

座椅悬架和汽车悬架的集成变增益 LQR 控制

郭立新, 陈从根, 赵琳

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 利用模糊控制理论和最优控制理论, 提出了一种基于模糊控制的车辆主动悬架和座椅主动悬架的集成变增益 LQR 控制方法. 在建立“车-椅”三自由度动力学模型的基础上, 以底盘垂向加速度和座椅垂向加速度为控制目标, 以车轮动态位移、车辆悬架动行程范围小于规定值为约束条件, 设计出了车辆悬架和座椅悬架变增益 LQR 控制器, 并用 Matlab/Simulink 进行了仿真实验分析与比较, 得出该控制方法对座椅悬架和车辆悬架有较好的控制效果, 验证了集成变增益 LQR 控制方法的有效性和可行性, 为未来悬架系统控制的研究提供了参考.

关 键 词: 模糊控制; 主动座椅悬架; 变增益 LQR 控制; 车辆主动悬架; 车辆

中图分类号: U 461.4 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2019)03-0398-06

Integrated Variable Gain LQR Control of Seat Suspension and Automobile Suspension

GUO Li-xin, CHEN Cong-gen, ZHAO Lin

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.
Corresponding author: GUO Li-xin, E-mail: guolx@mail.neu.edu.cn)

Abstract: Based on the fuzzy control theory and optimal control theory, an integrated variable gain LQR (linear quadratic regulator) control method based on fuzzy control for vehicle active suspension and seat active suspension is proposed. Based on the establishment of "car-chair" three-degree-of-freedom dynamics model, taking the vertical acceleration of vehicle body and seat vertical acceleration as the control target and the dynamic displacement of the wheel and the range of vehicle suspension motion less than the specified value as the constraint conditions, the vehicle suspension and seat suspension variable gain LQR controller is designed, and the simulation experiment analysis and the comparison with Matlab/Simulink are carried out, whose results indicate that this control method has better control effect on seat suspension and vehicle suspension, and the validity and feasibility of the integrated variable gain LQR control method are verified, which could provide a reference for the future research of suspension system control.

Key words: fuzzy control; active seat suspension; variable gain LQR control; vehicle active suspension; vehicle

悬架系统对于提升车辆行驶平顺性和稳定性, 汽车舒适性和安全性有重要意义. 近年来车辆座椅悬架的研究引起广泛关注, 并提出了许多控制方法. 同时座椅主动悬架的研究已经成为世界各国车辆研究机构的重要的研究方向. 文献[1]提出一种基于线性矩阵不等式(LMI)优化技术的主动座椅悬架和车辆主动悬架的鲁棒 H_∞ 集成控

制方法. 文献[2]针对座椅悬架系统的系统参数摄动、基于线性矩阵不等式优化技术和鲁棒 H_∞ 控制理论, 建立了座椅悬架系统的系统参数摄动鲁棒 H_∞ 输出反馈控制器. 文献[3]利用鲁棒 H_∞ 控制理论为车辆座椅悬架系统模型设计输出状态反馈控制器, 而且考虑了模型参数摄动和控制输入的时滞问题.

综合目前所收集的信息来看,研究者较多地利用车辆悬架和座椅悬架独立的模型来进行研究的^[4-14],而本文提出一种基于模糊控制技术的车辆主动悬架和座椅主动悬架的集成变增益 LQR 控制方法,综合考虑座椅悬架和车身悬架。

1 悬架系统模型的建立

本文利用四分之一车辆“车-椅”模型进行研究,如图 1 所示。图中 m_d 为车辆轮胎的质量; m_c 为车身的质量; m_b 为人加上座椅的总质量; z_g 为路面的输入位移; z_b, z_c 和 z_d 分别是座椅,车身(底盘),轮胎的位移; c_c, c_b 和 k_b, k_c, k_d 分别为图中所示系统部件的阻尼参数和刚度参数; F_1 和 F_2 分别为对应的控制力。

