

多层次修正的纤维增强复合薄壳振动响应分析

李 晖^{1,2}, 周正学^{1,2}, 吴腾飞^{1,2}, 韩清凯^{1,2}
(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 采用多层次修正技术对纤维增强复合薄壳的振动响应进行了分析. 首先, 考虑了复合薄壳纤维方向的影响, 并采用 Ritz 法求解获得了复合壳的振动响应. 其次, 利用多层次修正技术和测试获得的实验数据, 对复合薄壳的几何参数和物理参数进行修正, 进而获得了较为精准的理论模型. 最后, 以 T300 碳纤维/树脂基复合薄壳为例, 搭建了激光旋转扫描测试系统, 并获得了前 6 阶固有频率、模态振型和振动响应. 修正后计算获得的共振响应数据与实验测试共振响应数据的误差在 5.2% ~ 14.3% 之间, 处于允许的范围内, 进而验证了该分析方法的正确性.

关 键 词: 纤维增强; 复合薄壳; 振动响应; 基础激励; 多层次修正
中图分类号: TB 535 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2019)01-0063-07

Vibration Response Analysis of Fiber-Reinforced Composite Thin Shell Based on Multilevel Correction Technique

LI Hui^{1,2}, ZHOU Zheng-xue^{1,2}, WU Teng-fei^{1,2}, HAN Qing-kai^{1,2}
(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: LI Hui, E-mail: lh200300206@qq.com)

Abstract: The vibration response of fiber-reinforced composite thin shell was analyzed based on the multilevel correction technique. Firstly, the theoretical model was established by considering the influence of fiber orientation, and the vibration response was solved by using the Ritz method. Next, the more precise theoretical model of composite thin shell was obtained by using the multilevel correction technique and the experimental data. Finally, T300 fiber/epoxy composite thin shell was taken as the study object and the laser scanning test system was set up to obtain the first 6 natural frequencies, modal shapes and vibration responses. By comparing the experimental resonant response results with the calculated results after adopting the multilevel correction technique, it was found that the calculation error is in the range of 5.2% ~ 14.3%, which is within an acceptable level, and thus the correctness of the above analytical method was verified.

Key words: fiber reinforcement; composite thin shell; vibration response; base excitation; multilevel correction

纤维增强复合薄壳(fiber-reinforced composite thin shell, FCTS)相对于金属薄壁圆柱壳,具有质量轻、承载压力大、抗冲击性能好、抗疲劳性能突出等多种特点. 纤维增强复合薄壳正是由于这些突出的优点,前景一片大好,被应用在越来越多的领域,这些领域主要包括:航空航海方面、军事武器装备方面、石化重工业方面以及核领域方面等^[1]. 在工程实际中,越来越多的结构件是由该类型材料制成的,如航空发动机的复合材料机匣、海底深潜器用的复合材料耐压圆柱壳、液体火箭发动机燃烧室采

用的耐高温复合材料壳体等,它们通常会受到基础激励载荷的作用^[2].且由于它们在工程应用中要求越来越严格,比如复杂的结构和苛刻的工作环境等,使得其振动响应问题逐渐引起人们的重视^[3],并由此引发的碰撞、摩擦等问题也越来越突出.据此,对于激励下纤维增强复合薄壳的振动响应问题的研究就显得十分必要^[4-5].

很长时间内,许多学者在探究纤维增强复合材料薄壁圆柱壳的振动响应方面做了很多的工作,已经取得了阶段性的研究成果.例如,Stavsky 等^[6]采用了 Love 和 Donnell 壳体理论对简支边界条件下复合壳的振动响应进行了求解,经过对两种方法的误差分析后发现,采用 Donnell 壳体理论求解对应阶次的振动响应值要比 Love 壳体理论求得的值小. Greenberg 等^[7]通过多种壳体理论,对复合薄壁圆柱壳在简支边界且受轴向静载荷条件下,进行了其振动响应问题的研究.研究发现,随着轴向静载荷的增加,脉冲激励下的复合薄壁圆柱壳的振动响应值随之减小. Soykasap 等^[8]在研究简支边界条件下的复合薄壁圆柱壳的动力学特性时,应用了 Sanders 薄壁圆柱壳理论以及简化模型理论.研究发现,该方法在冲击载荷具有较高的速度时,可以得出更加准确的响应幅值. Azarafza 等^[9]研究径向冲击载荷下和轴向预压载荷共同作用的简支复合薄壁圆柱壳的响应问题.

