求设置喷油润滑方案,待齿轮稳定运转一段时间后利用红外热像仪连续多次测量齿轮齿面的温度,若所测出的最大温差小于 0.5 ℃便可认为齿面达到热平衡. 随后,测试齿轮大约经过 10^6 次啮合周期(共 $2.4\times10^4\ \text{s}$)后,停止试验并拆下测试齿轮. 然后清洗齿轮上的润滑油及磨损颗粒. 每一组试验完成之后,更换新的润滑油方可继续实验,以防止残留的金属屑囤积影响到试验

条件.

采用三维超景深显微系统观察齿面的磨损情况. 同时超景深显微镜还具备复杂曲面的测量功能,可以提供精确的 3D 曲面数据,其灵敏度为 0.01 μm . 磨损试验前先对齿轮齿面进行扫描,明确齿面的空间位置信息,这保证了观察齿轮在以相同方式放置的情况下磨损前后观测区域的测量基准线不会发生偏移.

4 结果分析及讨论

4.1 齿面磨损分布

通过齿轮动态接触分析,得到热-应力耦合时的齿面瞬态温升与应力场分布. 然后将其瞬态温度场与应力场作为弹流润滑分析的工况条件与初始条件. 同时还考虑齿面真实形貌的影响,依据实测的齿面形貌特征建立了非高斯粗糙面的数学模型. 油润滑齿面的综合接触应力分布如图 3 所示,随着齿面啮合位置的变化,齿面的啮合状态也先后经历了从双齿啮合到单齿啮合再到双齿啮合的 3 个阶段:①齿面开始进入啮合后,齿面的接触应力缓慢增加;②随着齿面进入单齿啮合阶段,接触应力出现突变,急剧增大到其峰值后又略微减小;③齿轮再次进入双齿啮合阶段,接触应力表现为明显下降趋势. 此外,与光滑面接触时的全膜润滑状态不同,粗糙齿面接触时的接触应力分布发生剧烈波动,因此粗糙峰接触区出现严重的应力集中,这将直接影响到对齿面磨损程度的精确预测.

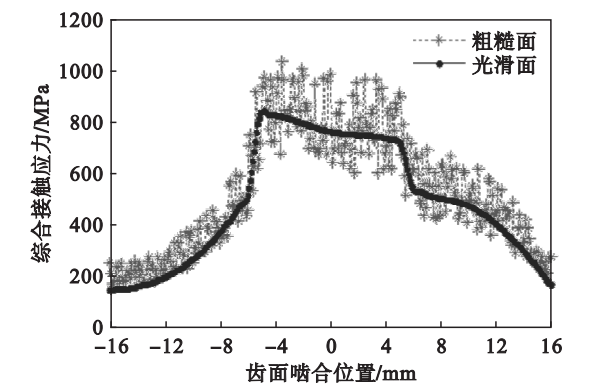


图 3 小齿面的综合接触应力分布
Fig. 3 Distribution of comprehensive pressure on pinion surface

图 4 为小齿面和大齿面的深度磨损率. 可知齿面深度磨损率受多重因素共同影响,其沿啮合线的变化趋势也是非线性的. 一般来说,啮合起点处的磨损率要比啮合终点处的大. 这主要是因为随着卷吸速度增加油膜厚度也逐渐增大,齿面磨

损率表现为减小趋势. 相比之下齿轮啮合开始时的粗糙峰载荷比更大, 因此出现了局部最大磨损量. 最大磨损深度出现在小齿轮啮合节点前且靠近节点的位置. 这是由于虽然滑移速度正处于下降趋势, 但齿面接触应力却陡然增加, 此时载荷成为影响齿面磨损的主要因素, 因此在啮合节点前后的单齿接触区域均出现明显的磨损现象. 由于齿轮啮合节点处的滑动速度为零, 即啮合节点处只有纯滚动没有相对滑动, 理论上齿轮啮合节点处不产生磨损, 但小齿轮齿面上所有接触点却都出现较大程度的磨损. 此外, 与大齿轮相比小齿轮轮齿齿数少, 齿轮啮合过程中齿面接触频率更高, 因而小齿面的深度磨损率更大些.

