

基于子结构模态综合法的重型牵引车优化设计

李播博¹, 袁惠群², 王光定¹, 孙红运¹
(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 东北大学 理学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 以某重型牵引车为研究对象,采用子结构建模法,建立了包含各悬挂部件和负载的缩减整车动力学仿真模型. 分析了该模型的固有特性,并与传统建模方法建立的整车模型的固有特性结果进行对比,验证了该模型的正确性. 利用子结构模态综合法,研究了整车的动力学响应,并与实车实验测试结果进行对比. 结合六西格玛优化设计理论,对重型牵引车进行稳健性优化. 结果表明:所提的动力学仿真模型能有效模拟整车的动力学特性;重型牵引车在满足设计寿命的前提下,系统的抗干扰能力得到了提升,并且实现了整车的轻量化.

关 键 词: 重型牵引车;固有特性;子结构模态综合法;稳健性优化;轻量化

中图分类号: U 463. 99 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2019)04-0531-07

Optimization Design of Heavy-Duty Tractor Based on Sub-structure Modal Synthesis Method

LI Bo-bo¹, YUAN Hui-qun², WANG Guang-ding¹, SUN Hong-yun¹
(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;
2. School of Sciences, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: YUAN Hui-qun, E-mail: yuan_hq@163.com)

Abstract: Taking a heavy-duty tractor as the research object and the sub-structure modeling method was used to establish a reduced vehicle dynamics simulation model including each suspension component and load. The intrinsic characteristics of the model were analyzed and compared with the inherent characteristics of the vehicle model established by the traditional modeling method. The correctness of the model was verified. The sub-structure modal synthesis method was used to study the dynamic response of the vehicle, and compared with the actual vehicle test results. Combined with six sigma optimization design theory and the robustness of heavy tractors was optimized. The results showed that the as-proposed dynamic simulation model can effectively simulate the dynamic characteristics of the vehicle. Under the premise of satisfying the design life, the heavy-duty tractor has improved the anti-interference ability of the system and realized the lightweight of the whole vehicle.

Key words: heavy-duty tractor; inherent characteristics; substructure modal synthesis method; robustness optimization; lightweight

重型牵引车作为重要的交通运输工具,是衡量一个国家物流和经济发展水平的关键因素之一. 针对重型牵引车的相关研究具有重要的工程应用价值和意义,并且,重型牵引车的动力学特性和优化设计仍需要进一步的深入研究.

目前,国内外众多学者对重型牵引车进行了一系列的相关研究,并取得了一定的研究成果. 文献[1-2]以某车架为研究对象,采用拓扑优化设计方法,建立了满足工程要求的新结构;文献[3]依据某自卸车车架模型,分析了结构的固有特性,在保证车架低阶模态频率不变的前提下,以车架轻量化为目标,对构件的厚度进行优化. 文献[4]

以车架刚度为研究目标,对车架进行结构优化.文献[5-6]建立了四分之一的汽车模型,提出了一种基于随机道路激励下的悬架阻尼和刚度的优化方法,得到了具有代表性的参数优化结果,提高了汽车性能.文献[7]建立了 11 自由度的轿车整车平顺性集中参数模型,结合蒙特卡罗法和稳健性优化技术,分别对悬架参数进行多目标确定性优化和稳健性优化.文献[8-10]建立了简化的车辆悬架模型,采用多目标优化方法对汽车悬架进行灵敏度分析.

本文针对某新型重型牵引车,采用子结构建模方法,建立了缩减的整车动力学仿真模型,与传统的建模方法相比,建立的仿真模型更为精确.通过对仿真模型进行模态分析和动力学响应分析,获得了整车在随机激励下的动响应结果,并与实验测试结果进行对比,验证了该模型和动力学分析方法的正确性.同时,利用正交实验设计和六西格玛优化方法,对整车进行了稳健性优化.

1 动力学建模

1.1 子结构模态综合法

子结构模态综合法是一种将大规模模型缩减成不同层级子模型的技术.对于系统模型来说,子结构模型以单独单元的形式出现在模型中.通过该缩减技术,可大大降低分析模型的规模.本文基于子结构建模方法建立了缩减的整车动力学仿真模型.

