

基于分形理论的接触式机械密封端面泄漏模型

李小彭¹, 杨泽敏¹, 王琳琳¹, 杨语星²

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 目前对于密封的大多数研究都基于密封端面形貌和摩擦条件不变的假设,且大多忽略了密封端面形貌对泄漏的影响,也并未从微观角度考虑端面形貌的影响. 基于分形理论,将动、静环端面的接触简化为粗糙表面与理想刚性平面的接触,建立了机械密封的泄漏模型,并对各分形参数、端面比载荷和材料参数对泄漏率的影响进行了研究,得到了机械密封分形维数 D 和端面比载荷 p_g 与其泄漏量 Q 成反比;而特征长度尺度参数 G 和综合弹性模量 E 与其泄漏量 Q 成正比. 计算泄漏率与实验数据验证了模型的准确性.

关 键 词: 分形理论;机械密封;接触端面;端面形貌;泄漏

中图分类号: TH 136

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2019)04-0526-05

Leakage Model of Contacting Mechanical Seal Based on Fractal Theory

LI Xiao-peng¹, YANG Ze-min¹, WANG Lin-lin¹, YANG Yu-xing²

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: LI Xiao-peng, E-mail: xpli@me.neu.edu.cn)

Abstract: At present, most studies about the seal are based on the assumption that the seal surface topography and friction conditions are changeless. The influence of the seal surface topography on the leakage is mostly ignored as well as the effect of the microscopic perspective. Based on the fractal theory, the contact between surfaces of dynamic and static rings was simplified to the contact between rough surface and the ideal rigid plane, and a mechanical seal leakage model was established. The effects of fractal parameters, the surface unit load and material parameters on leakage rate were studied to obtain that the mechanical seal fractal dimension D and the end face specific load p_g were inversely proportional to the leakage amount Q . The characteristic length scale parameter G and the comprehensive elastic modulus E were proportional to its leakage amount Q . The calculated leakage rate and experimental data verify the accuracy of the model.

Key words: fractal theory; mechanical seal; contact surface; surface topography; leakage

机械密封最主要的性能就是密封性能,而泄漏率的超标是机械密封失效最直接的表现. 据研究,机械密封 80% ~ 90% 的泄漏是由机械密封端面间的径向间隙造成的^[1]. 机械密封广泛应用于化学工业生产中,因此,从理论上揭示影响机械密封泄漏的因素,以此来指导实际生产十分必要.

机械密封最早是 1885 年在英国以专利形式出现的^[2]. 从它出现至今,许多学者都对其做了大量研究. Heinze 参考端面轴承理论,建立了理

想光滑平行端面机械密封的泄漏模型,且认为机械密封端面缝隙中流体的运动是层流运动^[3]. Mayer 用 Heinze 模型的计算值与实验值进行了对比,但是平行缝隙与实际缝隙的差别导致了理论值与实验值的偏差;Mayer 还分别推导出了边界摩擦和混合摩擦状态下的泄漏率公式,并指出 Henize 模型只适用于机械密封处于流体摩擦状态下,而这与实际不符^[4]. 后来,Lebeck 提出了接触式机械密封在混合摩擦状态下的泄漏率计算模

型和考虑表面粗糙度的计算模型^[5-6]. 而在国内, 彭旭东等提出了锥面机械密封的径向泄漏模型^[7]. Sun 等利用分形理论的思想计算了机械密封的泄漏率, 但他们运用的机械密封端面形貌与实际的分形理论及其表面形貌并不相符^[8].

以上所有研究虽都对机械密封的泄漏进行了研究, 但他们得到的机械密封泄漏率都有一定的误差. 而分形理论的出现为准确描述机械密封的端面形貌提供了依据. 因此本文旨在基于分形理论对机械密封的泄漏率模型进行推导, 得到一个更加准确的机械密封的泄漏率模型.

1 机械密封端面形貌分形表征

机械密封动环和静环相接触的端面从微观角度来看是粗糙的, 且具有分形特性^[9-10], 因此可以用 W - M 函数来表示机械密封的端面形貌^[11].

1.1 机械密封泄漏通道的分形表征

根据修改后的 M - B 分形模型^[12], 可以把机械密封的硬质环与软质环的接触简化为理想刚性光滑平面与粗糙平面的接触. 因此, 当机械密封的动静环相接触时, 实际上是较高的微凸体相接触, 而其他未接触的地方就会形成泄漏通道, 如图 1 所示.