上述绝大部分研究工作只是在理想边界条件下,对纤维增强复合薄壳的振动响应进行了深入研究,但是在悬臂边界条件下研究的较少,并且很多研究工作都只考虑了单点脉冲激励载荷的影响,而没有考虑基础激励载荷的影响.另外,在基础激励载荷作用下,考虑某些修正技术,来提高复合薄壁圆柱壳振动响应求解精度的相关文献很少.为此,本文利用了多层次修正技术的优势,结合板壳振动理论、能量法和里兹法,较好地解决了基础激励载荷复合薄壁圆柱壳振动响应的高精度预测问题,还总结概括出一套科学的分析方法和流程.最后,搭建了激光旋转扫描测试系统,并通过实际测试,验证了上述分析方法的正确性.

1 基础激励下纤维增强复合薄壁圆柱壳振动响应求解

如图 1 所示,本文所研究的是 N 层且具有正交各向异性特点的纤维增强复合薄壳,其由纤维和基体材料组合而成.首先,参考平面被视为圆柱壳中面,建立 $x\theta z$ 坐标系.其中, β 为纤维方向与

$x\theta z$ 坐标系的夹角, L 为壳体长, R 为中面半径, h 为壳体厚度.在 z 坐标轴上,较低表面 h_{k-1} 和较高表面 h_k 之间的厚度均相同.在图 1 中,1 代表纤维纵向,2 代表纤维横向.

假设复合薄壁圆柱壳受到基础激励载荷的影响,且该基础激励信号采用简谐激励,其运动表达式为

$$y(t) = Y e^{i\omega t}. \quad (1)$$

其中: Y 为激励幅值, m ; ω 为激励频率,rad/s.

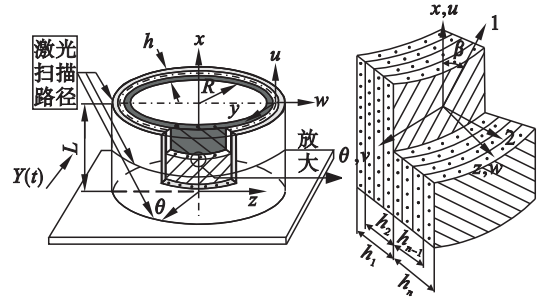


图 1 纤维增强复合薄壁圆柱壳理论模型
Fig. 1 Theoretical model of FCTS

考虑纤维方向的影响,将复合材料的弹性模量表示成如下形式:

$$\begin{aligned} E_1^* &= E_1' (1 + i\eta_1), \\ E_2^* &= E_2' (1 + i\eta_2), \\ G_{12}^* &= G_{12}' (1 + i\eta_{12}). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: E_1^* , E_2^* , 和 G_{12}^* 分别代表了平行纤维方向、垂直纤维方向的复弹性模量和平面内的复剪切模量; η_1 , η_2 和 η_{12} 分别代表了平行纤维方向、垂直纤维方向和平面内的损耗因子; E_1' , E_2' 和 G_{12}' 分别为复弹性模量 E_1^* , E_2^* 以及复剪切模量 G_{12}^* 的实部.并且 1 和 2 方向作用应力分别引起 1,2 方向应变的泊松比分别为 μ_1 和 μ_2 .

根据板壳振动理论,将复合薄板任意一点的位移表达成如下形式^[10]:

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= A \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \cos \omega t \cos n \theta, \\ v(x, \theta, t) &= B \varphi(x) \cos \omega t \sin n \theta, \\ w(x, \theta, t) &= C \varphi(x) \cos \omega t \cos n \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: u, v, w 代表壳内任意一点的位移; A, B, C 分别为 u, v, w 方向的振动幅值; n 为圆柱壳的周向波数; ω 为复合薄壁圆柱壳的激励圆频率; $\varphi(x)$ 为不同边界条件下的函数; t 表示时间.

对于正交各向异性材料,平面应力状态主方向有下列关系^[11]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中, Q_{11}, Q_{12}, Q_{22} 和 Q_{66} 的表达式见文献[12].

通过应力 - 应变转轴公式, 可以得到式(5)所示的第 k 层壳体在整体坐标系下的应力 - 应变关系.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式中, $\bar{Q}_{11}, \bar{Q}_{12}, \bar{Q}_{22}, \bar{Q}_{16}, \bar{Q}_{26}$ 和 \bar{Q}_{66} 表达式见文献[12].