对于考虑子结构的有限元缩减模型,其一般受迫振动方程为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F. \quad (1)$$

不考虑阻尼影响时,振动方程为

$$M\ddot{u} + Ku = F. \quad (2)$$

式中: M 、 C 和 K 分别为子结构模型的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; F 为施加在子结构模型上的力向量, $F = \begin{bmatrix} f_r \\ 0 \end{bmatrix}$; u 为模型的位移向量, $u = \begin{bmatrix} u_r \\ u_e \end{bmatrix}$.

假定子结构模型内部自由度为 u_e , 边界保留自由度为 u_r 时,子结构模型的质量矩阵、刚度矩阵分别为

$$M = \begin{bmatrix} M_{rr} & M_{re} \\ M_{er} & M_{ee} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_{rr} & K_{re} \\ K_{er} & K_{ee} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),得

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{re} \\ M_{er} & M_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_r \\ \ddot{u}_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{rr} & K_{re} \\ K_{er} & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_r \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

式中: f_r 为作用于子结构模型保留节点处的节点力.当子结构模型保留自由度被约束时,即 $u_r = 0$,可得

$$M_{ee}\ddot{u}_e + K_{ee}u_e = 0. \quad (5)$$

根据式(5),可以解得子结构模型的正则化模态 ϕ_N ,该正则化模态是由低阶模态 ϕ_l 和高阶模态 ϕ_h 所构成,即 $\phi_N = [\phi_l, \phi_h]$.

另外,正则化模态集满足

$$\phi_N^T M_{ee} \phi_N = E, \phi_N^T K_{ee} \phi_N = \Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_l & \\ & \Lambda_h \end{bmatrix}. \quad (6)$$

式中: $\Lambda_l = \text{diag}(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \dots, \lambda_l^2)$; $\Lambda_h = \text{diag}(\lambda_{l+1}^2, \lambda_{l+2}^2, \dots, \lambda_h^2)$; E 为单位矩阵.

由于在分析重型牵引车系统的振动模态时主要关注于系统的低阶模态,因此,高阶模态常常被忽略不予考虑.此时,选择系统的低阶模态集作为主模态集 ϕ_m ,即 $\phi_m = \phi_l$.

当不计子结构系统的惯性力时,由式(4)可得

$$\begin{bmatrix} K_{rr} & K_{re} \\ K_{er} & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_r \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式(7)经变换后可得

$$K_{er}u_r + K_{ee}u_e = 0. \quad (8)$$

式(8)移项后可得

$$u_e = -K_{ee}^{-1}K_{er}u_r. \quad (9)$$

假定子结构系统保留自由度处的位移向量 u_r 为单位矩阵 E ,内部自由度 u_e 为 ϕ_j ,即

$$u_r = E, u_e = \phi_j. \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)可得

$$\phi_j = -K_{ee}^{-1}K_{er}E = -K_{ee}^{-1}K_{er}. \quad (11)$$

令 ϕ_c 为系统的约束模态集,那么该约束模态集为

$$\phi_c = \begin{bmatrix} E \\ \phi_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ -K_{ee}^{-1}K_{er} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

对于编号为 i 的子结构的 Ritz 基向量为

$$\phi_i = [\phi_r, \phi_c]_i = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \phi_l & \phi_j \end{bmatrix}_i. \quad (13)$$

根据式(14)可实现系统从物理坐标向模态坐标的变换.

$$u = \phi p. \quad (14)$$

其扩展形式为

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & E \\ \phi_l & \phi_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_r \\ p_e \end{bmatrix}. \quad (15)$$

通过以上的坐标变换,可得系统在模态坐标

下的运动方程为

$$\overline{M}\ddot{u} + \overline{K}u = \overline{F}. \tag{16}$$

式中：

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \phi^T M \phi = \begin{bmatrix} \overline{M}_{rr} & \overline{M}_{re} \\ \overline{M}_{er} & E \end{bmatrix}; \\ \overline{F} &= \phi^T F = \begin{bmatrix} 0 & \phi_1 \\ E & \phi_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_r \\ 0 \end{bmatrix}; \\ \overline{K} &= \phi^T K \phi = \begin{bmatrix} \overline{K}_{rr} & 0 \\ 0 & \overline{K}_{ee} \end{bmatrix}; \\ \overline{M}_{rr} &= M_{rr} + \phi_j^T M_{ee} \phi_j + M_{re} \phi_j + \phi_j^T M_{er}; \\ \overline{M}_{re} &= \overline{M}_{er}^T = \phi_1^T M_{er} + \phi_1^T M_{ee} \phi_j; \\ \overline{K}_{ee} &= A_1; \overline{K}_{rr} = K_{rr} + K_{re} \phi_j. \end{aligned}$$