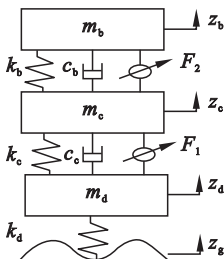


图 1 四分之一车辆“车-椅”模型
Fig. 1 One-quarter vehicle“car-chair”model

建立如图 1 所示的动力学数学模型,得

$$\begin{aligned} m_d \ddot{z}_d &= -k_d(z_d - z_g) + k_c(z_c - z_d) + \\ &c_c(\dot{z}_c - \dot{z}_d) + F_1; \\ m_c \ddot{z}_c &= -k_c(z_c - z_d) - c_c(\dot{z}_c - \dot{z}_d) + \end{aligned} \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-c_b}{m_b} & \frac{c_b}{m_b} & 0 & \frac{-k_b}{m_b} & \frac{k_b}{m_b} & 0 & 0 \\ \frac{c_b}{m_c} & -\frac{c_c}{m_c} - \frac{c_b}{m_c} & \frac{c_c}{m_c} & \frac{k_b}{m_c} & -\frac{k_c}{m_c} - \frac{k_b}{m_c} & \frac{k_c}{m_c} & 0 \\ 0 & \frac{c_c}{m_d} & -\frac{c_c}{m_d} & 0 & \frac{k_c}{m_d} & -\frac{k_d}{m_d} - \frac{k_c}{m_d} & \frac{k_d}{m_d} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\pi f_0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{m_c} & \frac{1}{m_d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{m_b} & \frac{1}{m_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$F = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2\pi \sqrt{G_0 u_0}]^T;$$

$$z(t) = [\dot{z}_b \ \dot{z}_c \ \dot{z}_d \ z_b \ z_c \ z_d \ z_g]^T;$$

$$k_b(z_b - z_c) + c_b(\dot{z}_b - \dot{z}_c) - F_1 + F_2; \quad (2)$$

$$m_b \ddot{z}_b = -k_b(z_b - z_c) - c_b(\dot{z}_b - \dot{z}_c) - F_2. \quad (3)$$

本文根据文献[15]采用式(4)作为路面输入模型,即

$$\dot{z}_g = -2\pi f_0 z_g + 2\pi \sqrt{G_0 u_0} w_t. \quad (4)$$

式中: z_g 为路面位移,m; G_0 为路面不平度系数, m^3/cycle ; u_0 为车辆前进速度,m/s; w_t 为均值是零的高斯白噪声; f_0 为下截止频率,Hz。路面输入模型如图 2 所示。

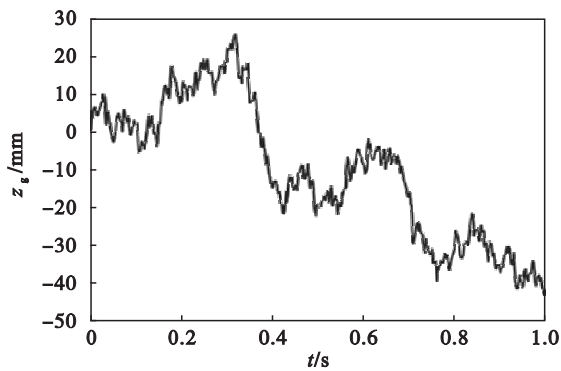


图 2 路面输入位移 z_g
Fig. 2 Pavement input displacement z_g

将式(1)~式(3)动力学微分方程写成状态方程形式如下:

$\dot{z}(t) = Az(t) + BU(t) + FW(t)$,得到状态矢量 $z(t)$,状态矩阵 A ,控制输入 $U(t)$,控制输入矩阵 B ,高斯白噪声输入 $W(t)$,噪声输入矩阵 F ,他们分别为

$$U(t) = [F_1 \ F_2]^T; W(t) = [w_t].$$

2 变增益 LQR 控制器设计

2.1 LQR 控制器设计

在悬架系统研究中,本文主要考虑以下性能:

1)影响舒适性的底盘垂向加速度和座椅处的垂

向加速度;2)影响行驶平顺性的悬架动行程;3)影响轮胎接地性的轮胎动载荷.因而设置 LQR 控制器的目标性能指数 J 为轮胎动态位移,悬架动行程、底盘垂向加速度和座椅处加速度的加权平方和的积分值,表示为

$$J=\lim_{T\rightarrow\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\left\{Q_1(z_d-z_g)^2+Q_2(z_c-z_d)^2+Q_3(z_b-z_c)^2+\rho_1\ddot{z}_c^2+\rho_2\ddot{z}_b^2\right\}dt.$$

(5)

