

轴向磁场作用下平均 Taylor 涡对湍流脉动的影响

冷学远¹, 李本文², 王 唯¹, 田溪岩¹
(1. 东北大学 材料电磁过程研究教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819; 2. 大连理工大学 能源与动力工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 采用基于高精度电流守恒格式的直接数值模拟方法,对轴向磁场作用下导电流体的湍流 Taylor – Couette 流动进行计算. 在等电势边界条件的同心圆筒中,磁场与感生电流引起的反向周向速度分布、以及其对平均流动的影响被揭示出来. 采用两种不同的湍流流场平均方法,将湍流中的全部脉动划分为平均流动(Taylor 涡)的贡献和湍流的贡献. 通过计算不同磁场强度下的湍动能的分布,对比分析轴向磁场对平均 Taylor 涡流和湍流两种贡献方式的影响.

关 键 词: Taylor 涡; Taylor – Couette 流; 湍流; 磁场; 直接数值模拟

中图分类号: O 361.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)11-1604-05

Effect of Mean Taylor Vortex Motion on Turbulent Fluctuations in the Presence of Axial Magnetic Field

LENG Xue-yuan¹, LI Ben-wen², WANG Wei¹, TIAN Xi-yan¹
(1. Key Laboratory of National Education Ministry for Electromagnetic Processing of Materials, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. School of Energy & Power Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China. Corresponding author: LI Ben-wen, professor, E-mail: heatli@dlut.edu.cn)

Abstract: The direct numerical simulation based on the current density conservative scheme was employed to calculate the turbulent Taylor-Couette flow of an electrically conducting fluid in an axial magnetic field. The generation of negative velocity due to the interaction of magnetic field with induced current, and the effect of magnetic field on the mean flow field were revealed, when two cylinders had the same potentials. By using two kinds of averaged method, the total fluctuations in the flow field were divided into two parts, i. e., the contribution of mean Taylor vortex flow and the contribution of turbulence. Consequently, several cases were calculated to investigate the effect of magnetic field on the contribution, and comparison the effects of axial magnetic field on from mean Taylor vortex flow and the turbulent flow.

Key words: Taylor vortex flow; Taylor-Couette flow; turbulence; magnetic field; direct numerical simulation

Taylor – Couette 流动是流体力学和磁流体力学领域的经典流动. 它是由内、外独立旋转的同心套筒构成,两筒中间充满不可压缩的流体.

在单内筒旋转、外筒壁固定的圆筒中,当内筒壁旋转速度较低时,流动是稳定的,这种一维流动称为旋转 Couette 流动;当增加旋转速度达到某一临界速度后,施加轴对称扰动后流场失去稳定,形成 Taylor 涡流;继续增加内筒转速后,经历波状涡等状态后,流场进入湍流状态^[1-2]. 通过控制套筒的几何尺寸,以及内、外筒壁面的旋转速度等条件,可以实现一系列复杂的流动状态. 由于该装置配置简单和其中富含的流动现象, Taylor – Couette 流动被广泛应用于流动不稳定现象和湍流的研究中. 同时,由于 Taylor – Couette 流动具有极好的混合特性,在很多工业中都有着广泛的应用^[3-5].

在单内筒旋转的 Taylor – Couette 流动中,当旋转速度足够大时,流动进入湍流状态. 此时,瞬

时流场中充满小尺度湍流涡结构, Taylor 涡结构被扭曲和破坏, 变得难以识别; 尽管如此, Taylor 涡仍然存在于平均流场中. Dong 认为湍流 Taylor - Couette 流可以被看作是大尺度 Taylor 涡流和湍流脉动的叠加^[6]. Bilson 等的研究也得到相似的结论, 他们通过两种不同的流场平均方法, 将湍流场中脉动来源归为平均 Taylor 涡的贡献和湍流贡献两部分, 证明了平均 Taylor 涡对湍流有重要贡献^[7]. 杜珩等也使用类似的流场平均方法, 获得了不同几何尺寸的同轴圆筒中的平均 Taylor 涡对湍流脉动的贡献^[8].