为了有利于理论建模分析, 将作用在复合薄壳上的基础激励直接等效为均布惯性力外载荷 $q(t)$,

$$q(t) = -\rho h \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \rho h Y \omega^2 e^{i\omega t}. \quad (6)$$

复合薄壁圆柱壳的动能表示为

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 R d\theta dx. \quad (7)$$

其中, ρ 为纤维增强复合薄壁圆柱壳的密度.

复合薄壁圆柱壳的应变能 U 可表示为

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{S} \boldsymbol{\varepsilon} R d\theta dx. \quad (8)$$

其中, $\boldsymbol{\varepsilon}^T$ 为应变向量, 其表达式为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_\theta, \gamma_{x\theta}, k_x, k_\theta, \chi_{x\theta}]. \quad (9)$$

其中, 各个向量元素具体表达式详见文献[12].

对于纤维增强复合薄壁圆柱壳结构, 其薄膜刚度矩阵 \mathbf{S} 定义为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{16} & \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{16} \\ \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{26} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{26} \\ \mathbf{A}_{16} & \mathbf{A}_{26} & \mathbf{A}_{66} & \mathbf{B}_{16} & \mathbf{B}_{26} & \mathbf{B}_{66} \\ \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{16} & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{16} \\ \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{26} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{22} & \mathbf{D}_{26} \\ \mathbf{B}_{16} & \mathbf{B}_{26} & \mathbf{B}_{66} & \mathbf{D}_{16} & \mathbf{D}_{26} & \mathbf{D}_{66} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中:

$$\mathbf{A}_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (h_k - h_{k+1}); \mathbf{B}_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (h_k^2 - h_{k+1}^2);$$

$$\mathbf{D}_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k (h_k^3 - h_{k+1}^3).$$

其中: $\mathbf{A}_{ij}, \mathbf{B}_{ij}$ 和 \mathbf{D}_{ij} 分别为拉伸、耦合与弯曲矩阵; h_k 与 h_{k+1} 分别为第 k 层的上表面与下表面到参考平面的距离.

因为激振力方向为圆柱壳的径向, 所以薄壁圆柱壳所受均布惯性力做功为

$$W_q = q(t) \int_0^L \int_0^{2\pi} (f_u u + f_v v + f_w w) dx d\theta. \quad (11)$$

其中, f_u, f_v 和 f_w 分别为基础激励在 u, v, w 三个方向上的分量系数, 其具体取值分别为

$$f_u = 0, f_v = \sin\theta, f_w = \cos\theta.$$

将式(3)和式(4)分别代入式(6)、式(7)和式(11)中, 可以得到复合薄壁圆柱壳的最大动能、最大应变能和最大均布惯性力做功分别为 T_{\max}, U_{\max} 和 $W_{q\max}$.

定义拉格朗日能量函数 π 的表达式为

$$\pi = T_{\max} + W_{q\max} - U_{\max}. \quad (12)$$

为了求得复合圆柱壳的固有频率, 如式(13)所示, 即把求解固有频率问题转化为使 π 有最小值的所有待定参数.

$$\frac{\partial \pi}{\partial A} = \frac{\partial \pi}{\partial B} = \frac{\partial \pi}{\partial C} = 0. \quad (13)$$

为了求解方便, 将式(13)写为矩阵形式为

$$\mathbf{n} \Pi \quad (\mathbf{K} + \mathbf{iC} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{a} = \mathbf{F}. \quad (14)$$

其中: \mathbf{K} 和 \mathbf{C} 分别为结构刚度矩阵、材料阻尼矩阵; \mathbf{M} 为结构质量矩阵; 广义位移向量 $\mathbf{a} = (A, B, C)^T$; \mathbf{F} 为激振力向量.

对于复合薄壁圆柱壳的固有特性问题, 只需使材料阻尼矩阵 \mathbf{C} 和激振力向量 \mathbf{F} 为零, 即

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{a} = 0. \quad (15)$$

由式(15)即可求得复合薄壁圆柱壳的固有圆频率. 将求得的固有圆频率值回代到式(15)中, 可求得位移向量 $\mathbf{a} = (A, B, C)^T$, 再将其代入式(3)中, 可得到对应阶次的模态振型.

考虑到实验测试获得的是复合薄壁圆柱壳绝对振动响应, 即包括其自身的振动响应与基础激励位移之和. 因此, 基础激励下复合薄壁圆柱壳的振动响应 $\lambda(x, \theta, t)$ 可进一步表示为

$$\lambda(x, \theta, t) = y(t) + w_0(x, \theta, t). \quad (16)$$

式(16)即给出了基础激励下纤维增强悬臂复合薄壁圆柱壳振动响应的求解表达式, 在明确基础激励表达式(1)和薄壁圆柱壳振动响应表达式(14)的情况下, 可以分析获得复合薄壁圆柱壳任意一点的振动响应.

