

面向球头铣刀多轴铣削加工的铣削力系数辨识

王 博, 黎柏春, 杨建宇, 王宛山
(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 提出了一种适用于球头铣刀多轴铣削加工的铣削力系数辨识方法. 首先, 将剪切力系数考虑为轴向位置角 κ 的多项式函数, 推导了基于平均铣削力的铣削力系数辨识模型. 然后, 设计了多组刀具轴线与工件表面夹角不同的槽切铣削实验来实现铣削力系数辨识, 以保证通过实验辨识得到的铣削力系数包含了球头铣刀不同姿态切削对铣削力的影响因素. 最后, 通过实验验证了该方法的正确性和可靠性. 实验结果表明, 该辨识方法相比于基于瞬时铣削力的辨识方法具有更好的抗干扰能力和更高的辨识精度, 适用于球头铣刀多轴铣削加工的铣削力预测.

关 键 词: 球头铣刀; 多轴铣削; 铣削力; 铣削力系数; 系数辨识
中图分类号: TH 164 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2018)11-1630-06

Milling Force Coefficient Identification for Multi-axis and Ball-End Milling Cutter

WANG Bo, LI Bai-chun, YANG Jian-yu, WANG Wan-shan
(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.
Corresponding author: LI Bai-chun, E-mail: libaichun@me.neu.edu.cn)

Abstract: A new method for the identification of milling force coefficients is proposed for the prediction of the milling forces in multi-axis milling with ball-end cutter. Firstly, the shearing coefficients of milling forces are fitted with multiple order polynomial function of axial position angle, the identification model is derived based on average milling forces as well as the milling force model of multi-axis ball-end-cutter milling. Secondly, the experiment plan of multiple group slot milling for milling coefficient identification is presented, in which the groups are distinguished from each other by varying the angle between the cutter axis and the work piece surface in the slot milling. This experiment is used to ensure the identified coefficients contain the effect factor of different cutter postures. Finally, the proposed method is validated experimentally and the results show that the proposed method is better than that based on instantaneous milling forces in terms of anti-interference and identification precison.

Key words: ball-end milling cutter; multi-axis milling; milling force; coefficient of milling force; coefficient identification

铣削力是加工过程中的重要物理参数,也是进一步研究铣削加工过程的基础和前提. 早在 20 世纪 90 年代, Lee 等^[1]就详细论述了根据正交切削数据预测球头铣刀槽切铣削力的方法,提出的微元切削力模型沿用至今. 近年随着球头铣刀多轴铣削加工的广泛应用,铣削力预测的相关研究成为热点^[2-4].

可靠的铣削力预测不仅取决于准确的铣削力模型,还依赖于准确的铣削力系数. 因此,铣削力系数辨识(求解)对铣削力预测至关重要. 铣削力系数与铣削力模型、刀具材料、工件材料、刀具几何形状和切削状态等因素密切相关,难以直接求解,常用方法是通过实验逆解铣削力系数,即铣削力系数辨识. 早期的 Altintas 等^[1,5]推导了正交切

削数据与铣削力系数之间的关系模型,并利用该关系模型进行了球头铣刀和平底铣刀的铣削力预测研究. Gonzalo 等^[6]提出了利用瞬时铣削力辨识得到正交铣削的铣削力系数. Cao 等^[7]提出了考虑铣刀倾角的铣削力系数辨识方法. Wang 等^[8]通过线性拟合实验测得平均铣削力数据来反解得到铣削力系数. Wojciechowski 等^[9]提出了根据瞬时铣削力辨识得到铣削力系数的方法. Mithilesh 等^[10]提出了基于平均铣削力辨识得到球头铣刀铣削力系数的方法.

上述相关研究可分为基于平均铣削力和基于瞬时铣削力 2 种辨识方法. 其中,基于平均铣削力的方法可降低干扰、误差对辨识结果的影响,但需进行多次实验测量,而基于瞬时铣削力的方法则

正好相反. 在基于瞬时铣削力进行面向球头铣刀多轴铣削的铣削力系数辨识研究中发现该方法受干扰较大,存在较大误差^[11]. 因此,为了提高系数辨识的抗干扰能力,本文将在已有研究的基础上,基于平均铣削力的辨识方法进行面向球头铣刀多轴铣削加工的铣削力系数辨识建模和实验研究.