导电流体 Taylor - Couette 流是流体力学一个新的研究热点. Chandrasekhar^[9], Donnelly^[10] 等分别从线性稳定性理论和实验的角度出发, 发现轴向磁场能够增强 Taylor - Couette 流动稳定性并延迟 Taylor 涡的出现. 目前, 磁场对湍流 Taylor - Couette 流动的研究还很少, 这是开展本研究的重要原因.

本文采用直接数值模拟方法, 研究无限长圆筒中的湍流 Taylor - Couette 流动, 通过两种不同的流场平均方法, 研究磁场作用下的平均 Taylor 涡流对湍流脉动贡献的变化规律.

1 物理问题与数学模型

本文所研究的物理模型与坐标系统如图 1 所示, 内筒半径为 R_1 、以角速度为 ω 旋转; 外筒半径为 R_2 , 保持静止; 在轴向 (高度方向) 上使用周期边界来模拟无限长圆筒, 计算区域高度为 H . 沿轴向施加强度为 B 的稳恒磁场. 在实验室和一般工业应用中, 导电流体介质满足准静态假设, 即认为磁场是恒定不变的, 磁场会对流场产生作用而流场不会影响磁场^[11]. 基于此, 使用两筒间隙 $d = R_2 - R_1$ 、内筒壁转速 ωR_1 和磁感应强度 B , 作为长度、速度和磁感应强度标尺, 可以得到无量纲控制方程组:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{U} + \frac{Ha^2}{Re} (\mathbf{J} \times \mathbf{e}), \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \tag{2}$$

$$\mathbf{J} = -\nabla \varphi + \mathbf{U} \times \mathbf{e}, \tag{3}$$

$$\nabla^2 \varphi = \nabla \cdot (\mathbf{U} \times \mathbf{e}). \tag{4}$$

其中: \mathbf{U}, \mathbf{J} 和 \mathbf{e} 分别为柱坐标系下的无量纲速度、电流密度和磁感应强度矢量; t, p 和 φ 分别为无量纲时间、压力和电势. 描述流场几何形状参数为

$$\text{半径比 } \eta = \frac{R_1}{R_2}; \text{高径比 } \Gamma = \frac{H}{d}.$$

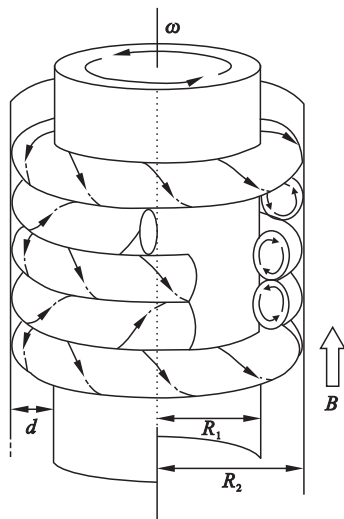


图 1 物理模型
Fig. 1 Physical model

无量纲控制参数为

$$\text{雷诺数 } Re = \frac{\omega R_1 d}{\nu}; \text{哈特曼数 } Ha = Bd \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}},$$

其中: ρ, ν 和 σ 分别为导电流体的密度、黏度和电导率.

边界条件采用无滑移速度和等电势边界:

$$\text{在内筒壁, } u_\theta = 1, \varphi = 0, u_r = u_z = 0;$$

$$\text{在外筒壁, } u_\theta = 0, \varphi = 0, u_r = u_z = 0.$$

其中, r, θ 和 z 分别为径向、周向和轴向坐标.

2 数值方法

在强磁场作用下, 湍流行为将会产生许多独特的性质, 给数值计算带来更多的挑战. 本文使用基于电流守恒格式的有限差分方法对控制方程进行离散并求解^[12-13]. 相较于非守恒格式, 本文采用的守恒格式有更好的数值稳定性, 并能够降低非守恒格式引起的误差.