式中, Q_1,Q_2,Q_3,ρ_1 和 ρ_2 分别为加权系数.这里取 ρ_1 和 ρ_2 为 1, Q_1 为 80 000, Q_2 为 5 000, Q_3 为 10 000.将目标性能指数 J 的表达式(5)改成矩阵形式,得

$$J=\lim_{T\rightarrow\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[Z^TQZ+U^TRU+2Z^TNU]dt.$$

式中: $Q=\begin{bmatrix}P_1&P_2\\P_3&P_4\end{bmatrix}$,其中,

$$P_1=\begin{bmatrix}\frac{c_b^2}{m_b^2}+\frac{c_b^2}{m_c^2}&-\frac{c_b^2}{m_b^2}-\frac{c_b^2+c_b c_c}{m_c^2}&\frac{c_b c_c}{m_c^2}\\-\frac{c_b^2}{m_b^2}-\frac{c_b^2+c_b c_c}{m_c^2}&\frac{c_b^2}{m_b^2}+\frac{c_b^2+c_c^2}{m_c^2}+\frac{2c_b c_c}{m_c^2}&-\frac{c_b c_c+c_c^2}{m_c^2}\\\frac{c_b c_c}{m_c^2}&-\frac{c_b c_c+c_c^2}{m_c^2}&\frac{c_c^2}{m_c^2}\end{bmatrix},$$

$$P_2=\begin{bmatrix}\frac{c_b k_b}{m_b^2}+\frac{c_b k_b}{m_c^2}&-\frac{c_b k_b}{m_b^2}-\frac{c_b k_b+c_b k_c}{m_c^2}&\frac{c_b k_c}{m_c^2}&0\\-\frac{c_b k_b}{m_b^2}-\frac{c_b k_b+c_c k_b}{m_c^2}&\frac{c_b k_b}{m_b^2}+\frac{c_b k_b+c_b k_c+c_c k_b+c_c k_c}{m_c^2}&-\frac{c_b k_c+c_c k_c}{m_c^2}&0\\\frac{c_c k_b}{m_c^2}&-\frac{c_c k_b+c_c k_c}{m_c^2}&\frac{c_c k_c}{m_c^2}&0\end{bmatrix},$$

$$P_3=\begin{bmatrix}\frac{c_b k_b}{m_b^2}+\frac{c_b k_b}{m_c^2}&-\frac{c_b k_b}{m_b^2}-\frac{c_b k_b+c_c k_b}{m_c^2}&\frac{c_c k_b}{m_c^2}\\-\frac{c_b k_b}{m_b^2}-\frac{c_b k_b+c_b k_c}{m_c^2}&\frac{c_b k_b}{m_b^2}+\frac{c_b k_b+c_b k_c+c_c k_b+c_c k_c}{m_c^2}&-\frac{c_c k_b+c_c k_c}{m_c^2}\\\frac{c_b k_c}{m_c^2}&-\frac{c_b k_c+c_c k_c}{m_c^2}&\frac{c_c k_c}{m_c^2}\\0&0&0\end{bmatrix},$$

$$P_4=\begin{bmatrix}Q_3+\frac{k_b^2}{m_b^2}+\frac{k_b^2}{m_c^2}&-Q_3-\frac{k_b^2}{m_b^2}-\frac{k_b^2+k_b k_c}{m_c^2}&\frac{k_b k_c}{m_c^2}&0\\-Q_3-\frac{k_b^2}{m_b^2}-\frac{k_b^2+k_b k_c}{m_c^2}&Q_2+Q_3+\frac{k_b^2}{m_b^2}+\frac{k_b^2+2k_b k_c+k_c^2}{m_c^2}&-Q_2-\frac{k_b k_c+k_c^2}{m_c^2}&0\\\frac{k_b k_c}{m_c^2}&-Q_2-\frac{k_b k_c+k_c^2}{m_c^2}&Q_1+Q_2+\frac{k_c^2}{m_c^2}&-Q_1\\0&0&-Q_1&Q_1\end{bmatrix};$$

$$R=\begin{bmatrix}\frac{1}{m_c^2}&\frac{-1}{m_c^2}\\\frac{-1}{m_c^2}&\frac{1}{m_b^2}+\frac{1}{m_c^2}\end{bmatrix};$$