1 铣削力系数辨识模型

在前期研究中,完成了面向球头铣刀多轴铣削的铣削力建模,并通过实验验证该模型的正确性^[11]. 因此,本文以该模型为基础推导基于平均铣削力的铣削力系数辨识模型. 该整体铣削力模型为

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \sum_{j=1}^N \left(\int_{\kappa_j^{\text{low}}}^{\kappa_j^{\text{up}}} \mathbf{T}_j \cdot \begin{bmatrix} K_{te} \sqrt{1 + \tan^2(\beta) \sin^4(\kappa)} + K_{tc} \cdot \left({}^w\mathbf{T}_i^{-1} \cdot \left(({}^w\mathbf{T}_{i+1} - {}^w\mathbf{T}_i) \cdot \begin{bmatrix} p_j \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right)^T \cdot \begin{bmatrix} n_j \\ 0 \end{bmatrix} \\ K_{re} \sqrt{1 + \tan^2(\beta) \sin^4(\kappa)} + K_{rc} \cdot \left({}^w\mathbf{T}_i^{-1} \cdot \left(({}^w\mathbf{T}_{i+1} - {}^w\mathbf{T}_i) \cdot \begin{bmatrix} p_j \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right)^T \cdot \begin{bmatrix} n_j \\ 0 \end{bmatrix} \\ K_{ae} \sqrt{1 + \tan^2(\beta) \sin^4(\kappa)} + K_{ac} \cdot \left({}^w\mathbf{T}_i^{-1} \cdot \left(({}^w\mathbf{T}_{i+1} - {}^w\mathbf{T}_i) \cdot \begin{bmatrix} p_j \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right)^T \cdot \begin{bmatrix} n_j \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} d\kappa \right). \quad (1)$$

式中相关符号变量、向量和矩阵的几何意义或计算表达式详见文献[11]中的阐述.

铣削力系数包括犁耕力系数和剪切力系数. 大量研究表明,犁耕力系数 K_{te} , K_{re} , K_{ae} 一般为常数,剪切力系数 K_{tc} , K_{rc} , K_{ac} 则是与切削刃微元点位置有关的函数. 因此,采用多项式函数的形式将剪切力系数表示为轴向位置角 κ 的多项式函数:

$$\left. \begin{aligned} K_{tc} &= K_{tc0} + K_{tc1} \cdot \kappa + K_{tc2} \cdot \kappa^2 + \cdots + K_{tch} \cdot \kappa^h, \\ K_{rc} &= K_{rc0} + K_{rc1} \cdot \kappa + K_{rc2} \cdot \kappa^2 + \cdots + K_{rch} \cdot \kappa^h, \\ K_{ac} &= K_{ac0} + K_{ac1} \cdot \kappa + K_{ac2} \cdot \kappa^2 + \cdots + K_{ach} \cdot \kappa^h. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: K_{tc0} , K_{rc0} , K_{ac0} , \cdots , K_{tch} , K_{rch} , K_{ach} 均是待辨识的常数; h 为剪切力系数多项式的阶次.

根据平均铣削力的定义和式(1)所描述的铣削力模型可得到平均铣削力的预测模型为

$$\bar{\mathbf{F}}^s = [\bar{F}_x^s \quad \bar{F}_y^s \quad \bar{F}_z^s]^T = \frac{1}{T} \cdot [F_x \quad F_y \quad F_z]^T. \quad (3)$$

式中: \bar{F}_x^s , \bar{F}_y^s , \bar{F}_z^s 分别为球头铣刀旋转一周时预测的平均铣削力在刀具坐标系下的 x, y, z 分量; T 为刀具旋转一周的时间,即周期.

