

基于随机载荷和强度退化的可靠性灵敏度分析

杨 周¹, 郭丙帅¹, 张义民^{1,2}, 顾洛玮¹
(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 沈阳化工大学 装备可靠性研究所, 辽宁 沈阳 110142)

摘 要: 针对随机载荷和强度退化所引起的动态可靠性问题,将载荷和强度同时考虑成随机过程,利用顺序统计理论得出最大等效载荷,利用 Gamma 过程来描述机械零件的强度退化过程,并对零件进行动态可靠性建模.在此基础上,运用随机摄动理论和四阶矩技术给出了动态可靠性灵敏度的求解公式,解决了参数服从任意分布的灵敏度求解问题.以零件螺栓为例建立了可靠性动态模型,给出了各参数变量的灵敏度随时间变化的动态曲线,并用 Monte Carlo 方法进行了验证,结果表明所建立的模型能准确反映出机械零件的可靠性随使用时间的变化规律.

关 键 词: 机械零件;随机载荷;Gamma 过程;四阶矩;灵敏度分析
中图分类号: TH 122 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2019)05-0678-06

Reliability Sensitivity Analysis Based on Random Load and Strength Degradation

YANG Zhou¹, GUO Bing-shuai¹, ZHANG Yi-min^{1,2}, GU Luo-wei¹
(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Equipment Reliability Institute, Shenyang University of Chemical Technology, Shenyang 110142, China. Corresponding author: YANG Zhou, E-mail: yangzhou@mail.neu.edu.cn)

Abstract: In order to solve the dynamic reliability problem caused by random load and strength degradation, the load and strength are considered as stochastic processes simultaneously. The maximum equivalent load is obtained by using the theory of sequence statistics, the strength degradation process of mechanical parts is described by Gamma process, and the dynamic reliability model is established. Consequently using the stochastic perturbation theory and the fourth-order moment technique, the solution formula for the dynamic reliability sensitivity is derived, solving the sensitivity problem of the parameters from arbitrary distribution. For variation, a dynamic reliability model for screw bolts was established. The dynamic curves of the sensitivity of each parameter variable vs. time were calculated with the said model, and were also verified by Monte Carlo method. The results show that the established model indicates the rule of reliability change of mechanical parts vs. time accurately.

Key words: mechanical parts; random load; Gamma process; fourth-order moment; sensitivity analysis

传统的零件可靠度计算是直接运用应力-强度干涉模型进行计算的,将零件所受的载荷和材料强度当成某一固定的值^[1-4].但是实际上载荷大多是多次反复作用的,具有很大的随机性,在计算可靠度时如果忽略载荷的影响会使计算结果产生较大的偏差.此外零件本身也存在着随着使用时间的增加零件材料强度随之逐渐退化的问题.对于机械零件的可靠度来说,这两方面的因素是极为重要的.Andrieu等^[5]对可靠性技术理论进行了深入的研究并提出了一种计算动态可靠度的模型;赵建印等^[6-7]在传统的应力-强度干涉模型的基础上分别考虑了周期性随机应力和复合应

力的影响;Huang 等^[8]研究了变量的随机性,并建立了广义动态的干涉模型;Noortwijk 等^[9]对某些常见零部件的强度退化进行了深入研究,并统计分析强度服从 Gamma 过程时零部件的可靠性变化,给出了强度退化下的动态应力-强度模型。

本文采用随机摄动法、顺序统计理论、剩余强度理论等研究了考虑随机载荷和强度退化下的机械零件的动态可靠性问题,并利用四阶矩法对其进行灵敏度求解。以零件螺栓为例,得出了随时间变化的螺栓可靠度和灵敏度的变化曲线,研究了各基本变量的变化对螺栓可靠度的影响程度,并通过 Monte Carlo 方法验证了该方法的有效性。