2 基于多层次修正技术的复合薄壁圆柱壳振动响应分析原理

模型修正技术中应用最为广泛的方法为灵敏度方法, 但该方法的精度和收敛性容易受到设定的初始值和迭代过程中变量大小范围的影响, 而多层次修正技术可以通过选择较大的步长, 使得初始状态的数值最大可能性地逼近理论值, 来避免这一缺点. 该修正技术主要源于多层次建模思想, 于2004年被文献[13]首次提及, 本文将其应用于复合薄壁圆柱壳振动响应的分析研究中, 在

层层修正的过程中通过反复迭代计算,来逐步提高振动响应分析的精度。

按照从简到难的原则来划分每个层次对应的修正内容。首先,由于复合材料圆柱壳在制造过程中,其尺寸参数容易产生一定的偏差,特别是在其厚度方向容易产生不均匀的厚度,因此,将尺寸参数作为第一层次的修正内容;同时,由于在制备过程中,其材料参数容易受到制备工艺的影响和材料不均匀性的影响,因此,将弹性模量、剪切模量、泊松比等作为第二层次修正的对象;最后,由于材料的损耗因子在实际中受关注程度较小,但对振动响应分析精度影响较大,因此放到第三层次进行修正。根据上述修正思路,在复合薄壁圆柱壳的理论模型建立之后,首先,计算获得固有频率和模态振型。接下来,复合薄壁圆柱壳各阶次固有频率和模态振型被实验模态测试所获取。然后,在第一层次修正环节,对理论模型中复合薄壁圆柱壳的长度、半径和厚度等参数进行修正,通过反复迭代方法,使理论计算与测试获得的固有频率误差 e_{freq} 处于允许范围内(例如 10% ~ 15%),即可完成第一层次的修正;在第二层次修正环节,则对复合薄壁圆柱壳纤维纵向、横向弹性模量、剪切模量、泊松比等参数进行修正,当计算获得的固有频率与测试获得的误差 e_{freq} 处于更小范围内(例如 5% ~ 10%),即视为完成第二层次修正;最后,在第三层次修正环节,对复合材料纤维纵向损耗因子、纤维横向损耗因子以及面内损耗因子进行迭代修正,直到理论计算获得的振动响应结果与测试结果的误差 e_{res} 处于允许的范围时(例如 $\leq 15\%$),即可认为完成第三层次修正。图 2 给出了基于多层次迭代修正的复合薄壁圆柱壳振动响应分析原理图,经过多个层次的反复迭代修正,有助于建立更加准确的理论模型,然后利用该修正模型对复合薄壁圆柱壳的振动响应进行分析,则可更加准确地获得所关注的某阶振动响应结果。

3 基于多层次修正技术的复合薄壁圆柱壳振动响应分析流程

纤维增强复合薄壳振动响应分析流程可分为如下几个步骤:

1) 建立复合薄壁圆柱壳理论模型。首先,需要给出纤维增强复合薄壳一些几何参数,主要包括:复合薄壳的长度、半径、厚度及每层纤维角度等。接下来,纤维纵向、横向以及剪切方向的弹性模量、泊松比、模态阻尼比和密度等材料参数被给