通过实验测量值可由式(4)计算得到平均铣削力:

$$\bar{\mathbf{F}}^e = [\bar{F}_x^e \quad \bar{F}_y^e \quad \bar{F}_z^e]^T = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T [F_x^e \quad F_y^e \quad F_z^e]^T dt. \quad (4)$$

式中, \bar{F}_x^e , \bar{F}_y^e , \bar{F}_z^e 分别为通过实验测量值计算得到的平均铣削力在刀具坐标系下的 x, y, z 分量; F_x^e , F_y^e , F_z^e 分别为测量得到的铣削力在刀具坐标系下的 x, y, z 分量.

结合式(1)~式(4),利用预测值和测量值相等可得到铣削力系数辨识模型的基本形式:

$$\bar{\mathbf{F}}^e = \mathbf{A} \cdot \mathbf{K}. \quad (5)$$

式中: \mathbf{A} 为辨识系数矩阵; \mathbf{K} 为待辨识的系数.

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{R}{T} \cdot \sum_{j=1}^N \left(\int_0^T \int_{\kappa_{jlow}}^{\kappa_{jup}} T_j \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\beta) \sin^4(\kappa)} \cdot d\kappa dt\right)\right)^T \\ \left(\frac{R}{T} \cdot \sum_{j=1}^N \left(\int_0^T \int_{\kappa_{jlow}}^{\kappa_{jup}} T_j \cdot \left({}^W_C T_i^{-1} \cdot \left({}^W_C T_{i+1} - {}^W_C T_i\right) \cdot \begin{bmatrix} p_j \\ 1 \end{bmatrix}\right)\right)^T \cdot \begin{bmatrix} n_j \\ 0 \end{bmatrix} \cdot d\kappa dt\right)^T \\ \left(\frac{R}{T} \cdot \sum_{j=1}^N \left(\int_0^T \int_{\kappa_{jlow}}^{\kappa_{jup}} T_j \cdot \left({}^W_C T_i^{-1} \cdot \left({}^W_C T_{i+1} - {}^W_C T_i\right) \cdot \begin{bmatrix} p_j \\ 1 \end{bmatrix}\right)\right)^T \cdot \begin{bmatrix} n_j \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \kappa \cdot d\kappa dt\right)^T \\ \vdots \\ \left(\frac{R}{T} \cdot \sum_{j=1}^N \left(\int_0^T \int_{\kappa_{jlow}}^{\kappa_{jup}} T_j \cdot \left({}^W_C T_i^{-1} \cdot \left({}^W_C T_{i+1} - {}^W_C T_i\right) \cdot \begin{bmatrix} p_j \\ 1 \end{bmatrix}\right)\right)^T \cdot \begin{bmatrix} n_j \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \kappa^h \cdot d\kappa dt\right)^T \end{bmatrix}^T. \quad (6)$$
$$K = [K_{te} \quad K_{re} \quad K_{ae} \quad K_{tco} \quad K_{rco} \quad K_{aco} \quad \cdots \quad K_{tch} \quad K_{rch} \quad K_{ach}]^T. \quad (7)$$

由式(5)~式(7)可以看出,一次槽铣的实验数据只能构成3个方程,而待辨识的系数则远多于3个,属于不定方程组.因此,需要进行多组实验以构成方程个数大于或等于待辨识系数个数的方程组为

$$[\bar{F}_1^e \quad \bar{F}_2^e \quad \cdots \quad \bar{F}_g^e]^T = [A_1 \quad A_2 \quad \cdots \quad A_g]^T \cdot K. \quad (8)$$

式中: $\bar{F}_1^e, \bar{F}_2^e, \cdots, \bar{F}_g^e$ 分别为各组槽铣实验中测量铣削力的平均值; A_1, A_2, \cdots, A_g 分别为各组槽铣实验所对应的待辨识系数矩阵.