根据式(16),可以获得系统包含 n 个子结构模型的运动方程为

$$\begin{bmatrix} \overline{M}_1 & 0 \\ & \overline{M}_2 \\ & \ddots \\ 0 & \overline{M}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_1 \\ \ddot{p}_2 \\ \vdots \\ \ddot{p}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{K}_1 & 0 \\ & \overline{K}_2 \\ & \ddots \\ 0 & \overline{K}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{F}_1 \\ \overline{F}_2 \\ \vdots \\ \overline{F}_n \end{bmatrix}. \tag{17}$$

当子结构模型与系统的连接方式为刚性连接时,由力平衡条件和位移协调条件可得

$$\begin{aligned} f_{r1} + f_{r2} + \cdots + f_{rn} &= 0, \\ u_{r1} &= u_{r2} = \cdots = u_{rn}, n = 1, 2, \cdots, N. \end{aligned} \tag{18}$$

通过式(19)可实现系统由非独立坐标向广义坐标的变换：

$$p = \begin{bmatrix} p_{r1} \\ p_{e1} \\ p_{r2} \\ p_{e2} \\ \vdots \\ p_{rn} \\ p_{en} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & \cdots & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r \\ q_{e1} \\ q_{e2} \\ \vdots \\ q_{en} \end{bmatrix}. \tag{19}$$

其简化形式为

$$p = \beta q. \tag{20}$$

式中，

$$\beta = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & \cdots & 0 & 0 \\ E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ E & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & E \end{bmatrix}. \tag{21}$$

通过以上的变换过程,可获得系统在广义坐标下的运动方程为

$$\widetilde{M}_n \ddot{q}_n + \widetilde{K}_n q_n = \widetilde{F}_n. \tag{22}$$

式中：

$$\widetilde{M} = \beta^T \overline{M} \beta; \widetilde{K} = \beta^T \overline{K} \beta; \widetilde{F} = \beta^T \overline{F}.$$

根据式(22)可以获得系统的固有频率和广义坐标下的振型,广义坐标下的振型再经式(14)的坐标变换,从而获得系统在物理坐标下的振型结果.

1.2 动力学仿真模型

本文依据某重型牵引车整车模型,采用子结构建模方法,建立了包含各悬挂部件的缩减整车动力学仿真模型,仿真模型的网格数量由 4 380 449个缩减至 117 065 个,大大降低了系统的计算规模.图 1 给出了重型牵引车的实车和仿真模型.表 1 列出了整车重要部件材料的相关参数.

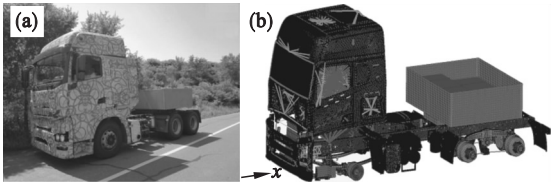


图 1 重型牵引车结构
Fig. 1 Structure of heavy-duty tractor
(a)—实车；(b)—仿真模型.

表 1 材料参数
Table 1 Material parameters

部件	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	E / GPa	μ
支架、纵梁、横梁	7 800	210	0.30
挡泥板	931.1	2.00	0.35
油箱	1 150	210	0.30
大支架	7 200	176	0.275
板簧	7 850	210	0.30
散热器	840	210	0.30
轮毂	7 000	169	0.275

为了验证所建立的缩减整车动力学仿真模型的准确性,本文对采用子结构建模方法和传统建模方法建立的整车模型进行模态分析,其系统的前 30 阶模态对比结果如图 2 所示.

由图 2 可知:各阶频率值对比偏差最大值不超过 3%.表明采用子结构方法所建立的整车模型能够有效地模拟系统的固有特性.同时,有效地缩减了整车模型的规模,提高了计算效率.