出,以建立复合薄壳几何模型。

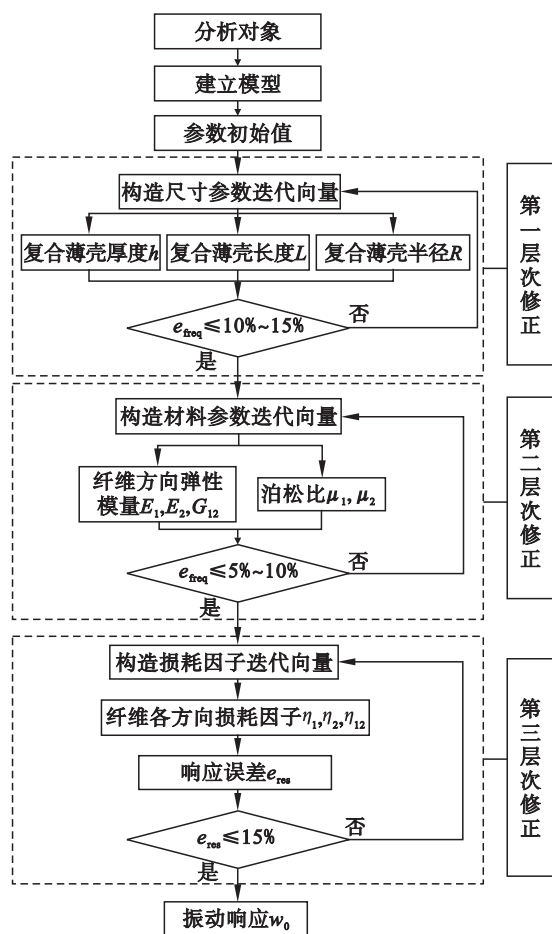


图 2 基于多层次修正的复合薄壁圆柱壳振动响应分析原理图

Fig. 2 Prediction principle diagram of vibration response of composite shell based on multilevel correction technique

2) 求解动能、应变能和外激励做功最大值表达式。根据正交各向异性材料的特点,考虑纤维方向的影响,纤维增强复合薄壳的应力-应变关系式(5)可被推导获得,从而得到复合薄壁圆柱壳所受拉伸、耦合与弯曲矩阵表达式。随后将复合薄壁圆柱壳位移表达式(3)分别代入动能、应变能和外激励做功的表达式中,在不考虑谐波分量情况下,就可获得复合薄壳的动能、应变能最大值和外激励做功最大值的表达式 T_{max} , U_{max} 和 $W_{q\text{max}}$ 。

3) 初步计算固有频率和振型。将 T_{max} , U_{max} 和 $W_{q\text{max}}$ 代入式(12)中,进行化简,从而得到了频域响应方程(14)。当令其中的材料阻尼矩阵 \mathbf{C} 和激振力向量 \mathbf{F} 为零时,就可以获得特征方程(15)。复合薄壳的固有频率和模态振型可以通过求解特征方程得到。

4) 基于第一层次修正复合薄壁圆柱壳尺寸参数。以实际测量所获得的复合薄壁圆柱壳尺寸参数为基准,考虑 5% ~ 10% 的误差,选取合适的

步长构造尺寸参数迭代向量 L, R 和 h , 对尺寸参数进行迭代, 并以复合薄壁圆柱壳的固有频率和模态振型作为修正目标, 当理论计算与测试获得的模态振型保持一致, 且固有频率误差 e_{freq} 处于允许范围内时 (例如 $e_{\text{freq}} \leq 10\% \sim 15\%$), 便可认为完成第一层次的修正。

5) 基于第二层次修正复合薄壁圆柱壳弹性模量和泊松比。以厂商提供的材料参数均值 $E_1^0, E_2^0, G_{12}^0, \mu_1^0, \mu_2^0$ 为中心, 考虑 $10\% \sim 20\%$ 误差, 选取合适的步长构造材料参数向量 $E_{1b}, E_{2b}, G_{12b}, \mu_{1b}, \mu_{2b}$, 并以排列组合的方式对材料参数进行迭代, 仍然以复合薄壁圆柱壳的固有频率和模态振型作为修正目标, 当理论计算与测试获得的模态振型保持一致, 且固有频率误差 e_{freq} 处于更小范围内时 (例如 $e_{\text{freq}} \leq 5\% \sim 10\%$), 即视为第二层次修正成功, 且认为此时所对应的材料参数 $E_1, E_2, G_{12}, \mu_1, \mu_2$ 即为复合薄壁圆柱壳的材料参数。

6) 基于第三层次修正复合薄壁圆柱壳损耗因子。同样, 选取合适的步长构造损耗因子迭代向量 η_{1b}, η_{2b} 和 η_{12b} , 通过对损耗因子进行不断迭代, 并以扫频测试获得的复合薄壁圆柱壳某阶固有频率附近的频域响应作为修正目标, 当理论计算获得的频域曲线与测试曲线的误差处于允许范围内时 (例如频域曲线的纵轴 $e_{\text{res}} \leq 15\%$), 便可认为完成第三层次的修正, 且认为此时所对应的损耗因子 η_1, η_2 和 η_{12} 即为复合薄壁圆柱壳的损耗因子。

7) 基于修正后的理论模型, 分析关注的某阶振动响应。基于修正后的复合薄壁圆柱壳理论模型, 求解获得复合薄壁圆柱壳自身的振动响应 $w_0(x, y, t)$, 同时, 考虑基础激励位移 $y(t)$ 的影响,