采用多组槽铣实验数据是提高辨识结果精度的有效方法,但同时构成超定方程组.为此可利用最小二乘法寻找最小二乘估计结果 \hat{K} ,即方程组解.

$$\hat{K} = \min_K \left(\sum_{i=1}^g \|\bar{F}_i^e - A_i \cdot K\|^2 \right). \quad (9)$$

2 铣削力系数辨识的实验研究

2.1 铣削力系数辨识实验方案

为了验证前述建立的铣削力系数辨识模型,选用45号钢(硬度为32HRC)作为加工材料,直径为8 mm的钨钢球头铣刀(含涂层ALTiN,详细参数如图1和表1所示)作为铣削刀具,设计多组槽切铣削加工实验,各组铣削参数如表2所示.

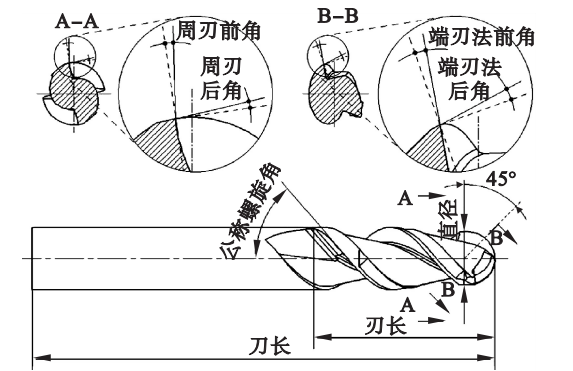


图1 球头铣刀的几何形状
Fig. 1 Geometrical shape of a ball-end milling cutter

表1 球头铣刀的几何参数
Table 1 Geometrical parameters of a ball-end cutter

名 称	数值	名 称	数值
直径/mm	8	锥角/(°)	0
球头半径/mm	4	刃长/mm	14
刀长/mm	60	刃数	2
45°处的端刃法前角/(°)	5	周刃前角/(°)	5
45°处的端刃法后角/(°)	5	周刃后角/(°)	10
第一后角面宽/mm	0.4	公称螺旋角/(°)	30

表2 铣削参数
Table 2 Milling parameters

序号	主轴转速 n $r \cdot \min^{-1}$	铣削深度 a_p mm	进给速率 v_f $\text{mm} \cdot \min^{-1}$	每齿进给量 f_z $\text{mm} \cdot z^{-1}$	倾斜角 λ_f (°)
1	1 194	0.5	119.4	0.05	90
2	1 194	0.5	238.8	0.1	90
3	1 194	1.0	119.4	0.05	90
4	1 194	1.0	238.8	0.1	90
5	1 194	0.5	119.4	0.05	75
6	1 194	0.5	238.8	0.1	75
7	1 194	1.0	119.4	0.05	75
8	1 194	1.0	238.8	0.1	75
9	1 194	0.5	119.4	0.05	60
10	1 194	0.5	238.8	0.1	60
11	1 194	1.0	119.4	0.05	60
12	1 194	1.0	238.8	0.1	60

表2中的倾斜角为铣削时刀具轴线与工件表面的夹角,其详细的几何关系如图2所示.该倾斜角的设置是为了保证铣削力系数辨识过程中球头表面上的切削刃能得到充分考虑,以符合多轴铣削加工时刀轴方向任意变化的情况.

2.2 铣削力系数辨识实验设备

本文用于铣削力系数辨识实验的设备主要包括机床和铣削力测量系统:机床则采用实验室现有的DMG-DMU50五轴数控机床;铣削力测量

系统主要是由 Kistler9275 三向压电测力仪、Kistler5070 电荷放大器和 Kistler2855A5 数据采集卡组成. 各实验设备和铣削力测量系统的连接原理,如图 3 所示.