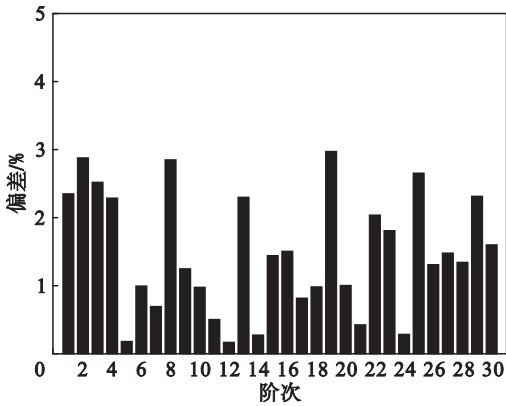


图 2 阶次对偏差的影响
Fig. 2 Effect of order on deviation

2 实验方案设计

本文搭建的 SoMateDAQ 数据采集系统包括: E - AC/24 型电源适配器、A02 - 002 型 SoMateDAQ 数据采集器、HLS - ICP 型传感器供电适配和调理模块、ICP 型加速度传感器、SPT - HLS - P0750 型压力传感器、SAC - EXT - MF - 2 型传感器连接电缆、M8400t 型 Windows 操作系统主机。

2.1 传感器布置

测点位置的选取关系到数据的可靠性和后续实验结果的准确性。实验加速度传感器的布置位置如图 3 所示。为了方便记录数据,对各传感器测点进行编号,1[#] ~ 7[#] 分别对应左前轴头、右前轴头、中左轴头、中右轴头、左后轴头、右后轴头及监测点。

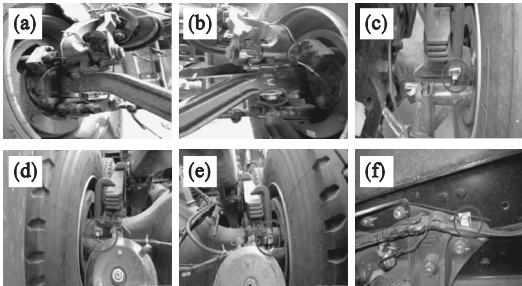


图 3 传感器布置
Fig. 3 Diagram of sensors layout

(a) — 1[#]; (b) — 2[#]; (c) — 3[#];
(d) — 5[#]; (e) — 6[#]; (f) — 7[#]。

2.2 测试信号

在某汽研中心道路实验场对某 6 × 4 重型牵引车进行道路实验。在实验过程中,考虑到载荷的不确定性,道路实验共进行六轮测试,每一轮测试路面包括大圆凸起路、小圆突起路、失修坑路、铁

轨路、大卵石路、搓板路、比利时路、鱼鳞坑路和扭曲路。每轮实验共采集时长为 720 s 的道路全载荷谱。图 4 给出了 1[#] 加速度传感器的时域测试信号。其中: a 为加速度; g 为重力加速度。