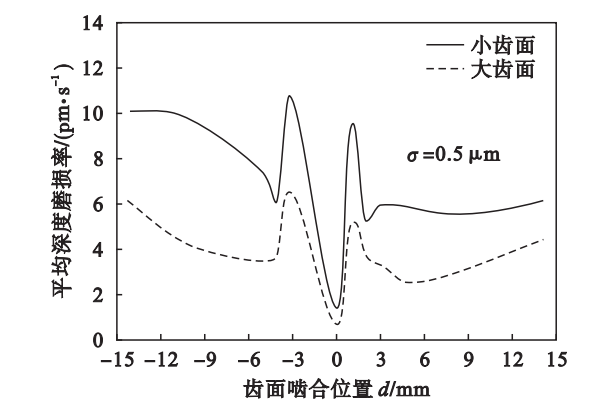


图 4 小齿轮与大齿轮的齿面深度磨损率
Fig. 4 Depth wear rate of pinion and gear teeth surfaces

采用三维超景深显微系统观察齿面的磨损情况, 如图 5a 所示, 在齿面啮合的开始阶段出现较为明显的磨损现象; 从图 5b 可以看出, 啮合节点前的区域经历了严重的黏着磨损, 除了较大的接触应力因素外, 接触区域的闪温过高 (甚至于超过了临界温度) 是导致齿面从轻微磨损发展为严重黏着磨损的主要原因之一; 如图 5c 所示, 在齿面啮合节点附近只观察到轻微的磨粒磨损现象. 总的来说, 齿轮磨损试验的观察结果与数值预测结果相吻合. 轻度磨损一般为轻载工况下的磨粒磨损和弹性变形. 随着应力与温度载荷的增加, 接触区域出现较大的应变累积和严重黏着磨损.

采用三维超景深显微系统测量小齿轮齿面的磨损深度, 然后将深度磨损率的计算结果与试验数据进行对比, 混合热弹流润滑状态下齿面深度磨损率的变化趋势如图 6 所示. 从图中可以看出磨损率的预测值与试验结果具有较好的一致性. 最大的误差发生在齿根和齿顶区域, 考虑到现有的试验条件, 这些误差在可接受范围内. 试验所测得的磨损量比估算结果略大, 这是因为实际啮合传动的齿轮副, 除本文所分析的摩擦磨损外, 还具

有其他形式的磨损, 如接触疲劳磨损、磨粒磨损、腐蚀磨损等.

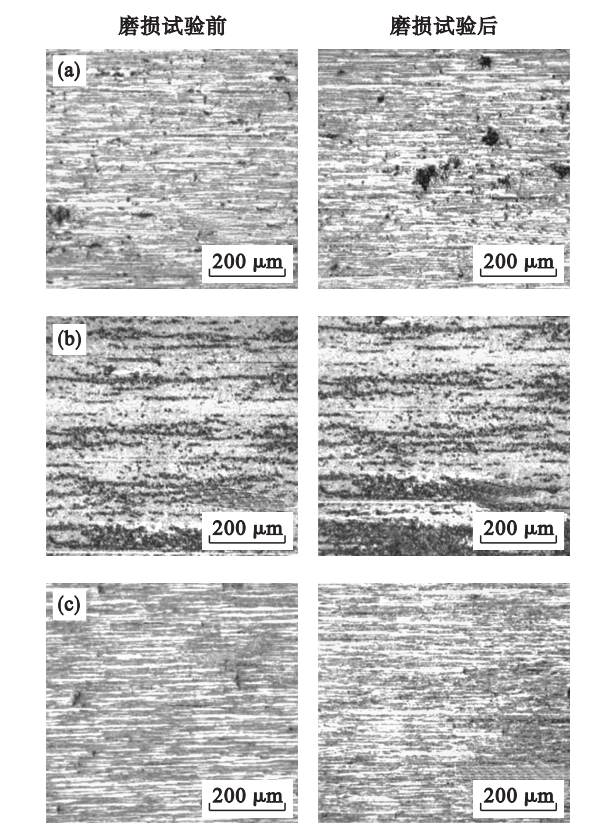


图 5 齿面磨损分布的微观图
Fig. 5 Micrographs of tooth surface wear
(a)—啮合开始阶段 $d = -15$ mm; (b)—啮合节点前 $d = -3$ mm; (c)—啮合节点处 $d = 0$ mm.