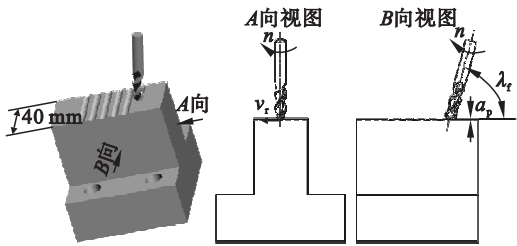


图 2 铣削参数的几何意义

Fig. 2 Geometrical meaning of milling parameters

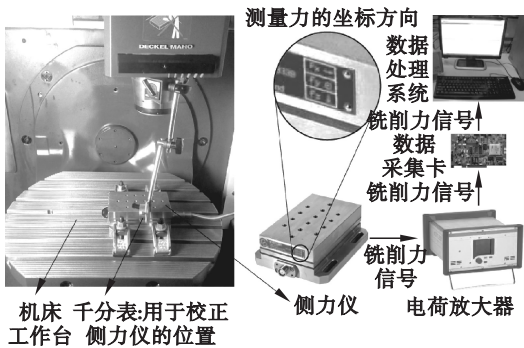


图 3 实验设备

Fig. 3 Experimental equipment

2.3 铣削力系数辨识实验的测量结果和辨识结果

根据上述方案进行槽切实验,图 4 为进行数次槽切实验后的工件. 同时,以 4 776 Hz 的采样频率测得表 2 所对应的 12 组槽切实验的铣削力数据. 由于篇幅所限,此处给出表 2 中第 4 组铣削实验测得的铣削力数据如图 5 所示.

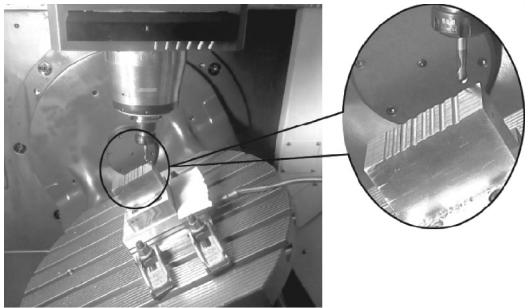


图 4 实验工件

Fig. 4 An experimental workpiece

对图 5 所描述的铣削力测量值以及其他的铣削力测量值,进行初步分析和讨论.

1) 根据前述的进给速度 ($119.4 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ 或 $238.8 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$)、槽切行程 (40 mm) 和刀具半径 (4 mm) 可计算得到每次槽切铣削的耗时为

22.11 s 或 11.06 s. 该耗时即为存在铣削力的时间区域,显然图 5 中测量铣削力的时间区域与此相符.

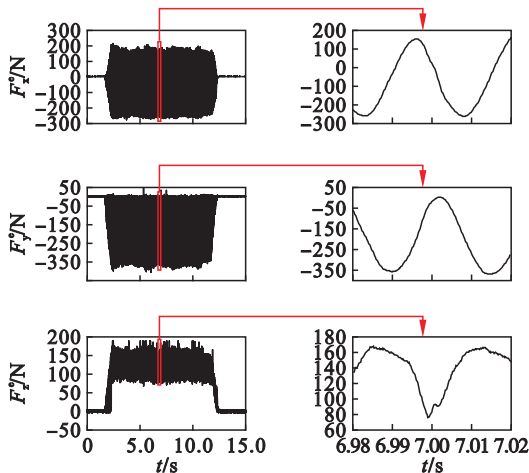


图 5 第 4 组槽切铣削实验测得的铣削力

Fig. 5 The forth group of the milling forces acquired in slot milling experiments

2) 根据铣削加工的特点可知,槽切铣削是一种周期性的切削过程,其周期为刀具旋转一周的耗时与刀具齿数的比值,由此可计算得到文中槽切实验的周期应为 0.025 13 s. 该值正是图 5 中测量铣削力所体现的周期大小.

3) 根据文献[11]中建立铣削力模型的论述可定性推断本文的槽铣实验过程中铣削力在测力仪坐标系下的基本情况为:铣削力在 y 轴上的分量必为负值,在 z 轴上的分量必为正值. 显然图 5 中的测量值符合该情况.

4) 在槽切铣削过程中,由于刀具切入和切出工件时切削状态存在从无到有和从有到无的过程,因此铣削力应在切削开始阶段存在逐渐增大,切削结束阶段存在逐渐减小的情况. 显然图 5 中的铣削力测量值在开始和结束阶段均存在逐渐变化过程.