2.1 数值求解过程

控制方程的时间离散采用二阶精度、显式的 Adams - Bashforth 格式和 Backward - differentiation 格式. 这里使用投影算法完成速度压力解耦, 并完成时间步长的推进. 在每个时间步中 (第 n 步):

1) 求解电势 Poisson 方程, 并计算电流密度:

$$\nabla^2 \varphi^n = \nabla \cdot (\mathbf{U}^n \times \mathbf{e}), \tag{5}$$

$$\mathbf{J}^n = -\nabla \varphi^n + \mathbf{U}^n \times \mathbf{e}. \tag{6}$$

2) 求解预估速度:

$$\frac{3\mathbf{U}^* - 4\mathbf{U}^n + \mathbf{U}^{n-1}}{2\Delta t} = 2\mathbf{R}^n - \mathbf{R}^{n-1}, \tag{7}$$

$$\mathbf{R} = [-(\mathbf{U}^n \cdot \nabla) \mathbf{U}^n + Re^{-1} \nabla^2 \mathbf{U}^n + Ha^2 Re^{-1} \times$$

$(\boldsymbol{J}^n \times \boldsymbol{e})]$.

3) 求解压力 Poisson 方程:

$$\nabla^2 p = \frac{3}{2} \Delta t^{-1} \nabla \cdot \boldsymbol{U}^* . \tag{8}$$

4) 修正预估速度场,得到第 $n+1$ 步的速度,

$$\boldsymbol{U}^{n+1} = \boldsymbol{U}^* - 2/3 \Delta t \nabla p^{n+1} . \tag{9}$$

关于数值算法的详细描述参考文献[13].

2.2 算法验证

本文中研究中,计算对象为半径比为 0.5,高度为 2π 的同心圆筒;雷诺数 $Re = 4\,000$,哈特曼数 $Ha = 0, 20, 40$ 和 80 . 这里选择的计算网格在轴向、周向和径向分别为 320,320 和 160.

为了验证网格和算法的正确性,这里首先计算未施加磁场时的湍流 Taylor – Couette 流动. 在 $Re = 8\,000$ 的验证计算中,内、外筒壁的无量纲转矩均为 0.013 2,与文献[6]中的结果 0.012 8 十分接近. 随后,在图 2 中又绘制了 $Re = 4\,000$ 和 $Re = 8\,000$ 算例中的平均速度分布曲线和文献[6]中的分布曲线. 对比之后不难发现,本文的结果与文献中的结果一致,说明本文采用的计算方法和网格是可靠的.

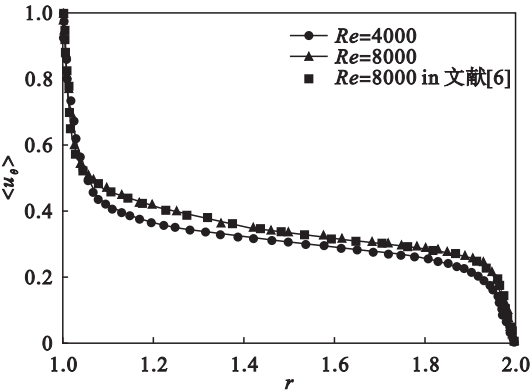


图 2 本文计算的平均速度与文献[6]中结果对比
Fig. 2 Comparison of mean velocity with the results in reference[6]

3 计算结果与分析

3.1 平均流动

本文首先研究平均速度的变化. 图 3 是施加不同强度磁场之后的平均速度分布. 这里最为明显的变化趋势是,在外筒壁附近的流场中产生了速度为负值的分布;而且负值的大小随磁场强度的增加而增大. 说明在轴向磁场的作用下,流场中产生了反向的电磁力. 由于内筒壁附近速度较大,惯性力能够克服电磁力的作用而不出现负值,但仍然可以看到速度降低、梯度增大的趋势;而外筒壁附近的流动较弱,反向电磁力抑制正向速度,并

随磁场增大逐渐将流体反向加速.