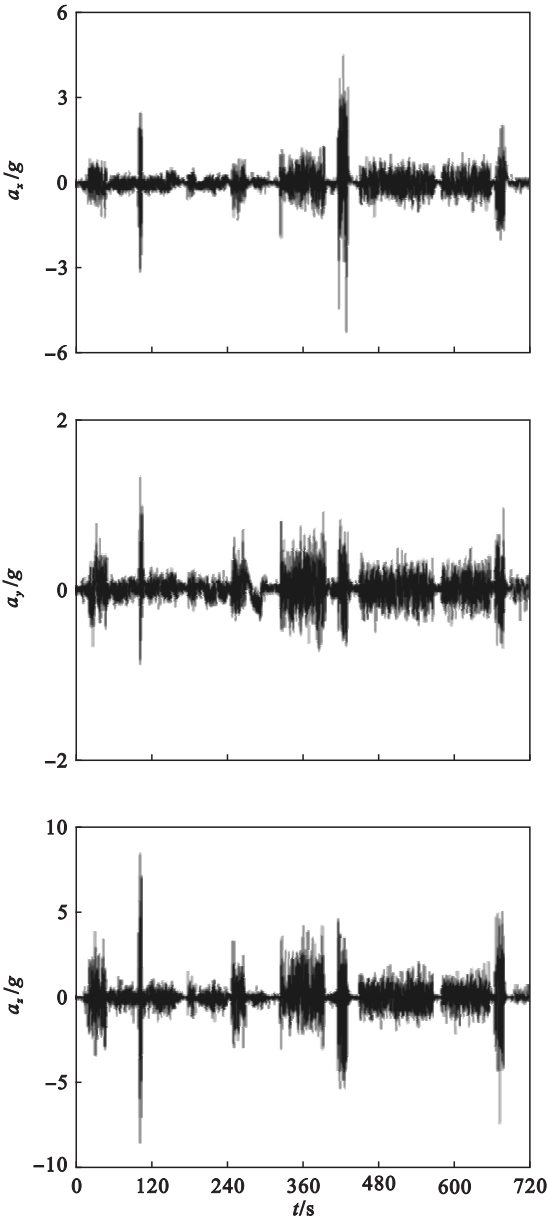


图 4 1[#] 时域测试信号
Fig. 4 Time domain testing signals of 1[#]

3 模型验证

采用基于模态综合法的瞬态动力学分析方法,研究了整车在随机激励下的动力学响应,并与实验测试结果进行对比,验证了分析方法的正确性。实验与仿真动响应对比结果如图 5 所示。其中,PSD 为功率谱密度。

由对比结果可知:实验结果与仿真结果在时域 x, y, z 三方向上的相关系数分别为 0.917 43,

0.973 88 和 0.934 91,均方根值和方差在时域三方向上的对比误差分别为 2.3%, 6.3%; 3.9%, 6.9% 和 6.6%, 6.4%. 仿真结果在频域 x,y,z 方向上的主要频率为 2.9, 12.3 Hz; 21.9, 24.8 Hz; 2.5, 13.1 Hz, 与实验结果的主要频率成分对比误差均不超过 3%, 表明仿真结果与实验结果吻合较好.

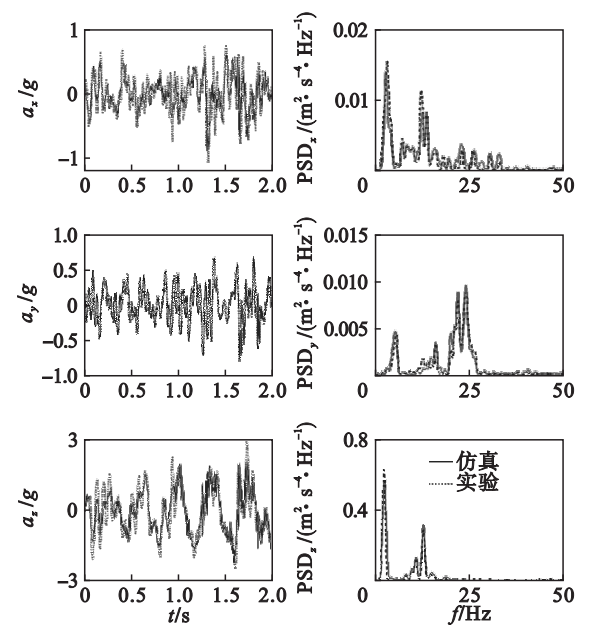


图 5 动响应对比

Fig. 5 Comparison of dynamic responses

4 结构优化研究

该文基于六西格玛设计 (DFSS) 方法确定对重型牵引车损伤影响较大位置处的厚度作为可控因子,以结构尺寸的制造误差导致尺寸波动、材料弹性模量的上下波动和驾驶员驾驶行为差异作为噪声因子 N . 其中,控制因子分别取为车架纵梁 A 厚度、后横梁 B 厚度、后横梁 C 厚度、后横梁 D 厚度、后横梁 E 厚度、角板 F 厚度、角板 G 厚度. 各控制因子的位置示意图如图 6 所示. 噪声因子取

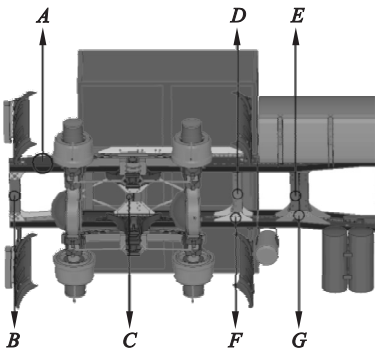


图 6 控制因子

Fig. 6 Schematic diagram of controlling factors

为两个水平,分别为 N_1 和 N_2 . N_1 表示所有控制因子厚度减少 0.2 mm,弹性模量值增加 0.05%; N_2 表示所有控制因子厚度增加 0.2 mm,弹性模量值降低 0.05%. 另外,考虑驾驶行为的影响,进一步地将各噪声因子水平分为三个子水平 (Q_1 , Q_2 和 Q_3). Q_1 代表温和的驾驶行为, Q_3 代表激烈的驾驶行为, Q_2 介于 Q_1 和 Q_3 之间. 根据各控制因子和噪声因子生成的正交实验表如表 2 所示.