5) 由于测量系统中存在的随机干扰信号以及切削过程中的振动,使得测量的铣削力存在一定的局部波动,但铣削力信号远大于这些局部波动,因此测量铣削力的整体趋势并未受到影响,具有较高的可靠度.

综合上述的分析和讨论,铣削力测量值具有较高的可信度,可代入辨识模型中进行铣削力系数辨识. 但由于测量铣削力是工件所受作用力在测力仪坐标系下的分量,而辨识模型中的铣削力是刀具所受作用力在刀具坐标系下的分量,为此需根据坐标系之间的变换关系以及作用力和反作用力的原理将计算测量铣削力平均值的式(4)改

写为

$$\bar{\boldsymbol{F}}^e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T {}^C_D \boldsymbol{R} \cdot \begin{bmatrix} -F_x^e \\ -F_y^e \\ -F_z^e \end{bmatrix} \cdot dt. \quad (10)$$

式中, ${}^C_D \boldsymbol{R}$, 为测力仪坐标系到刀具坐标系的旋转变换矩阵, 可根据测力仪坐标系和刀具坐标系的位置关系直接得到

$${}^C_D \boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 0 & \sin\lambda_f & \cos\lambda_f \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\lambda_f & -\sin\lambda_f \end{bmatrix}. \quad (11)$$

将各组测量铣削力分别代入式(10)中可计算出相应的平均铣削力如表 3 所示.

表 3 平均铣削力			
Table 3 Average of milling forces			N
序号	\bar{F}_x^e	\bar{F}_y^e	\bar{F}_z^e
1	89.999 8	10.004 2	70.723 2
2	129.336 0	12.504 7	99.815 9
3	120.076 7	38.371 3	88.422 3
4	194.254 6	59.018 5	137.454 7
5	71.028 4	42.930 2	41.502 2
6	104.449 5	61.981 2	57.110 7
7	130.472 4	72.250 8	59.002 0
8	168.001 7	110.837 4	80.749 2
9	35.310 8	66.966 8	21.527 4
10	47.217 2	97.541 4	29.329 3
11	100.154 3	109.194 5	37.380 6
12	147.785 9	174.811 2	53.366 6

表 3 为 12 组槽切铣削实验的平均铣削力, 按照表中平均铣削力分量的个数, 理论上可辨识得到 36 个系数, 即剪切力系数的多项式可为 10 次多项式. 但为了降低干扰和误差, 保证辨识结果的精度, 本文取剪切力系数为轴向位置角的 4 次多项式函数. 至此, 将实验数据代入辨识模型中可解得铣削力系数为式(12).

2.4 铣削力系数辨识结果的实验验证

为了验证文中铣削力系数辨识结果的正确性, 可将辨识得到的铣削力系数用于多轴铣削的铣削力仿真预测中, 同时进行相应的铣削实验, 测量实际的铣削力, 以实现定量地对比分析和判断.

实验验证的铣削仍然以 45 号钢(硬度为 32HRC)作为加工材料, 以及直径为 8 mm 的钨钢球头铣刀(含涂层 ALTiN, 其详细参数如图 1 和表 1 所示)作为加工刀具. 铣削方式为单向刀具轨迹, 顺铣, 主轴转速为 1 194 r/min, 进给速度为

$$\left. \begin{aligned} K_{te} &= 39.855\ 9, \\ K_{re} &= 14.604\ 1, \\ K_{ae} &= -1.120\ 9, \\ K_{tc} &= -7\ 668.070\ 0 + 154\ 362.810\ 4\kappa - \\ &\quad 580\ 620.254\ 3\kappa^2 + 775\ 583.046\ 7\kappa^3 - \\ &\quad 328\ 282.574\ 0\kappa^4, \\ K_{rc} &= -18\ 287.807\ 5 + 69\ 941.448\ 3\kappa + \\ &\quad 108\ 235.407\ 4\kappa^2 - 454\ 364.834\ 6\kappa^3 + \\ &\quad 293\ 927.036\ 3\kappa^4, \\ K_{ac} &= 14\ 375.054\ 3 - 77\ 649.293\ 6\kappa + \\ &\quad 34\ 796.218\ 5\kappa^2 + 191\ 296.541\ 8\kappa^3 - \\ &\quad 162\ 343.981\ 6\kappa^4, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