1 可靠性设计的摄动法

在静态可靠性分析中,由干涉理论可知零件的临界失效状态方程可表示为

$$g(\mathbf{X}) = r - s. \quad (1)$$

式中: r 为材料强度; s 为载荷; $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ 为零部件的参数向量; n 是随机参数的数量。零部件的状态可表示为

$$\left. \begin{aligned} g(\mathbf{X}) &\leq 0, & \text{为失效状态;} \\ g(\mathbf{X}) &\geq 0, & \text{为安全状态.} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由随机摄动理论可知,参数 \mathbf{X} 和函数 $g(\mathbf{X})$ 可分别展开为

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_d + \varepsilon \mathbf{X}_p, \quad (3)$$

$$g(\mathbf{X}) = g_d(\mathbf{X}) + \varepsilon g_p(\mathbf{X}). \quad (4)$$

其中: \mathbf{d} 代表变量中的已知部分; \mathbf{p} 代表变量中具有零均值的随机部分,其值远远小于确定部分的值; ε 是一个很小的参数,其绝对值在 0~1 之间。

依据随机分析原理^[10]可推导出 $g(\mathbf{X})$ 的前四阶矩分别为

$$\left. \begin{aligned} \mu_g &= E[g(\mathbf{X})] = g_d(\mathbf{X}), \\ \sigma_g^2 &= \text{Var}[g(\mathbf{X})] = \left(\frac{\partial g_d(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[2]} \text{Var}(\mathbf{X}), \\ \theta_g &= C_3[g(\mathbf{X})] = \left(\frac{\partial g_d(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[3]} C_3(\mathbf{X}), \\ \eta_g &= C_4[g(\mathbf{X})] = \left(\frac{\partial g_d(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[4]} C_4(\mathbf{X}). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $(\cdot)^{[k]} = (\cdot)^{[k-1]}(\cdot) = (\cdot) \otimes (\cdot) \cdots \otimes (\cdot)$ 为 Kronecker 幂, \otimes 表示 Kronecker 积; $\text{Var}(\mathbf{X})$ 表示 \mathbf{X} 的方差; $C_3(\mathbf{X})$ 表示 \mathbf{X} 的三阶矩; $C_4(\mathbf{X})$ 则是 \mathbf{X} 的四阶矩。

将 $g(\mathbf{X})$ 对参数 \mathbf{X} 求偏导数可得

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}^T} = \left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \quad \frac{\partial g}{\partial X_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial g}{\partial X_n} \right]. \quad (6)$$

将 $\partial g / \partial \mathbf{X}^T$ 代入到式(5)中,可以得到 $g(\mathbf{X})$ 前四阶矩的具体表达式。

二阶矩方法和四阶矩方法是两种比较准确有效的可靠度求解方法,其可靠性指标分别由以下两式计算:

$$\beta_{SM} = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{E[g(\mathbf{X})]}{\sqrt{\text{Var}[g(\mathbf{X})]}}, \quad (7)$$

$$\beta_{FM} = \frac{3(a_{4g} - 1)\beta_{SM} + a_{3g}(\beta_{SM}^2 - 1)}{\sqrt{(9a_{4g} - 5a_{3g}^2 - 9)(a_{4g} - 1)}}. \quad (8)$$

其中: $a_{3g} = \theta_g / \sigma_g^3$; $a_{4g} = \eta_g / \sigma_g^4$ 。当随机参数为正态分布时,可以直接用式(7)求出其可靠度指标,进而求出可靠度。然而实际上随机参数的分布函数大多是无法知道的,但能确定其前四阶矩的具体数值,这时就可用式(8)求出其可靠度指标,然后再求出可靠度。可靠度计算公式可用式(9)来表示:

$$R = \varphi(\beta). \quad (9)$$

其中, $\varphi(\cdot)$ 为标准正态分布函数。

2 动态可靠性建模

2.1 载荷随时间的变化

由于载荷的出现及其大小都是一个随机过程,因此在研究载荷作用的过程中,必须将随机载荷作用过程转变为设计服役期内最大等效载荷才能进行分析计算。故可将整个过程拆分成多个相同的小过程,记录其峰值的分布情况,并把载荷峰值看作在每个时间段内失效时的最大等效载荷,得到载荷峰值在整个时段内的分布函数。整个过程中载荷的出现及大小都是随机变化的,但最大载荷的期望是不变的,即在整个过程中最大载荷的期望值不会随时间的改变而发生改变。现对载荷模型作如下处理:

1) 将载荷作用时间 T 平均分成 n 个时段,并用 τ 来表示。

2) 统计各个时间段内的最大载荷 s_i , 并确定其分布函数 $F_\tau(x)$ 。

3) 假设各个时间段的最大载荷相互独立并具有相同的概率分布函数。

现在将这 n 个作用载荷看作是从整个载荷母体里抽取的 n 个,并且规定这 n 次载荷中的载荷最大值为 s_{\max} ,如果在 s_{\max} 作用下零件是可靠的,则在 n 次载荷中的其他载荷作用下零件也是可靠的,也就是说使零件可靠的条件是载荷的最大值小于其强度值。故研究零件在 n 次随机载荷作用下的可靠度问题就归结为求零件在最大载荷作用

下的可靠度. 由顺序统计理论可知, n 次随机载荷作用下的最大载荷 s_{\max} 实际上就是由载荷样本 (S_1, S_2, \dots, S_n) 所构成的最大顺序统计量. 连续 n 个时段最大载荷的分布函数可以根据最大项的极值分布理论得到:

$$F_{\tau}(x) = P(\max_{1 \leq i \leq n} s_i \leq x) = \prod_{i=1}^n P(s_i \leq x) = [F_{\tau}(x)]^n. \tag{10}$$

当时段 n 很小时可以通过式(10)求出最大载荷的分布函数,但如果时段 n 很大时计算则变得特别繁琐. 当 n 个载荷随机变量相互独立时,通过渐近分布理论可知其载荷最大值分布服从极值 I 型分布^[11],现作分析与证明.

假设参数向量 \mathbf{X} 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 它的概率分布函数为

$$F_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \tag{11}$$

令 \mathbf{X} 的最大值为 Z_n , 则 Z_n 的分布函数为

$$F_{Z_n}(z) = F_C\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right) = \exp(-e^{-\alpha_T(\frac{z-\mu}{\sigma}-u_T)}). \tag{12}$$

式中: $\alpha_T = \sqrt{2\ln n}$; $u_T = \sqrt{2\ln n} - (\ln \ln n + \ln 4\pi)/2\sqrt{2\ln n}$.

通过极值 I 型分布的相关理论可知, Z_n 的均值和方差分别为

$$E(Z_n) = 0.5572/\alpha_n + \sigma \sqrt{2\ln n} - \sigma \frac{\ln \ln n + \ln 4\pi}{2\sqrt{2\ln n}} + \mu, \tag{13}$$

$$\text{Var}(Z_n) = \frac{\pi^2}{6\alpha_n^2}. \tag{14}$$

式中: $\alpha_n = \frac{\alpha_T}{\sigma} = \frac{\sqrt{2\ln n}}{\sigma}$; 常数 0.5572 为欧拉常数.

通过上述公式就可以推导出等效载荷的分布函数, 计算式(13)和式(14)就可求出其均值和方差, 计算式(15)就可以求出其可靠度:

$$R(t) = P\{r > \max s(t_i), i \in [0, n]\}. \tag{15}$$

其中, $\max s(t_i)$ 为 $0-t$ 时段的最大等效载荷.

2.2 材料强度随时间的变化

零件的材料强度会随着工作时间的延长而逐渐降低, 是随着时间不断变化的, 所以在计算零件可靠度时应该把强度退化的影响考虑进来. Gamma 退化过程是一个服从某一具体参数并且具有非负独立增量的随机过程^[12-13], 非常适用于描述一系列随时间累积的且逐渐单调裂化的过程, 如零件的腐蚀、疲劳及裂纹的增长和扩展等.

在实际工作中由于受众多外界因素的影响, 致使零件的强度退化是随机的, 并且是单向递减的. 因此本文采用 Gamma 过程来描述零件的强度裂化过程.