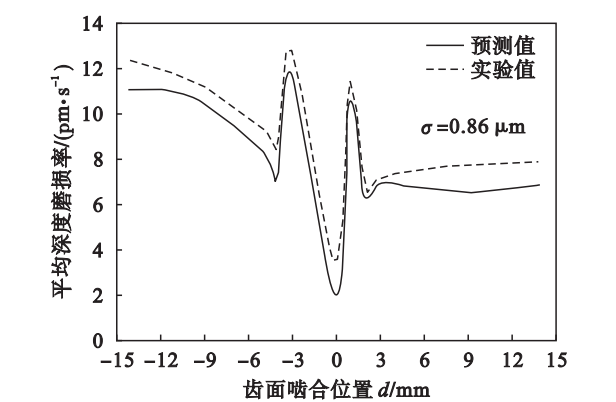


图 6 小齿轮齿面深度磨损率的预测值与试验值对比
Fig. 6 Comparison of predicted depth wear rate of pinion tooth surface and experimental value

4.2 齿面形貌特征对磨损的影响

由于粗糙度对齿面磨损程度的影响与粗糙峰的形状及分布方向等密切相关, 因此需要进一步讨论齿面形貌特征对磨损的影响. 此处采用的工况: 赫兹接触应力 $p_H = 0.6$ GPa, 卷吸速度 $u_e = 0.8$ m/s, 润滑油的环境黏度 $\eta_0 = 0.096$ Pa·s, 滑滚比 $\theta = 1$, 等效曲率半径 $R_x = 11.6$ mm.

图 7 更直观地显示出磨损主要发生在粗糙峰直接接触的区域,因此粗糙峰的形状会显著影响齿面的磨损程度.粗糙峰偏度参数的本质特征即当偏度为负值时绝大多数粗糙峰的高度位于平均线以上,粗糙面存在一定量的凹坑,这些凹坑利于储存润滑油;当偏度参数为正值时,绝大多数粗糙峰的高度处在平均线以下,粗糙面存有较多凸峰.偏度值增大意味着表面凹坑减少以及凸峰增多,同时粗糙峰载荷比也随之增大,进而加速齿面的磨损进程.粗糙峰峰度参数的影响机理可以理解为当峰度增大时表面的粗糙峰体变得更加尖锐,当两粗糙面接触时,高凸峰率先发生接触,产生较大的弹性形变甚至是塑性形变,为此高凸峰被迫承担了过高的接触应力.因此,较大的偏度值 S_{sk} 和峰度值 S_{ku} 都会加剧齿面的磨损程度.

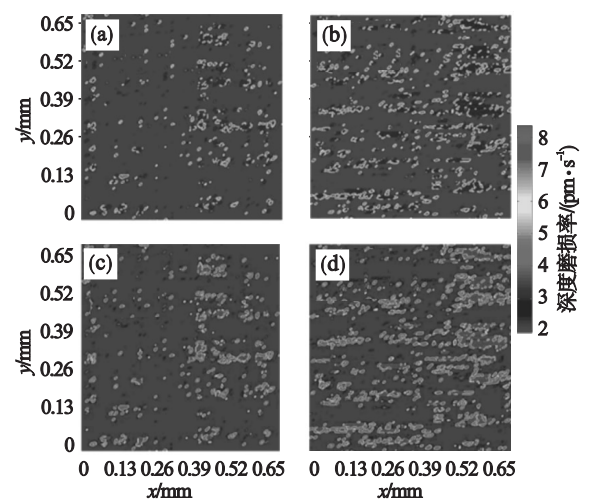


图 7 粗糙峰形状对齿面磨损率的影响
Fig. 7 Effect of asperity shape on surface wear rate
(a)— $S_{ku}=2, S_{sk}=-0.5$; (b)— $S_{ku}=5, S_{sk}=-0.5$;
(c)— $S_{ku}=2, S_{sk}=0.5$; (d)— $S_{ku}=5, S_{sk}=0.5$.