119.4 mm/min, 切深为 0.5 mm. 为了考虑多轴铣削, 特将工件设计为圆柱曲面, 铣削过程以车铣复合的形式进行. 由于进行车铣复合的铣削, 涉及工作台的旋转, 因此平板测力仪已不适用于铣削力的测量. 鉴于此, 本文选用 Kistler 9123C1111 压电测力平台对刀具所受的铣削力进行测量, 测量过程中设定铣削力信号的采样频率为 4 776 Hz. 图 6 为实验中的工件、实验加工效果以及测力仪平台.

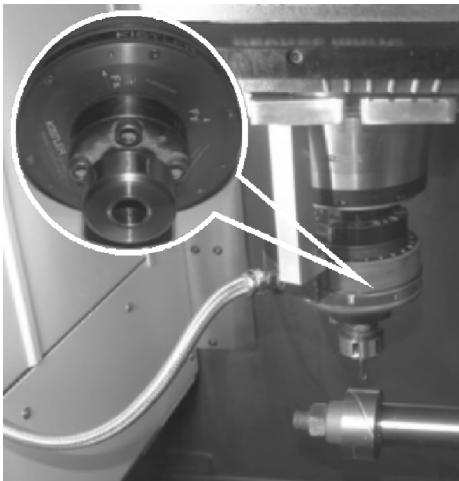


图 6 多轴铣削实验
Fig. 6 A multi-axis milling experiment

根据上述的铣削参数, 将本章辨识得到的铣削力系数代入铣削力模型中, 可计算得到铣削力的仿真预测值. 将仿真预测值和实验测量值进行对比分析, 其结果如图 7 所示.

图 7 为铣削加工时刀具所受作用力的仿真预测值和测量值在刀具坐标系下的分量. 从图中可以看出, 虽然铣削力的仿真预测值和实验测量值存在一定误差, 但是在整体趋势上具有较高的吻合度. 为了进一步定量比较两者之间的误差大小, 可根据图 7 中的数据计算得到预测值和测量值之

间的平均铣削力误差为： $|\bar{F}_x^e - \bar{F}_x^s| = 6.864\text{N}$ ， $|\bar{F}_y^e - \bar{F}_y^s| = 5.343\text{N}$ ， $|\bar{F}_z^e - \bar{F}_z^s| = 1.933\text{N}$ 。各轴分量的平均铣削力误差均在几 N 左右，其误差在合理范围之内。而且相比于文献[11]中基于瞬时铣削力的辨识结果，具有更好的抗干扰能力，提高了辨识结果精度。综合预测值和实验值的吻合度，以及平均铣削力的误差大小可以得出：通过本文建立的铣削力系数辨识模型及设计的铣削力系数辨识实验，可以得到具有较高精度和可靠性的铣削力系数，适用于球头铣刀多轴铣削加工的铣削力预测。