$$N=\begin{bmatrix}-\frac{c_b}{m_c^2}&\frac{c_b+c_c}{m_c^2}&\frac{-c_c}{m_c^2}&\frac{-k_b}{m_c^2}&\frac{k_b+k_c}{m_c^2}&\frac{-k_c}{m_c^2}&0\\\frac{c_b}{m_c^2}+\frac{c_b}{m_b^2}&\frac{-c_b}{m_b^2}-\frac{c_b+c_c}{m_c^2}&\frac{c_c}{m_c^2}&\frac{k_b}{m_b^2}+\frac{k_b}{m_c^2}&-\frac{k_b}{m_b^2}-\frac{k_b+k_c}{m_c^2}&\frac{k_c}{m_c^2}&0\end{bmatrix}.$$

最优控制反馈增益矩阵 K 由黎卡提方程

$AK+KA^T+Q-KBR^{-1}B^TK+FWF^T=0$ 求

出,最后控制力为

$U(t)=-KZ=$

$$-\left\{k_1\dot{z}_b(t)+k_2\dot{z}_c(t)+k_3\dot{z}_d(t)+k_4z_b(t)+\right. \\ \left.-k_5z_c(t)+k_6z_d(t)+k_7z_e(t)\right\}.$$

此时这个增益矩阵 \mathbf{K} 是固定不变,不能根据实时情况变化,因此本文希望设计一个基于模糊控制的变增益 LQR 控制.

2.2 模糊控制器设计

图 3 为基于模糊控制的变增益 LQR 控制器的控制系统框图.通过模糊控制改变 LQR 控制器的增益矩阵 \mathbf{K} ,以达到根据实时情况改变增益矩阵的目的.

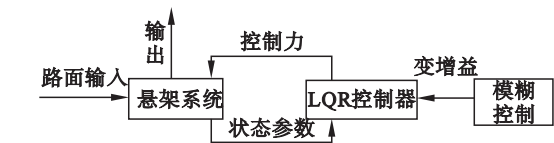


图 3 控制系统框图
Fig. 3 Diagram of control system

在本模型中,由于座椅的垂向加速度在定增益 LQR 控制器中已经得到很好地控制,所以在本文中,只对底盘的垂直加速度进行控制,即对车辆悬架的垂直加速度进行控制.选取底盘垂向加速度信号 e 和底盘垂直加速度的变化率 e_c 为模糊控制器的输入信号,输出信号为变化系数 θ ,新的车辆悬架增益矩阵 $\mathbf{K}_{\text{new}} = \theta \mathbf{K}_c$,起重 \mathbf{K}_c 为总增益矩阵 \mathbf{K} 的第二行.对于输入 e 采用 7 个语言模糊子集来确定,输入 e_c 变量都采用 13 个语言模糊子集来确定.输出 k_1 都采用 11 个语言模糊子集来确定.为避免出现失控现象,本控制器的车身垂直加速度信号 e 论域为 $\{-4,4\}$ 和底盘垂直加速度的变化率 e_c 论域为 $\{-6,6\}$,变化系数 k_1 论域为 $\{-1.2,1.3\}$,输入变量 e 和 e_c 采用三角形隶属函数和 Z 形隶属函数.部分隶属度图如图 4 所示.

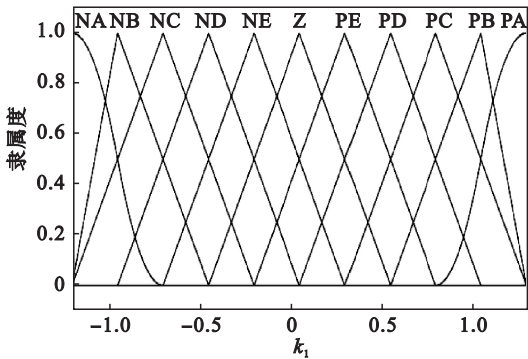
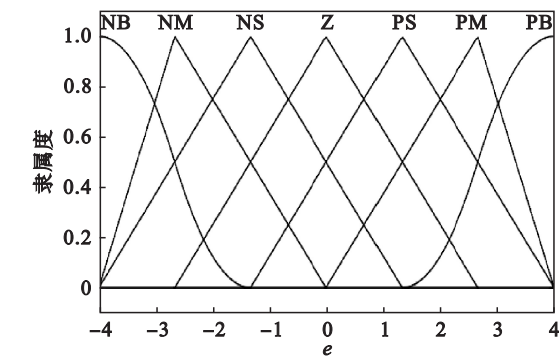