Gamma 过程定义如下: 假设 \mathbf{X} 服从 Gamma 分布, 其密度函数可表示为

$$G_a(x|v, u) = \frac{u^v x^{v-1} \exp(-ux)}{\Gamma(v)} I_{(0, \infty)}(x). \tag{16}$$

式中: $\Gamma(v) = \int_{z=0}^{\infty} z^{\alpha-1} e^{-z} dz, v > 0$, 为 Gamma 函数; $I_{(0, \infty)}(x) = \begin{cases} 1, x \in [0, \infty] \\ 0, x \notin [0, \infty] \end{cases}$; u 和 v 分别表示尺寸参数和形状参数, 且有 $u > 0, v > 0$; 其中 u 是一个大于零的实数, 而 v 是一个连续非减的实值函数, 并且有 $v(0) \equiv 0$, 当 $v(t)$ 为线性函数时, Gamma 过程是平稳的, 当 $v(t)$ 为非线性函数时, Gamma 过程则是非平稳的. Gamma 过程具有以下 3 条性质:

- 1) $\mathbf{X}(0) = 0$;
- 2) $\forall \tau > t \geq 0, \mathbf{X}(\tau) - \mathbf{X}(t) \sim G_a(v(\tau) - v(t), u)$;
- 3) $\mathbf{X}(t)$ 具有独立的增量.

现用 $\mathbf{X}(t)$ 表示机械零件强度在 t 时刻的退化量, 根据 Gamma 过程的定义可知, 此时 $\mathbf{X}(t)$ 的均值和方差可表示为

$$E[\mathbf{X}(t)] = \frac{v(t)}{u}, \tag{17}$$

$$\text{Var}[\mathbf{X}(t)] = \frac{v(t)}{u^2}. \tag{18}$$

由文献[14]可知, t 时刻的均值通常与时间的幂律成正比, 即强度的均值公式可以由式(19)代替:

$$E[\mathbf{X}(t)] = \frac{ct^b}{u} = at^b \propto t^b. \tag{19}$$

式中, a, b 和 c 均是大于零的实数, 且 $b \neq 1$, 在实际计算中, 可以采用最大似然法^[14]来计算参数 c, b 和 u .

2.3 动态可靠性模型的建立

假定某零件的强度服从 Gamma 过程, 初始强度为 r_0 , 强度退化量为 $\delta(t)$, 则 t 时刻零件的剩余强度 $r(t)$ 可以用 r_0 和 $\delta(t)$ 所构成的函数来表示, 即 $r(t) = r_0 - \delta(t)$. 零件所受的应力随机过程为 $\sigma(\mathbf{Y}, t)$, \mathbf{Y} 为与应力作用相关的参数向量, 且 $\sigma(\mathbf{Y}, t), r_0$ 与 $\delta(t)$ 之间相互独立, 基本参数向量 $\mathbf{X} = (r_0, \mathbf{Y})^T$, 由式(1)可知, 零件在 t 时刻的功能函数为

$$g(\boldsymbol{X},t)=r(t)-\sigma(\boldsymbol{Y},t).$$

(20)

动态可靠度指标为

$$\beta(t)=\frac{\mu_g}{\sigma_g}=\frac{E[g(\boldsymbol{X},t)]}{\sqrt{\text{Var}[g(\boldsymbol{X},t)]}}.$$

(21)

而此时的结构可靠度为

$$R(t)=\varphi(\beta(t))=P\{r(t)>\sigma(\boldsymbol{Y},t),t\in[0,T]\}.$$

(22)

本文所建立的动态应力-强度干涉模型将载荷和强度同时考虑成随机过程,使之更接近于工程实际.