根据式 (16) 分析基础激励下关注的某阶振动响应。

4 研究实例

本文选取 300 碳纤维/环氧树脂基复合薄壳作为研究对象, 并通过测试方法获得了其固有特性, 其长度、内半径和厚度分别为 150, 132.5 和 3 mm, 密度 $\rho = 1\,570\text{ kg/m}^3$, 纤维纵向弹性模量 $E_1 = 134\text{ GPa}$, 纤维横向弹性模量 $E_2 = 8.5\text{ GPa}$, 剪切模量 $G_{12} = 3.36\text{ GPa}$, 泊松比 $\mu_1 = 0.30$ 。本文研究对象为 24 层且对称正交铺设的复合薄壳, 即 $[\pm 45]_{12}$, 并且每一铺层厚度和纤维体积分数均相同。

首先, 组建了纤维增强复合薄壳激光旋转扫描测试系统, 如图 3 所示。该系统有效利用了激光测振精度高、非接触测量的优点, 通过自主设计开发的悬挂式激光旋转扫描测振装置, 来灵活、快速地获取复合薄壁圆柱壳任意测点振动响应, 且可以避免基础激励载荷对激光扫描测振精度的影响。该旋转扫描装置可沿壳体中心线, 实现 360° 的圆周扫描和任意高度的调节, 通过两个 45° 反光镜, 可将 Polytec PDV-100 激光多普勒测振仪发出的激光转化到水平方向。接着, 利用扫频法, 确定测试复合薄壁圆柱壳各阶固有频率。随后, 使用悬挂式激光旋转扫描装置, 分别对复合薄壁圆柱壳 3 个圆周截面进行整周扫描, 并通过 LMS 16 通道数据采集分析仪和 DELL 移动工作站记录激光扫描信号。最后, 使用 Simpson 积分处理操作来获得振动位移响应, 进而通过自行编写的 Matlab 程序绘制出各阶次的模态振型, 具体振型绘制方法可参考文献 [14]。

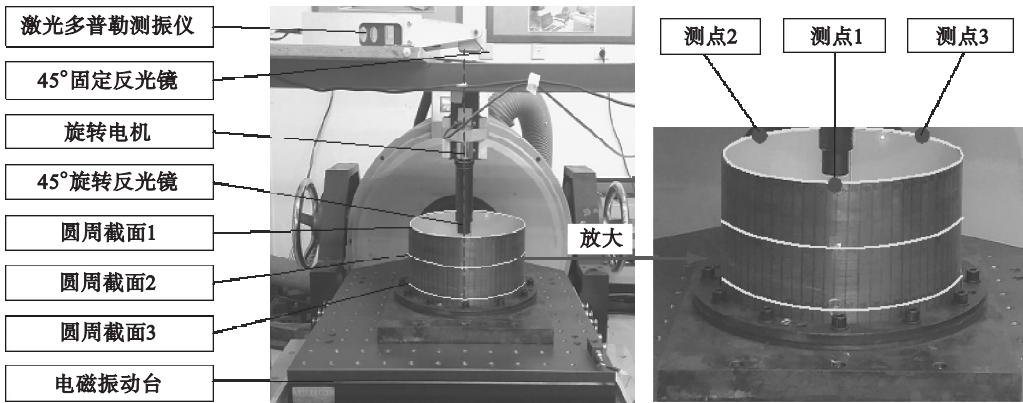






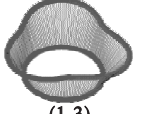







图 3 纤维增强复合薄壁圆柱壳激光旋转扫描测试系统及测点位置
Fig. 3 Laser rotating scanning test system of FCTS and the location of measuring points

在准确测试获得了复合薄壁圆柱壳的每一阶固有频率和振型数据的基础上, 按照第 3 节提出

的分析流程, 计算获得复合薄壁圆柱壳的固有频率和振型, 然后, 基于多层次修正技术对理论模型

中的厚度、长度、半径、弹性模量、泊松比以及损耗因子进行修正,直到固有频率误差 e_{freq} 小于5%~10%。为了方便比较,将采用多层次修正技术后计算获得固有频率和振型结果一并列入表1中。从

表1中可以看出,复合薄壁圆柱壳前6阶振型与测试振型一致,且固有频率的相对误差($|f_{\text{test}} - f_{\text{comp}}|/f_{\text{test}}$)最大不超过3.2%,可以利用该模型来开展下一步的振动响应分析工作。