图 4 e 和 k_1 的隶属度图
Fig. 4 Membership graph of e and k_1

3 仿真实例

在 Matlab/Simulink 环境下建立以四分之一车辆“车-椅”模型为基础的计算机仿真模型,然后开展座椅悬架和车辆悬架的系统仿真分析,并且与被动悬架和定增益 LQR 控制的悬架进行对比分析.根据文献[1]和文献[15],得到某轿车的车辆模型参数如表 1 所示.

仿真计算中以式(4)为路面输入模型.利用前面已知的 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{N}$ 引用 Matlab 中的最优线性二次控制设计函数 $[\mathbf{K}, \mathbf{S}, \mathbf{E}] = \text{LQR}(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{N})$,就得到最优控制反馈增益矩阵 \mathbf{K} .

表 1 模型的参数
Table 1 Parameter values of the model

参数	数值
车身质量(m_c/kg)	300
车轮质量(m_d/kg)	59
人体和座椅质量(m_b/kg)	80
车辆悬架阻尼($c_c/(\text{N}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1}))$)	1 000
座椅悬架阻尼($c_b/(\text{N}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1}))$)	830
座椅悬架刚度($k_b/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$)	31 000
车辆悬架刚度($k_c/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$)	30 000
轮胎刚度($k_d/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$)	200 000
路面不平度系数(G_0)	$5 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{cycle}$
车速($u_0/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$)	20
下截止频率(f_0/Hz)	0.1
轮胎动位移加权系数(Q_1)	80 000
座椅悬架动行程加权系数(Q_2)	5 000
辆悬架动行程加权系数(Q_3)	10 000
座椅悬架最大动行程/m	0.06
车辆悬架最大动行程/m	0.08

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 37.38 & -3\,137.21 & 435.52 & 7\,148.27 & -8\,512.99 & 15\,969.59 & -16\,116.15 \\ -163.59 & -513.48 & 105.81 & 23\,952.35 & -26\,629.16 & -1\,137.65 & 1\,210.48 \end{bmatrix}.$$

把被动悬架、定增益 LQR 控制和变增益 LQR 控制所对应的结果进行对比,仿真结果如下.

如图 5 所示,变增益 LQR 控制悬架和定增益 LQR 控制悬架的加速度峰值比被动悬架的小,表明变增益 LQR 控制悬架和定增益 LQR 控制悬架对于座椅垂向加速度有明显良好的控制效果.

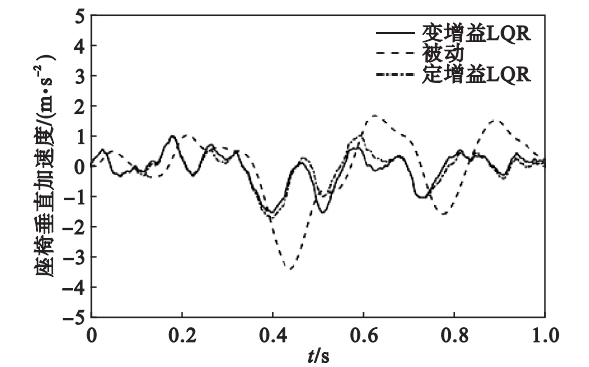


图 5 座椅垂直加速度仿真曲线
Fig. 5 Curve for seat vertical acceleration simulation

如图 6 所示,定增益 LQR 控制悬架的加速度峰值比被动悬架的还大,变增益 LQR 控制悬架比被动悬架的小,表明变增益 LQR 控制悬架对于底盘垂向加速度有明显较好的控制效果,定增益 LQR 控制悬架对于底盘垂向加速度的控制效果较差.