3 可靠性灵敏度分析

运用四阶矩法求解机械零件各参数灵敏度问题是一种比较实用有效的方法,可先利用式(7)得到零件的二阶矩可靠度指标 β_{SM} ,再利用式(8)求出其四阶矩可靠度指标 β_{FM} ,在此基础上对参数 \boldsymbol{X} 进行灵敏度计算,灵敏度公式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta_{\text{FM}}}{\partial \sigma_g} = & -\left[\frac{12a_{4g}\beta_{\text{SM}}}{\sigma_g} + \frac{3a_{3g}(\beta_{\text{SM}}^2 - 1)}{\sigma_g}\right] \Big/ \left[(9a_{4g} - 5a_{3g}^2 - 9)(a_{4g} - 1)\right]^{1/2} - \\ & \left[\left(-\frac{36a_{4g}}{\sigma_g} + \frac{30a_{3g}^2}{\sigma_g}\right)(a_{4g} - 1) - (9a_{4g} - 5a_{3g}^2 - 9)\frac{4a_{4g}}{\sigma_g}\right] \Big/ 2\left[(9a_{4g} - 5a_{3g}^2 - 9)^3(a_{4g} - 1)^3\right]^{1/2} - \\ & [3(a_{4g} - 1)\beta_{\text{SM}} + a_{3g}(\beta_{\text{SM}}^2 - 1)]/2\left[(9a_{4g} - 5a_{3g}^2 - 9)^3(a_{4g} - 1)^3\right]^{1/2}. \end{aligned}$$

(31)

把以上结果代入式(22)和式(23)就能得出各参数的均值灵敏度和方差灵敏度.

4 设计实例

为了验证本文所述方法是否正确,以机械零件螺栓为例.某型号圆形螺栓结构如图 1 所示,通过最大似然法求得螺栓的 Gamma 强度退化过程的三个参数分别为 $u=5, b=0.5, c=0.4$.螺栓其他的相关参数见表 1.

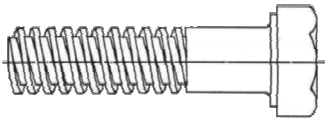


图 1 螺栓示意图

Fig. 1 Screw bolt schemative diagram

表 1 螺栓的相关参数

Table 1 Relative parameters of bolts

螺栓参数	均值	标准差	四阶矩
r_0/MPa	143.3	11.5	5.24×10^5
P/kN	24	1.44	12.90
d/mm	12.50	6.25×10^{-2}	4.58×10^{-5}
N	2	—	—

$$\frac{\text{d}R(\beta_{\text{FM}})}{\text{d}\boldsymbol{X}^{\text{T}}} = \frac{\partial R(\beta_{\text{FM}})}{\partial \beta_{\text{FM}}} \frac{\partial \beta_{\text{FM}}}{\partial \beta_{\text{SM}}} \frac{\partial \beta_{\text{SM}}}{\partial \mu_g} \frac{\partial \mu_g}{\partial \boldsymbol{X}^{\text{T}}},$$

(23)

$$\frac{\text{d}R(\beta_{\text{FM}})}{\text{d}\text{Var}(\boldsymbol{X})} = \left[\frac{\partial R(\beta_{\text{FM}})}{\partial \beta_{\text{FM}}} \left(\frac{\partial \beta_{\text{FM}}}{\partial \beta_{\text{SM}}} \frac{\partial \beta_{\text{SM}}}{\partial \sigma_g} + \frac{\partial \beta_{\text{FM}}}{\partial \sigma_g}\right)\right] \times \frac{\partial \sigma_g}{\partial \text{Var}(\boldsymbol{X})}.$$

(24)

式中:

$$\frac{\partial R(\beta_{\text{FM}})}{\partial \beta_{\text{FM}}} = \varphi(\beta_{\text{FM}}),$$

(25)

$$\frac{\partial \beta_{\text{FM}}}{\partial \beta_{\text{SM}}} = \frac{3(a_{4g} - 1) + 2a_{3g}\beta_{\text{SM}}}{\sqrt{(9a_{4g} - 5a_{3g}^2 - 9)(a_{4g} - 1)}},$$