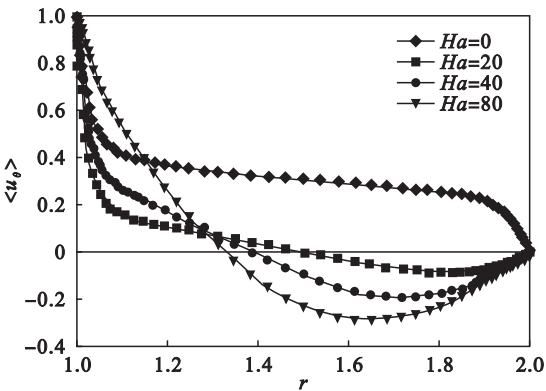


图 3 磁场作用下平均速度分布
Fig. 3 Radial profiles of mean azimuthal velocity in the presence of magnetic field

图 4 列出了 $Ha = 0$ 和 $Ha = 80$ 的平均速度矢量图. 在每幅图中,左侧为内筒壁,右侧为外筒壁. 在未施加磁场时,平均流场中出现三对大小一致的 Taylor 涡结构,验证了文献[6 – 7]中的结论;而在 $Ha = 80$ 后,大尺度的涡结构几乎完全消失,只有内筒壁附近存在少量涡结构. 说明磁场能够破坏平均流动;外筒壁附近区域中,磁场对流动的抑制作用更强.

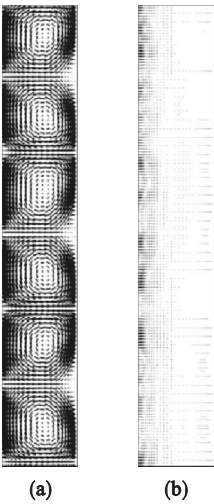


图 4 平均速度矢量图
Fig. 4 Mean velocity vectors
(a)— $Ha = 0$; (b)— $Ha = 80$.

3.2 平均流场对湍动能的影响

下面分析湍流脉动的变化. 按照文献[7]中的计算方法,全部脉动的计算是将流场在周向、轴向和时间方向进行平均,其均方根脉动的表达式为

$$\boldsymbol{U}' = \sqrt{\langle (\boldsymbol{U} - [\boldsymbol{U}]_{\theta z t})^2 \rangle_{\theta z t}} . \tag{10}$$

对于三维流场,如果过滤掉二维的平均 Taylor 涡,就可以获得湍流引起的脉动,相应的均

方根脉动的表达式为

$$U'' = \sqrt{[(U - [U]_{\theta t})^2]_{\theta t}}. \quad (11)$$

将全部脉动减去湍流对脉动的贡献 $U' - U''$, 即为平均 Taylor 涡对湍流脉动的贡献。

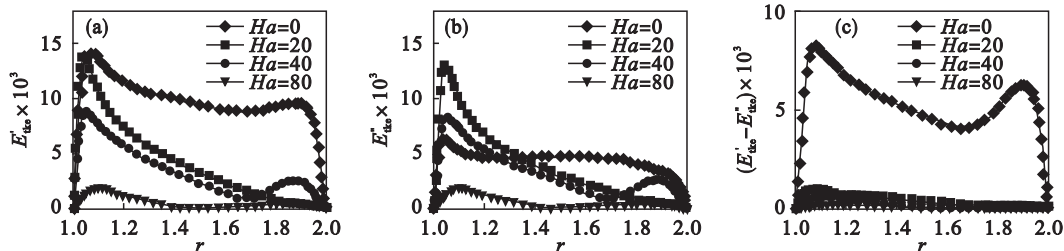


图 5 湍动能的径向分布

Fig. 5 Radial profiles of turbulent kinetic energy

(a)—全部湍动能 E'_{tke} ; (b)—湍流对湍动能的贡献 E''_{tke} ; (c)—平均 Taylor 涡对湍动能的贡献 $E'_{tke} - E''_{tke}$.