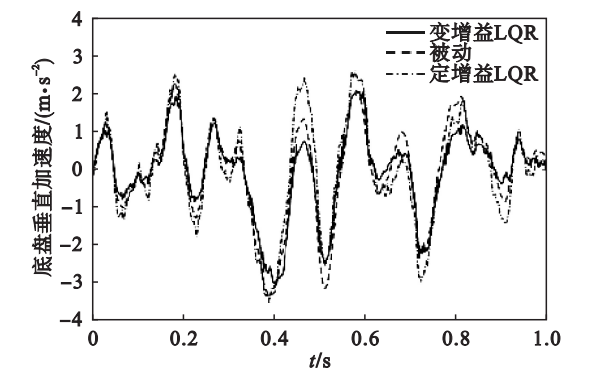


图 6 底盘垂直加速度仿真曲线
Fig. 6 Curve for chassis vertical acceleration simulation

图 7~图 9 分别为轮胎动态位移仿真曲线,车辆悬架动态位移仿真曲线,座椅悬架动态位移仿真曲线.从图中可以看出座椅悬架动态位移小于座椅悬架最大动行程,车辆悬架动态位移小于车辆悬架最大动行程,而且座椅悬架和车辆悬架的动行程都满足小于相应的最大动行程的要求.

如表 2 所示,在轮胎的动位移基本相等的情况下,在座椅加速度这项性能指标中,变增益 LQR 悬架比被动悬架降低了约 46%,比定增益 LQR 悬架降低了约 2.1%.在底盘加速度这项性

能指标中,变增益 LQR 悬架比被动悬架降低了约 8%,比定增益 LQR 悬架降低了约 13.3%.

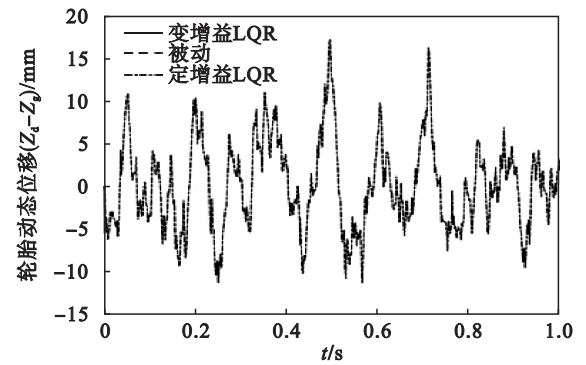


图 7 轮胎动态位移仿真曲线
Fig. 7 Curve for tire dynamic displacement simulation

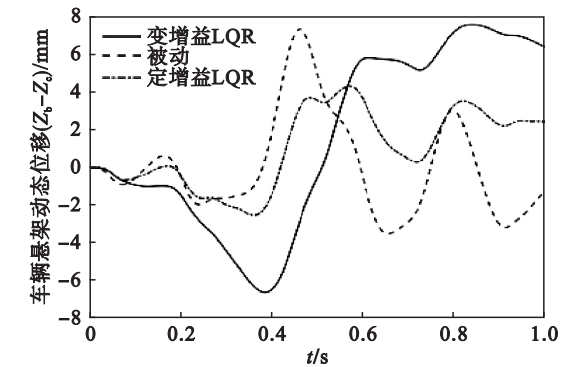


图 8 车辆悬架动态位移仿真曲线
Fig. 8 Simulation curve of vehicle dynamic suspension

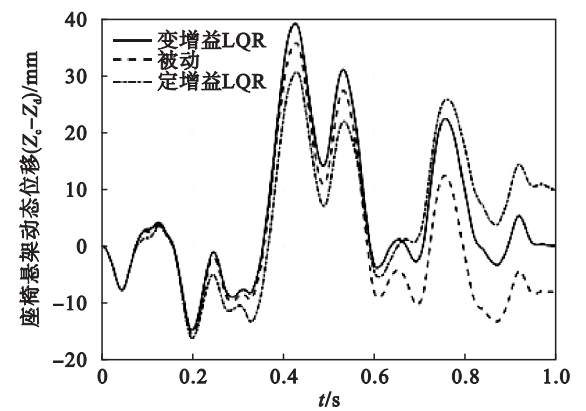


图 9 座椅悬架动态位移仿真曲线
Fig. 9 Curve for seat suspension dynamic displacement simulation

表 2 性能指标均方根值的对比表			
Table 2 Comparison table of RMS values of performance index			
性能指标	被动系统	定增益悬架	变增益悬架
座椅加速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	1.065	0.571	0.558
底盘加速度/($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	1.282	1.361	1.179
座椅悬架动行程/mm	2.7	2.3	5
车辆悬架动行程/mm	12.7	12.8	13.8
轮胎动位移/mm	5.3	5.2	5.2