(26)

$$\frac{\partial \beta_{\text{SM}}}{\partial \mu_g} = \frac{1}{\sigma_g},$$

(27)

$$\frac{\partial \mu_g}{\partial \boldsymbol{X}^{\text{T}}} = \left[\frac{\partial g}{\partial X_1} \quad \frac{\partial g}{\partial X_2} \quad \cdots \quad \frac{\partial g}{\partial X_n}\right],$$

(28)

$$\frac{\partial \beta_{\text{SM}}}{\partial \sigma_g} = -\frac{\mu_g}{\sigma_g^2},$$

(29)

$$\frac{\partial \sigma_g}{\partial \text{Var}(\boldsymbol{X})} = \frac{1}{2\sigma_g} \left[\frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{X}} \otimes \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{X}}\right],$$

(30)

圆形螺栓在正常使用时所受的应力为

$$s = \frac{4P}{N\pi d^2}.$$

(32)

因此螺栓的状态函数的表达式可表示为

$$g(\boldsymbol{X},t)=r(t)-s(\boldsymbol{Y},t).$$

(33)

式中: $r(t)$ 为 t 时刻的螺栓强度值; $s(\boldsymbol{Y},t)$ 为 t 时刻螺栓所受的等效载荷值;基本随机向量 $\boldsymbol{X}=(r_0,\boldsymbol{Y})^{\text{T}}$; r_0 为螺栓的初始强度值; $\boldsymbol{Y}=(p(t), d)^{\text{T}}$; $p(t)$ 为 t 时刻螺栓所受的剪切载荷.

在初始时刻 $t=0$ 时,该模型相当于静态可靠性模型,应用本文的模型计算所得到的可靠度指标为 $\beta=3.515$,可靠度为 $R=0.999\,78$.从计算结果可以看出,本文计算所得的初始时刻的数值结果与静态可靠性模型所计算的结果相同,因此本文提出的计算可靠度的动态模型在数学理论上讲是正确的.随着工作时间的增加,强度开始发生退化,在设计工作期内求得螺栓的动态可靠度曲线如图 2 所示.

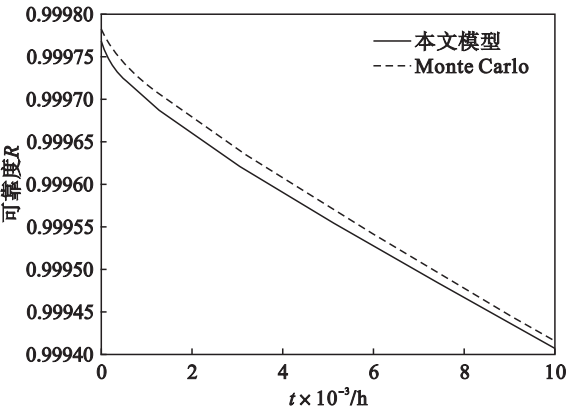


图 2 螺栓可靠度变化曲线

Fig. 2 Reliability variation curve of bolt

由图 2 可知螺栓的可靠度随着使用时间的增长而逐渐降低,两种方法得出的曲线变化趋势一致且吻合度较高,符合实际情况,证明了该模型的合理性.

图 3 和图 4 分别为螺栓各参数灵敏度的变化曲线.