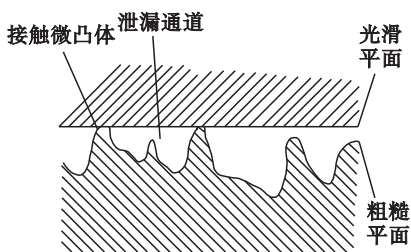


图1 机械密封端面的分形表征

Fig. 1 Fractal characterization of mechanical seal face

根据参考文献^[13], 并把 a 与 a_1 换成 a_x 与 a_{lx} , 则接触面泄漏通道分布函数为

$$n(a_x) = \frac{D}{2} \psi^{(2-D)/2} a_{lx}^{D/2} a_x^{-(D+2)/2}. \quad (1)$$

式中: $n(a_x)$ 表示接触面的接触点面积的大小分布; D 表示接触粗糙表面的分形维数; ψ 表示分形区域扩展系数, 与分形维数 D 有关; a_x 表示接触面单个泄漏通道面积; a_{lx} 表示最大泄漏通道的

面积.

机械密封端面轮廓曲线可用 W - M 函数表示:

$$Z(x) = G^{(D-1)} \sum_{n=n_l}^{\infty} \frac{\cos 2\pi \gamma^n x}{\gamma^{(2-D)n}}. \quad (2)$$

式中: $Z(x)$ 表示接触面轮廓随机高度; G 表示表面的特征长度尺度参数; γ^n 表示随机轮廓的空间频率; n_l 表示轮廓结构的最低截止频率相对应的序数; γ 为大于 1 的常数, 对于服从正态分布的随机表面, 通常取 $\gamma = 1.5^{[14]}$, $\gamma^{n_l} = 1$, l 表示样本长度; $1 < D < 2$.

1.2 机械密封的轴向载荷与实际接触面积

机械密封端面微接触点的变形承载能力对整个端面的承载能力有很大影响, 根据文献^[15], 接触面负载与微凸体接触点接触面积之间的关系如下:

$$p_{re} = \frac{4E\pi^{0.5}G^{D-1}}{3l^D} a^{1.5}, \quad (3)$$

$$p_{rep1} = \frac{2}{3} KH \times 1.1282 \times a_{epc}^{-0.2544} a^{1.2544}, \quad (4)$$

$$p_{rep2} = \frac{2}{3} KH \times 1.4988 \times a_{pc}^{-0.1021} a^{1.1021}, \quad (5)$$

$$p_{rp} = Ha. \quad (6)$$

式中: p_{re} , p_{rep1} , p_{rep2} , p_{rp} 分别表示发生弹性变形的微接触点的承受载荷、在第一弹塑性变形区发生弹塑性变形的微接触点的承受载荷、在第二弹塑性变形区发生弹塑性变形的微接触点的承受载荷、发生塑性变形的微接触点的承受载荷; a_{epc} , a_{pc} 分别表示微凸体的第一弹塑性临界接触面积、微凸体的第二弹塑性临界接触面积; K 表示硬度系数; H 表示较软材料的硬度; E 表示接触面综合弹性模量.

接触面的总载荷与真实接触面积之间的关系为

$$F = \int_0^{a_{ec}} p_{re} n(a) da + \int_{a_{epc}}^{a_{epc}} p_{rep1} n(a) da + \int_{a_{epc}}^{a_{epc}} p_{rep2} n(a) da + \int_{a_{epc}}^{a_1} p_{rp} n(a) da. \quad (7)$$

式中: a_{ec} 表示微凸体的临界弹性接触面积, $a_{ec} = \pi(\pi KH/2E)^2(l^D/G^{D-1})^2$; $a_{epc} = 7.1197a_{ec}$; $a_{pc} = 205.3827a_{ec}$.