表 2 正交实验表									
Table 2 Orthogonal test table									
内表							噪声因子		
							N_1		
							Q_1	Q_2	Q_3
A	B	C	D	E	F	G			
(1)8(1)6(1)8(1)6(1)7(1)7									
(1)8(1)6(1)8(2)5(2)5(2)5(2)5									
(1)8(2)5(2)6(1)6(1)6(2)5(2)5									
(1)8(2)5(2)6(2)5(2)5(1)7(1)7									
(2)6(1)6(2)6(1)6(2)5(1)7(2)5									
(2)6(1)6(2)6(2)5(1)6(2)5(1)7									
(2)6(2)5(1)8(1)6(2)5(2)5(1)7									
(2)6(2)5(1)8(2)5(1)6(1)7(2)5									

由正交实验设计方法共生成 8 组优化样本. 采用随机激励下的多轴疲劳损伤分析方法,获得各优化样本下的疲劳损伤分布,提取车架局部重点部位的疲劳损伤进行稳健性分析,研究整车的寻优过程. 整车纵梁和横梁的材料寿命特性曲线如图 7 所示.

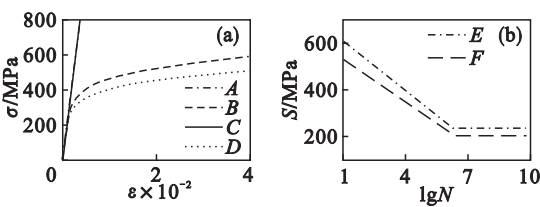


图 7 材料特性曲线

Fig. 7 Material characteristic curves

(a)— $\sigma-\varepsilon$ 曲线; (b)— $S-N$ 曲线.

图 8 给出了整车车架局部易损部位示意图.

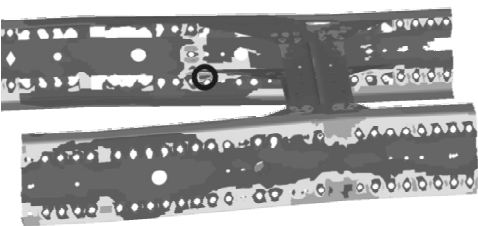


图 8 局部易损部位

Fig. 8 Local dangerous site

以整车车架局部易损部位为例,对整车进行优化设计研究.表 3 列出了各控制因子优化后的厚度分布.表 4 给出了易损部位的优化样本损伤结果.

表 3 优化参数分布

Table 3 Optimized parameters distribution mm

A	B	C	D	E	F	G
6	6	8	6	6	7	5

表 4 易损部位损伤

Table 4 Fatigue damage of dangerous site

10⁻⁷

编号	N ₁			N ₂		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	2.189	3.873	2.291	0.569 5	1.043	0.588 9
2	407.8	594.0	423.5	152.9	233.5	161.0
3	414.6	597.5	435.8	154.0	231.8	163.6
4	2.244	4.116	2.330	0.586 4	1.117	0.603 2
5	389.5	514.4	398.1	159.4	223.0	166.6
6	2.521	4.004	2.511	0.717 9	1.212	0.733 2
7	2.530	4.117	2.458	0.714 6	1.240	0.716 8
8	417.5	546.8	427.9	169.6	235.1	177.7

在稳健性优化设计中,信噪比是度量产品质量特性抗干扰能力的重要指标,且信噪比数值越大质量损失越小,产品特性越稳健.根据正交实验样本,分别计算不同控制因子在不同水平下的信噪比,其结果如图 9 所示.