通过改变自相关函数在 x, y 方向的长度 β_x 和 β_y 形成不同的粗糙峰分布方向,如 $\beta_y/\beta_x = 0.01$ 时为纵向粗糙峰分布表面; $\beta_y/\beta_x = 100$ 则为横向粗糙峰分布表面. β_y/β_x 从 0.01 到 100 之间变化涵盖了粗糙峰分布方向由纵向转为横向的过程.图 8 为粗糙峰分布方向对齿面磨损率的影响.由于横向粗糙峰分布对润滑油的流动形成阻碍,降低了其在接触面上的流动性,进而增强了润滑油膜的动压效应.因此横向粗糙峰分布在一定程度上更利于润滑油膜的形成,能够较好地减小接触区的磨损量.

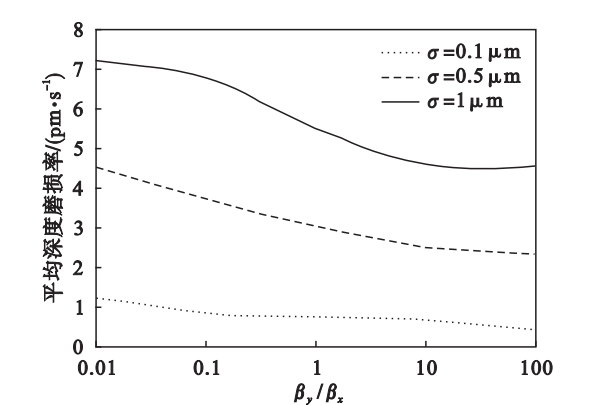


图 8 粗糙峰分布方向对齿面磨损率的影响
Fig. 8 Effect of asperity distribution direction on surface wear rate

5 结 论

- 1) 油润滑齿面磨损率受多重因素综合影响,其沿啮合线的变化趋势也是非线性的.最大磨损区域出现在齿面啮合节点前的区域,啮合起点与终点处也存有局部的磨损峰值.
- 2) 通过齿轮磨损试验验证,磨损率的预测结果与试验测量数据较为一致,表明本研究的混合润滑齿面磨损的预测方法具有实际工程意义.
- 3) 磨损主要发生在粗糙峰直接接触的区域,粗糙峰的形状及分布方向会显著影响齿面的磨损程度.较大的偏度值和峰度值都会加速齿面的磨损进程.横向粗糙峰分布在一定程度上更利于润滑油膜的形成,能够较好地减小接触区的磨损量.

参考文献:

[1] Masjedi M, Khonsari M M. An engineering approach for rapid evaluation of traction coefficient and wear in mixed EHL [J]. *Tribology International*, 2015, 92: 184 – 190.

[2] Pu W, Wang J X, Zhu D. Friction and flash temperature prediction of mixed lubrication in elliptical contacts with arbitrary velocity vector [J]. *Tribology International*, 2016, 99: 38 – 46.

[3] Bajpai P, Kahralnan A, Anderson N E. A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs [J]. *Journal of Tribology*, 2004, 126 (3): 597 – 605.

[4] 王淑仁, 闫玉涛, 殷伟俐, 等. 齿轮啮合摩擦疲劳磨损的计算模型 [J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2008, 29 (8): 1164 – 1167.
(Wang Shu-ren, Yan Yu-tao, Yin Wei-li, et al. Calculation model of fatigue wear-off in gear engagement [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2008, 29 (8): 1164 – 1167.)

[5] Taburdagitan M, Akkok M. Determination of surface temperature rise with thermo-elastic analysis of spur gears [J]. *Wear*, 2006, 261 (5/6): 656 – 665.