则端面的比载荷为

$$p_g = \frac{F}{A_r} = \frac{0.4272DHK((\frac{1}{4}\beta)^{1.2544-0.5D} - 1.779925\beta^{1.2544-0.5D}) \times \alpha^{0.5D} 4^{0.2544}}{A_r \psi^{\frac{D-2}{D}} (0.568D - 1.425)\beta^{0.2544}} -$$

$$\frac{0.572\,53DHK((51.345\,675\beta)^{1.102\,1-0.5D}-(1.779\,925\beta)^{1.102\,1-0.5D})\times\alpha^{0.5D}4^{0.102\,1}}{A_r\psi^{\frac{D-2}{D}}(0.573D-1.263)\beta^{0.102\,1}} -$$

$$\frac{DH\psi^{1-0.5D}(\alpha^{1-0.5D}-(51.345\,675\beta)^{1-0.5D}\times\alpha^{0.5D})}{A_r(D-2)} - \frac{2.363\,271\,801DEG^{D-1}\alpha^{0.5D}(\frac{1}{4}\beta)^{1.5-0.5D}}{A_r\psi^{\frac{D-2}{D}}l^D(D-3)}.$$

(8)

式中: $\alpha = -A_r\psi^{0.5D-1}(D-2)/D$; $\beta = G^{2-2D} \times H^2K^2l^{2D}\pi^3/E^3$; A_r 表示实际接触面积.

2 机械密封的泄漏分形模型

在推导机械密封的泄漏分形模型时,参照文献[8],对机械密封作出如下假设:

- 1) 对于泄漏通道中的流体的流动看作是不可压缩黏性流体的层流运动.
- 2) 机械密封端面分形表现为各向同性.
- 3) 机械密封端面的摩擦磨损等对泄漏通道在接触端面上的分布不产生影响.
- 4) 忽略流体的黏性变化.

根据 Navier – Stokes 方程,流经单个泄漏通道的泄漏率为

$$q=\int_A v_r dz dx = -\frac{10^{-9}}{12\eta} (dp/dr) \int_{-0.5l_1}^{0.5l_1} Z^3(x) dx.$$

(9)

式中: v_r 表示流体沿密封端面径向的流动速度; η 表示密封介质的黏度; dp/dr 表示密封端面径向的压力梯度, $dp/dr = \frac{\Delta p}{r_2-r_1} = \frac{p_2-p_1}{r_2-r_1}$, p_1, p_2 分别表示机械密封端面内、外的介质压力, r_1, r_2 分别表示机械密封端面的内外半径; l_1 表示机械密封端面单个泄漏通道的底边长度^[16], $l_1 = a_x^{0.5}$.

把式(9)与式(1)代入式(10),可以得到在端面轴向载荷的作用下,机械密封的泄漏率为

$$Q = 3\,600 \times \int_0^{a_{lx}} qn(a_x) da_x.$$

(10)

式中: $a_{lx} = (A_a - A_r) \frac{2-D}{D\psi^{(2-D)/2}}$, A_a 表示名义接触面积, $A_a = \pi(r_2^2 - r_1^2)$.

在式(9)中,由于 W – M 函数的本质是无限个余弦函数叠加,为了方便计算,取 n 从 14 叠加到 15. 而式(10)在求积分 Q 时,会得到一个高阶函数,因此,先对被积分项在 $a = 0.5\pi$ 处的 5 阶泰勒展开,然后再进行积分计算.

3 结果分析

分析式(10)机械密封端面分形参数及材料参数对机械密封泄漏率的影响. 分析过程中,参考机械密封常用材料和加工方法,选用磨削加工的

SiC – 浸渍石墨组对的机械密封副进行研究^[17]. 其中,各个材料参数与工况参数如表 1 所示.

表 1 机械密封副材料参数与工况参数

Table 1 Material parameters and working condition parameters of mechanical seal

材料参数与工况参数	数值
硬质环的弹性模量 E_1/GPa	410
软质环的弹性模量 E_2/GPa	20
硬质环的泊松比 ν_1	0.24
软质环的泊松比 ν_2	0.29
密封端面内外介质压力差 $\Delta p/\text{MPa}$	1
密封端面内径 r_1/m	0.039 5
密封端面外径 r_2/m	0.034
端面比载荷 p_g/MPa	0.55
流体的黏度 $\eta/(\text{MPa}\cdot\text{s})$	10^{-9}

3.1 分形维数 D 对泄漏量 Q 的影响

研究分形维数 D 对泄漏量 Q 的影响时,选取特征长度尺度参数 $G = 10^{-9}\text{m}$. 由图 2 可知,随着分形维数 D 的增加,机械密封的泄漏量先是快速减小,然后趋于平缓,无限趋近于 0,这是由于分形维数 D 越大,表示机械密封的端面越光滑,即泄漏通道就会越少. 因此在初期,随着分形维数 D 的增大,泄漏率会呈指数式减小;而当 D 增大到一定值后,机械密封端面已经很光滑了,再使其增加对泄漏率 Q 的影响也就不是那么明显了.