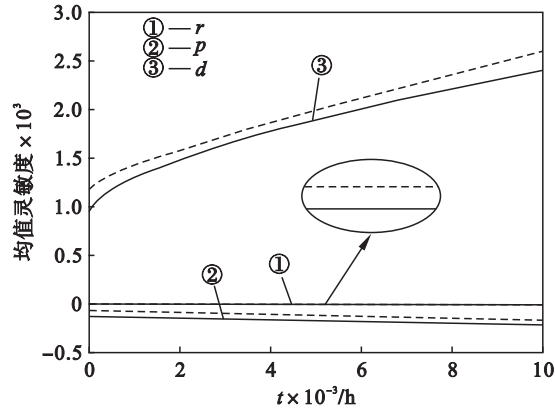


图 3 螺栓均值灵敏度变化曲线

Fig. 3 Average sensitivity variation curve of bolt

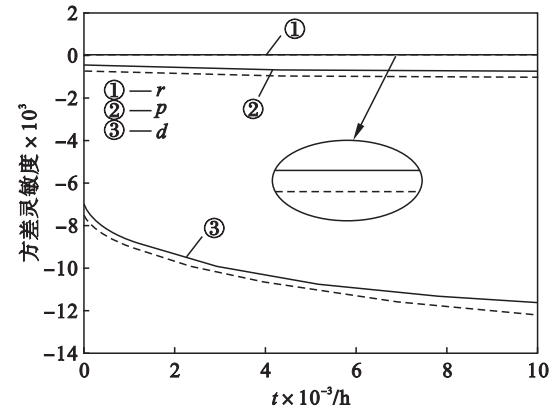


图 4 螺栓方差灵敏度变化曲线

Fig. 4 Variance sensitivity variation curve of bolt

从图中可以得知,无论是均值灵敏度曲线还是方差灵敏度曲线,其绝对值都随时间逐渐增大;螺栓截面直径的灵敏度增长速度最快,且直径均

值对螺栓可靠度的影响是正向的,这说明截面直径的均值越大,螺栓可靠度越大,螺栓就越可靠;但从方差灵敏度图像中可以看出,直径方差对螺栓可靠度呈现出负影响趋势,且这种趋势随着时间越来越大;另外剪切载荷的方差灵敏度曲线随着使用时间的增长也有微小的下降,但不是特别明显. 同样图中虚线也为 Monte Carlo 方法计算出来的结果,可以看出,无论是均值灵敏度还是方差灵敏度曲线,两种方法的结果基本一致.

图 5 为 Gamma 参数的灵敏度变化曲线. 从图 5 中能够看出螺栓可靠度对 Gamma 参数的灵敏度曲线的变化趋势,初始时刻灵敏度都比较小,随着使用时间的延长,参数 b 和 c 的灵敏度增长迅速. 另外 u 和 c 对螺栓可靠度的影响是负向的, b 对可靠度的影响是正向的,也就是说,参数 b 的值增大,螺栓的可靠度就增大,反之,参数 u 和 c 的值增大,螺栓的可靠度就会减小.

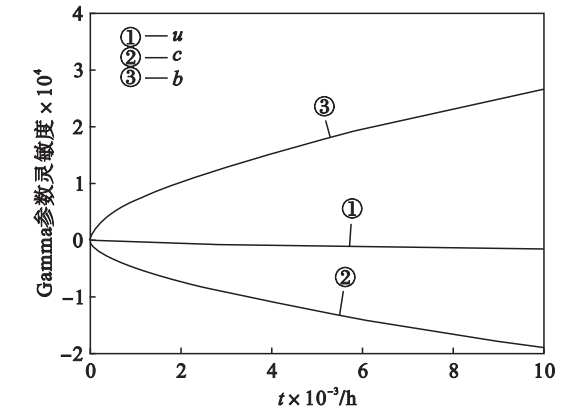


图 5 Gamma 参数的灵敏度变化曲线

Fig. 5 Sensitivity variation curve of Gamma parameters

5 结 论

1) 本文讨论了随机载荷的反复多次作用和 Gamma 强度退化过程,并从机械零件的实际工况出发,以应力 - 强度干涉理论为基础,对机械零件进行可靠性建模,分析了可靠度的动态变化规律.

2) 在此基础上,给出了用四阶矩理论求解灵敏度的计算公式,在随机变量的概率密度未知的情况下,可以更加方便地求出其灵敏度,同时也避免了使用 Edgeworth 级数法可能会发生可靠度大于 1 的情形,使计算结果更加准确.

3) 以零件螺栓为例,建立了螺栓动态可靠性模型,给出了螺栓可靠度、螺栓变量参数的灵敏度及 Gamma 过程参数的灵敏度随时间变化的动态曲线,并用 Monte Carlo 方法验证了该模型的合理性和正确性.

(下转第 693 页)