表 1 计算和测试获得的纤维增强复合薄壁圆柱壳前 6 阶固有频率和模态振型						
Table 1 First 6 natural frequencies and modal shapes of FCTS obtained by calculation and experiment						
模态阶次	1	2	3	4	5	6
测试频率 $f_{\text{test}}/\text{Hz}$	869.8	958.4	1 350.6	1 899.4	2 305.3	2 462.3
计算频率 $f_{\text{comp}}/\text{Hz}$	890.7	978.5	1 393.8	1 920.3	2 374.5	2 516.5
相对误差/%	2.4	2.1	3.2	1.1	3.0	2.2
测试振型 (m,n)	 (1,4)	 (1,5)	 (1,6)	 (1,7)	 (1,3)	 (1,8)
计算振型 (m,n)	 (1,4)	 (1,5)	 (1,6)	 (1,7)	 (1,3)	 (1,8)

另外,为了说明多层次修正技术的优势,表2分别给出了测试、修正前和修正后获得的前三阶固有频率.对上述结果分析可知,经过第一、二层次对复合薄壁圆柱壳的厚度、薄壁圆柱壳弹性模量和泊松比等参数进行修正后,计算获得的固有频率更加逼近实验测试结果,且计算获得的前6阶振型与测试振型一致。

析误差处于5.2%~14.3%之间,处于误差允许的范围.由此可知,利用多层次修正技术,确实可以更加准确地分析获得复合薄壁圆柱壳任一点的振动响应.本文提出的多层次修正方法和思想,也可以应用于其他类似结构的振动特性分析中。

随后,在第三层次修正中选取合适的步长,构造损耗因子迭代向量,并对其进行修正.然后利用修正后的理论模型对复合薄壁圆柱壳的振动响应进行分析.同时,以第3阶共振响应为例,表3还给出了相同激励幅度下,实验测试和采用多层次迭代修正技术获得的图3所示的3个圆周截面上相邻为120°的3点的响应结果及误差.通过图4和表3可知,相对于未修正结果,修正后的响应曲线和测试曲线更加接近,且示例点的振动响应分

表 2 测试和修正前、后计算获得的复合薄壁圆柱壳的前三阶固有频率			
Table 2 First three frequencies of FCTS obtained by the measurement and calculation before and after adopting the multilevel correction technique			
方法类型	阶次		
	1	2	3
未进行修正	912.6	1 042.5	1 473.8
第一层次修正	896.2	992.4	1 415.7
第二层次修正	890.7	978.5	1 393.8
实验测试	869.8	958.4	1 350.6

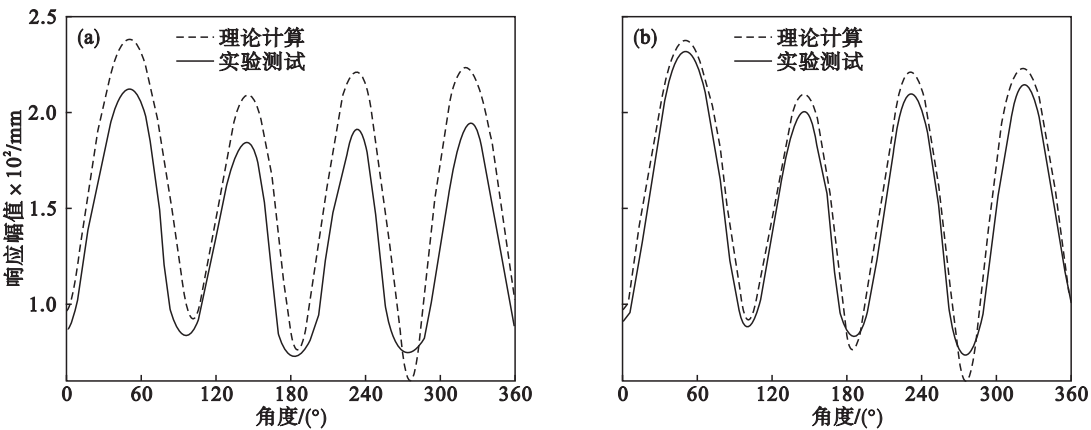


图 4 采用多层次迭代修正技术前、后通过理论计算与实验测试获得的第 1 阶共振响应
Fig. 4 The 1st resonant responses obtained by experiment and calculation before and after using multilevel iterative correction technique
(a)—修正前; (b)—修正后.