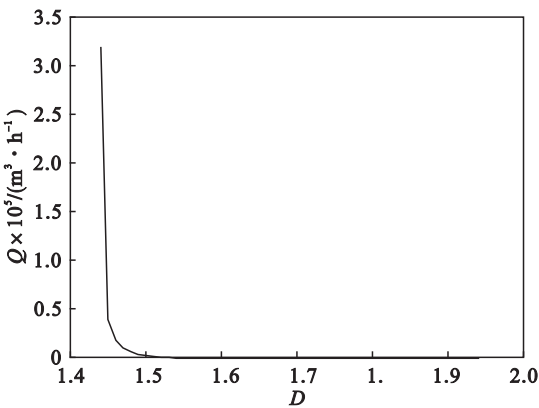


图 2 分形维数对泄漏量的影响

Fig. 2 Influence of fractal dimension on leakage

3.2 特征长度尺度参数 G 对泄漏量 Q 的影响

研究特征长度尺度参数 G 对泄漏量 Q 的影响时,选取 $D = 1.45$. 由图 3 可知,随着特征长度

尺度参数 G 的增加,机械密封的泄漏量 Q 也在增加,且呈现出指数型上升趋势.这是因为特征长度尺度参数 G 越大,表示平面越粗糙,这与分形维数 D 正好相反,当特征长度尺度参数 G 较小时,机械密封端面都还比较光滑,因此其对泄漏率 Q 的影响还比较小;但随着 G 越来越大,机械密封端面也越来越粗糙,其对泄漏率 Q 的影响也就越来越大.

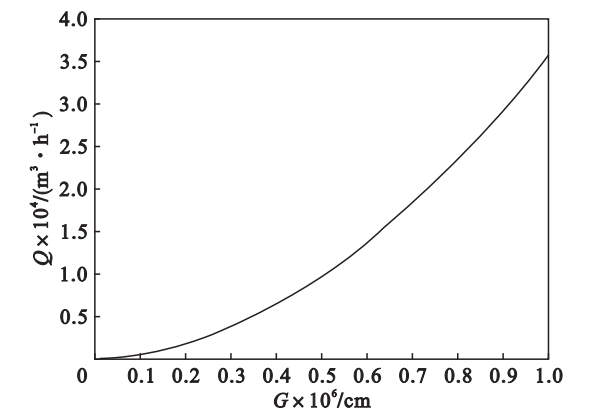


图 3 特征长度尺度参数对泄漏量的影响
Fig. 3 Influence of characteristic length scale parameter on leakage

3.3 端面比载荷 p_g 对泄漏量 Q 的影响

由图 4 可知,在相同的分形维数 D 下,随着端面比载荷 p_g 的增大,机械密封的泄漏量 Q 会有所减小.这是因为随着端面比载荷 p_g 的增大,机械密封的实际接触面积越来越大,其端面的泄漏通道越少.

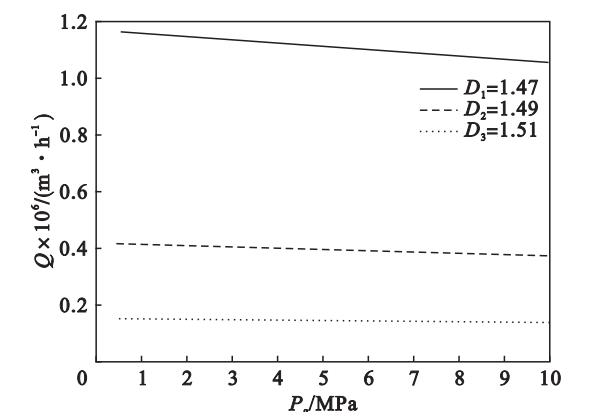


图 4 端面比载荷 p_g 对泄漏量的影响
Fig. 4 Influence of the end surface specific load p_g on leakage

3.4 综合弹性模量 E 对泄漏量 Q 的影响

由图 5 可知,随着综合弹性模量 E 的减小,泄漏量有所减少,尤其是在 G 比较大时.这是因为综合弹性模量 E 只与硬质环弹性模量 E_1 与软质环弹性模量 E_2 有关,而在本文中把硬质环假设

为刚体,因此只考虑软质环弹性模量 E_2 的减小.随着弹性模量的减小,材料会越容易发生塑性变形,机械密封端面的接触面积也越大,泄漏通道就会逐渐减少.