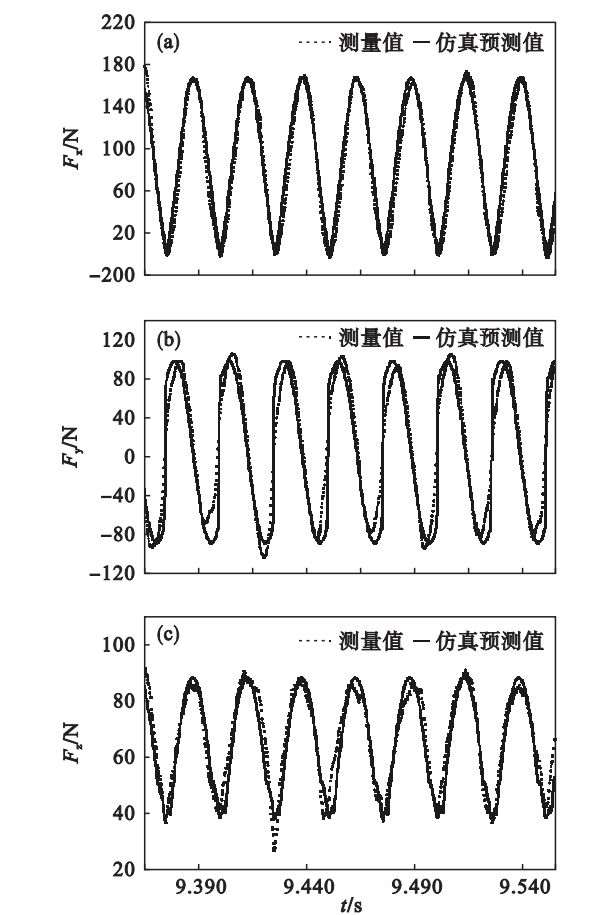


图 7 铣削力的仿真预测值和实验测量值
Fig. 7 Simulated and measured milling forces
(a)—x 方向的铣削力；(b)—y 方向的铣削力；
(c)—z 方向的铣削力。

3 结 论

1) 根据球头铣刀多轴铣削的整体铣削力模型，同时将剪切力系数考虑为切削刃微元点轴向位置角的多项式，建立了基于平均铣削力的铣削力系数辨识模型来提高辨识过程抗干扰能力和辨识精度，取得了良好的效果。

2) 本文在设计铣削力系数辨识实验时，引入了铣削力倾斜角来保证在铣削力系数辨识实验过程中球面上的切削刃均能参与切削，从而进一步保证辨识得到的铣削力系数适用于球头铣刀多轴铣削的铣削力预测。

3) 通过铣削力系数辨识实验，以及多轴铣削的铣削力仿真预测值和测量值的对比实验，验证了本文的铣削力系数辨识建模和实验研究的正确性和可靠性。同时，实验结果表明，本文的铣削力系数辨识方法适用球头铣刀多轴铣削加工的铣削力预测，具有较好的预测精度。

参考文献：

[1] Lee P, Altintas Y. Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1996, 36(9): 1059–1072.

[2] Abainia S, Bey M, Moussaoui N, et al. Prediction of milling forces by integrating a geometric and a mechanistic model [C]//Proceedings of the World Congress on Engineering. London, 2012: 4–6.

[3] Tuysuz O, Altintas Y, Feng H Y. Prediction of cutting forces in three and five-axis ball-end milling with tool indentation effect [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2013, 66: 66–81.

[4] Geng L, Liu P L, Liu K. Optimization of cutter posture based on cutting force prediction for five-axis machining with ball-end cutters [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015, 78 (5/6/7/8): 1289–1303.

[5] Altintas Y, Armarego E J A. Prediction of milling force coefficients from orthogonal cutting data[J]. *Transactions of the ASME*, 1996, 118: 216–224.

[6] Gonzalo O, Beristain J, Jauregi H, et al. A method for the identification of the specific force coefficients for mechanistic milling simulation [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2010, 50(9): 765–774.

[7] Cao Q, Zhao J, Han S, et al. Force coefficients identification considering inclination angle for ball-end finish milling[J]. *Precision Engineering*, 2012, 36(2): 252–260.

[8] Wang M, Gao L, Zheng Y. An examination of the fundamental mechanics of cutting force coefficients [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2014, 78: 1–7.

[9] Wojciechowski S. The estimation of cutting forces and specific force coefficients during finishing ball end milling of inclined surfaces[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2015, 89: 110–123.

[10] Dikshit M K, Puri A B, Maity A, et al. Determining cutting force coefficients from instantaneous cutting forces in ball end milling [J]. *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, 2016, 18(5/6): 552–571.

[11] 黎柏春, 王振宇, 王国勋, 等. 基于瞬时铣削力的球头铣刀铣削力系数辨识[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2016, 37(5): 678–682.

(Li Bai-chun, Wang Zhen-yu, Wang Guo-xun, et al. Milling force coefficient identification of ball-end milling based on instantaneous milling forces [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2016, 37(5): 678–682.)