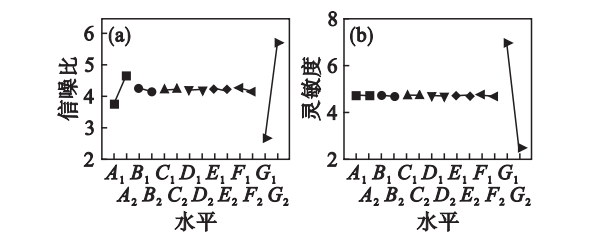


图 9 信噪比和灵敏度分布
Fig. 9 Distribution of signal to noise ratio and sensitivity
(a)—信噪比;(b)—灵敏度.

根据图 9 控制因子的信噪比和灵敏度分布可知,A~G 位置处的信噪比均有变化.其中,A,G 位置的信噪比和灵敏度相对于 B,C,D,E 和 F 位置变化显著,表明 A 和 G 部位对制造误差引起的尺寸波动、材料弹性模量波动以及驾驶员驾驶行为差异的变化越敏感.根据信噪比越大,灵敏度越小,系统越稳健的原则,在优化过程中,A 和 G 控制因子应选择第二水平,其余控制因子选择第一水平,即车架纵梁 A 的厚度由 8 mm 减小至

6 mm,横梁角板 G 的厚度由 7 mm 减小至 5 mm.优化后系统的信噪比由 2.336 增大至 6.305,灵敏度由 7.031 减小至 2.493.表明系统抵抗结构尺寸波动、材料弹性模量波动和驾驶员驾驶行为差异的能力得到了提高;同时,由于结构局部厚度尺寸减小,优化后整车的质量由 17 409.8 kg 减小至 17 320.6 kg,减轻达 0.51%,实现了结构的轻量化.

5 结 论

- 1) 基于子结构建模法,建立的缩减整车动力学仿真模型,在保证分析精度的条件下,有效降低了仿真分析的规模.
- 2) 基于稳健性优化设计理论,考虑多因素的影响,获得了抗干扰能力更强的参数分布.研究发现:优化后结构的信噪比由 2.336 提升至 6.305,灵敏度由 7.031 减小至 2.493,表明系统抵抗结构尺寸波动、材料弹性模量波动和驾驶员驾驶行为差异的能力得到了提高.同时,整车质量由 17 409.8 kg 减至 17 320.6 kg,减轻达 0.51%,实现了结构的轻量化.

参考文献:

[1] 扶原放,金达锋,乔蔚炜.微型电动车车架结构优化设计方法[J].机械工程学报,2009,45(9):210-213.
(Fu Yuan-fang, Jin Da-feng, Qiao Wei-wei. Optimization method for a mini electric vehicle frame structure[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 210-213.)

[2] 扶原放,金达锋,乔蔚炜.惯性释放原理在车架结构优化设计中的应用[J].机械设计与研究,2009,25(1):65-67.
(Fu Yuan-fang, Jin Da-feng, Qiao Wei-wei. Application of inertia relief in vehicle frame structure optimization [J]. Machine Design and Research, 2009, 25(1): 65-67.)

[3] 王铁,赵震,陈峙.基于灵敏度分析的自卸车车架优化设计[J].太原理工大学学报,2012,43(5):610-614.
(Wang Tie, Zhao Zhen, Chen Zhi. Optimization design of truck frame based on the sensitivity analysis [J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2012, 43(5): 610-614.)

[4] 任明,孙涛,石永金.基于刚度分析的某商用车车架结构优化[J].机械设计与制造,2017,5(9):5-8.
(Ren Ming, Sun Tao, Shi Yong-jin. Structure optimization of the commercial vehicle frame based on stiffness analysis [J]. Machinery Design and Manufacture, 2017, 5(9): 5-8.)

[5] Verros G, Natsiavas S. Design optimization of quarter-car models with passive and semi-active suspensions under random road excitation [J]. Journal of Vibration and Control, 2005, 11(11): 581-606.

[6] Chatillon M M, Jezequel L, Coutant P. Hierarchical optimization of the design parameters of a vehicle suspension system [J]. Vehicle System Dynamics, 2006, 44 (11): 817-839.

[7] 莫旭辉,赵宇航,钟志华.基于 6σ 稳健性方法的汽车行驶平顺性优化 [J].中南大学学报,2012,43(11):4286-4292.