在图 5a 中, 当 $Ha = 0$ 时, 由于湍流边界层的存在, 两侧边界层中湍动能较大; 特别是在内筒边界层中, 由于内筒的驱动作用, 湍动能更大. 增加磁场强度后, 内筒边界层中的湍动能在 $Ha = 20$ 几乎不变化; 而在 $Ha = 40$ 后, 湍动能开始降低.

而在流场中间部位和外筒壁附近, 施加磁场之后, 湍动能大幅降低; 在 $Ha = 40$ 时, 外筒壁附近的湍动能小幅度增加; 最后, 在 $Ha = 80$ 时, 湍动能仍然被抑制. 在此过程中, 外筒壁附近湍动能增加的原因, 有可能是反向电磁力在驱动流体形成反向流动的时候形成的. 在整个半径方向上, 内筒壁的湍动能始终比外筒壁大.

在图 5b 中的湍流对湍动能的贡献中, 当 $Ha = 0$ 时, 内筒壁附近的湍动能比其他区域中的湍动能略大; 而且在 $Ha = 20$ 和 $Ha = 40$ 时, 湍动能大幅度增加, 说明此时该区域中的湍流强度得到局部增强. 引起这一现象发生可能的原因是, 反向电磁力增加内壁边界层中的平均剪切率, 湍动能生成量相应增强. 在外筒壁附近, 湍动能变化与图 5a 中的变化趋势几乎完全一样.

在图 5c 中可以看出, 在没有施加磁场时, 平均 Taylor 涡对湍动能的贡献很大, 约占 50%; 而在施加磁场之后, 这部分贡献迅速降低为零. 说明轴向磁场破坏了湍流中的平均 Taylor 涡流, 使其对湍动能的贡献大幅降低. 这一点也在图 4 的矢量图中得到证实.

4 结 论

1) 在轴向磁场作用下, 等电势的旋转筒壁会

按照这种方法, 类似地, 可以计算出全部湍动能 E'_{tke} 、湍流对湍动能的贡献 E''_{tke} 和平均 Taylor 涡对湍动能的贡献 $E'_{tke} - E''_{tke}$, 如图 5 中的分布曲线所示.

产生径向感生电流, 产生电磁力并会改变平均流动的分布.

2) 在本文选择的磁场范围内, 轴向磁场对湍流脉动有明显的抑制作用, 在外筒壁区域抑制作用更加强烈.

3) 随着磁场的增加, 磁场通过破坏平均 Taylor 涡流, 大幅度抑制平均流动对湍动能贡献; 而对于湍流对湍动能的贡献, 磁场对其抑制作用相对较弱.

致谢: 感谢德国伊尔默瑙工业大学 Yuri Kolesnikov 教授和 Dmitry Krasnov 博士的帮助和指导.

参考文献:

- [1] Taylor G I. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 1923, 223: 289–343.
- [2] Swinney H L, Gollub J P. Hydrodynamics instabilities and transition to turbulence [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1981: 139–180.
- [3] Pierson J A. Photolytic reactors: similitude in Taylor-Couette and channel flows [J]. *AIChE Journal*, 2003, 49 (5): 1285–1292.
- [4] Paule A, Lauga B, Ten-Hage L, et al. A photosynthetic rotating annular bioreactor (Taylor-Couette type flow) for phototrophic biofilm cultures [J]. *Water Research*, 2011, 45: 6107–6118.
- [5] Sengupta T K, Kabir M F, Ray A K. A Taylor vortex photocatalytic reactor for water purification [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2001, 40 (23): 5268–5281.
- [6] Dong S. Direct numerical simulation of turbulent Taylor-Couette flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 587: 373–393.

(下转第 1618 页)