表 3 实验测试和采用多层次修正技术计算获得的复合薄壁圆柱壳 3 个圆周截面上任意点的第 3 阶共振响应
Table 3 The 3rd resonant responses obtained by experiment and calculation by using the multilevel correction technique at three arbitrary point circumferential section

测点编号	实验测试 M/mm			修正后计算 N/mm			$ N - M \cdot M^{-1} / \%$		
	圆周截面 1	圆周截面 2	圆周截面 3	圆周截面 1	圆周截面 2	圆周截面 3	圆周截面 1	圆周截面 2	圆周截面 3
1	0.009 7	0.002 7	0.000 8	0.009 2	0.002 4	0.000 7	5.2	11.1	12.5
2	0.014 4	0.003 6	0.000 7	0.013 6	0.003 3	0.000 6	5.6	8.3	14.3
3	0.002 1	0.001 2	0.000 9	0.002 3	0.001 3	0.000 8	9.5	8.3	11.1

5 结 论

1) 基于薄壁圆柱壳理论对复合薄壁圆柱壳进行了理论建模,同时,基于实验数据的多层次修正理论模型,准确获得复合薄壁圆柱壳的材料参数和阻尼参数.并且,基于修正后的复合薄壁圆柱壳理论模型,通过 Ritz 法求解获得了该类型复合薄壁圆柱壳的振动响应.

2) 多层次修正技术具有精度高、计算速度快等诸多优点,适用于工程结构中的核心部件进行振动特性研究,具有较强的工程实际意义.

3) 以 T300 碳纤维/树脂复合薄壁圆柱壳为研究对象,测试获得了其多个测点的振动响应,通过对比分析可知,理论结果与实验结果的误差处于 5.2% ~ 14.3% 范围内,进而证明了所提出的响应分析方法的正确性.

参考文献:

[1] Pellicano F, Barbieri M. Complex dynamics of circular cylindrical shells [J]. *International Journal of Non-linear Mechanics*, 2014, 65: 196 – 212.

[2] Rahmani O, Khalili S M R, Malekzadeh K. Free vibration response of composite sandwich cylindrical shell with flexible core [J]. *Composite Structures*, 2010, 92(5): 1269 – 1281.

[3] Qatu M S, Sullivan R W, Wang W. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000—2009 [J]. *Composite Structures*, 2010, 93(1): 14 – 31.

[4] Morgan P. Carbon fibers and their composites [M]. Boca Raton: The Chemical Rubber Company Press, 2005.

[5] Weaver W, Timoshenko S P, Young D H. Vibration problems in engineering [M]. Hoboken: Wiley, 1990.

[6] Stavsky Y, Loewy R. On vibrations of heterogeneous orthotropic cylindrical shells [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 1969, 15(2): 235 – 256.

[7] Greenberg J B, Stavsky Y. Buckling and vibration of orthotropic composite cylindrical shells [J]. *Acta Mechanica*, 1980, 36(1): 15 – 29.

[8] Soykasap Ö, Mecitoğlu Z, Borat O. Dynamic response of composite cylindrical shells to shock loading [J]. *Mathematical & Computational Applications*, 1996, 1(1): 85 – 96.

[9] Azarafza R, Khalili S M R, Jafari A A, et al. Analysis and optimization of laminated composite circular cylindrical shell subjected to compressive axial and transverse transient dynamic loads [J]. *Thin-Walled Structures*, 2009, 47(8/9): 970 – 983.

[10] 曹志远. 板壳振动理论 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989. (Cao Zhi-yuan. Vibration theory of plates and shells [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1989.)

[11] Lam K Y, Loy C T. Influence of boundary conditions for a thin laminated rotating cylindrical shell [J]. *Composite Structures*, 1998, 41(3): 215 – 228.

[12] 李晖, 吴怀帅, 张体南, 等. 热振环境下纤维增强悬臂复合薄板振动响应分析与验证 [J]. 兵工学报, 2018, 39(2): 373 – 382.

(Li Hui, Wu Huai-shuai, Zhang Ti-nan, et al. Analysis and verification of vibration response of fiber-reinforced cantilever composite thin plate in thermal vibration environment [J]. *Acta Armamentarit*, 2018, 39(2): 373 – 382.)

[13] Luke D A. Multilevel modeling [M]. Los Angeles: Sage Publications Inc, 2004.

[14] Li H, Sun W, Zhai J, et al. Precise measurement of natural frequencies and mode shapes of cantilever thin cylindrical shell [J]. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2015, 3(4): 513 – 537.