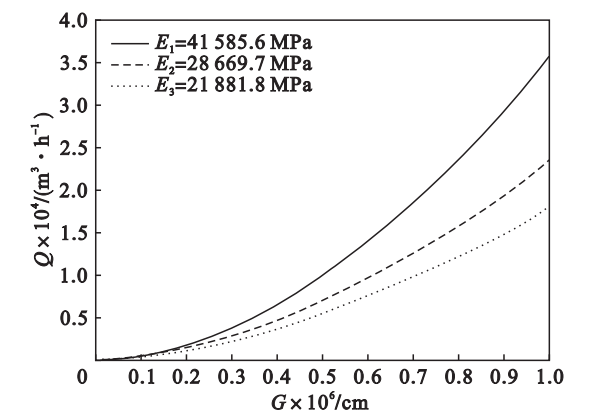


图 5 综合弹性模量对泄漏量的影响
Fig. 5 Influence of integrated elastic modulus on leakage

4 实验对比

把文献[8]的实验与本文所建模型进行对比,结果如图 6 所示.

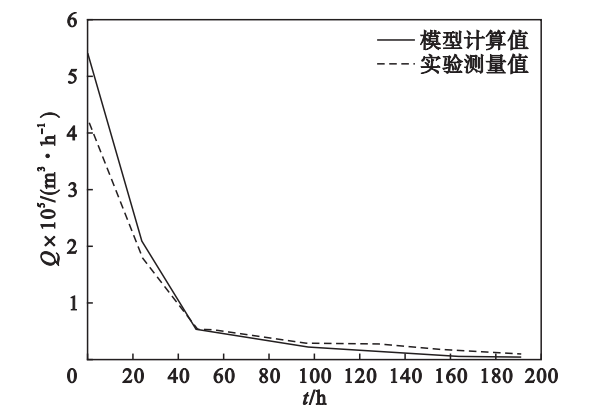


图 6 模型计算值与实验测量值的对比
Fig. 6 Comparison of calculated values with measured values

由图 6 可知,本模型较好地模拟了机械密封的泄漏率,计算值与实验数据的误差相对较小.刚开始计算值比实验值大的主要原因是忽略了机械密封端面各微凸体之间变形时的相互影响及模型计算得到的泄漏通道数大于真实情况.而后来计算值比实验值小的原因是机械密封经过磨合阶段后端面变得相对光滑,其他因素对泄漏的影响就凸显出来,其中最重要的就是密封端面摩擦生热使密封介质汽化,而本模型忽略了热对泄漏的影响.

5 结 论

1) 本文建立了基于分形理论的机械密封端面泄漏模型,为泄漏预测提供了理论指导。

2) 机械密封的泄漏量 Q 与其分形维数 D 成反比,而与特征长度尺度参数 G 成正比。因此,在制造过程当中,应尽量增大接触端面的分形维数 D ,减小特征长度尺度参数 G ,使端面尽可能光滑。

3) 机械密封的泄漏量 Q 与其端面比载荷 p_s 成反比,而与其综合弹性模量 E 成正比。因此,在实际应用中,在不影响使用及不会压溃机械密封的前提下,尽可能增大机械密封的端面比载荷,减少机械密封材料的弹性模量。

参考文献:

- [1] 顾永泉. 机械密封实用技术[M]. 北京:机械工业出版社, 2001:10-30.
(Gu Yong-quan. Mechanical seal technology [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2001:10-30.)
- [2] 孙玉霞,李双喜,李继和. 机械密封技术[M]. 北京:化学工业出版社,2014:20-40.
(Sun Yu-xia, Li Shuang-xi, Li Ji-he. Mechanical seal technology [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2014: 20-40.)
- [3] Heinze E. Über gleitringdichtungen, mit besondererberücksichtigung ihrer verwendung im kältemaschinenbau [J]. *Kältetechnik*, 1949, 1(2): 26-32.
- [4] Mayer E. Mechanical seals [M]. London: Newnes-Butterworths, 1977:50-70.
- [5] Lebeck A O. A study of mixed lubrication in contacting mechanical face seals[C]//4th Leeds Lyon Symposium on Lubrication. Lyon, 1977:150-170.
- [6] Lebeck A O. Hydrodynamic lubrication in wavy contacting face seals—a two dimensional model [J]. *Journal of Tribology*, 1981, 103(4): 578-583.
- [7] 彭旭东,顾永泉. 不同相态下端面形貌和流体惯性对机械密封性能的影响[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 1990(3): 62-70.

- (Peng Xu-dong, Gu Yong-quan. Effect of face morphology and fluid inertia on mechanical seal performance under different phase states [J]. *Journal of China University of Petroleum(Natural Science)*, 1990(3): 62-70.)
- [8] Sun J J, Wei L, Feng X, et al. Leakage prediction method for contacting mechanical seals with parallel faces [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 23(1): 7-15.
- [9] Jordan D L, Hollins R C, Jakeman E. Measurement and characterization of multiscale surfaces [J]. *Wear*, 1986, 109 (1/2/3/4): 127-134.
- [10] 陈奇,黄守武,张振,等. 考虑摩擦因素的两圆柱体表面接触承载能力的分形模型研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(7): 114-121.
(Chen Qi, Huang Shou-wu, Zhang Zhen, et al. Fractal model of contact load-carrying capacity of two cylinders considering friction factors [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(7): 114-121.)
- [11] Chen H, Hu Y Z, Wang H, et al. Simulation and characterization of fractal rough surfaces [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(9): 219-226.
- [12] Pan W J, Li X P, Wang L L, et al. Influence of contact stiffness of joint surfaces on oscillation system based on the fractal theory [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2017, 88(4): 1-17.
- [13] Pan W J, Li X P, Wang L L, et al. A normal contact stiffness fractal prediction model of dry-friction rough surface and experimental verification [J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2017, 66: 94-102.
- [14] Chen Q, Xu F, Liu P, et al. Research on fractal model of normal contact stiffness between two spheroidal joint surfaces considering friction factor [J]. *Tribology International*, 2016, 97: 253-264.
- [15] 成雨,原园,甘立,等. 尺度相关的分形粗糙表面弹塑性接触力学模型[J]. 西北工业大学学报, 2016, 34(3): 485-492.
(Cheng Yu, Yuan Yuan, Gan Li, et al. Scale correlation fractal rough surface elastic-plastic contact mechanics model [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2016, 34(3): 485-492.)
- [16] Pan W J, Li X P, Wang L L, et al. A loading fractal prediction model developed for dry-friction rough joint surfaces considering elastic-plastic contact [J]. *Acta Mechanica*, 2018, 229(9): 1-14.
- [17] 孙见君. 机械密封泄漏预测理论及其应用研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2006.
(Sun Jian-jun. Mechanical seal leakage prediction theory and its application [D]. Nanjing: Nanjing University of Technology, 2006.)

(上接第 525 页)

- [7] Noda T, Nagaoka N, Ametani A. Fault-surge calculation using phase-domain ARMA line model [J]. *Electrical Engineering in Japan*, 2015, 121(3): 27-35.
- [8] Pan C, Wang J, Wang J, et al. Dynamics of an unsteady stagnation vortical flow via dynamic mode decomposition analysis [J]. *Experiments in Fluids*, 2017, 58(3): 21-26.
- [9] Honarbakhsh B, Tavakoli A. Application of an IE-based domain decomposition method for analysis of planar microstrip array structures; mesh less approach [J]. *Applied Computational Electromagnetics Society Journal*, 2015, 30

(8): 884-890.

- [10] 李瑞莹,康锐. 基于 ARMA 模型的故障率预测方法研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2008(8): 1588-1591.
(Li Rui-ying, Kang Rui. Research on failure rate forecasting method based on ARMA model [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008(8): 1588-1591.)
- [11] 王燕. 应用时间序列分析 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2005.
(Wang Yan. Application time series analysis [M]. Beijing: China Renmin University Press, 2005.)