

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2019.05.015

# 基于概率方法的机器人铣削加工颤振稳定性研究

刘宇, 何凤霞

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 将可靠性概率方法引入到机器人铣削模态耦合颤振预测中, 首先建立可靠性模型, 得到极限状态方程. 其次, 应用四阶矩法计算其可靠度和灵敏度以分析各参数对于铣削加工稳定性的影响. 最后, 基于机器人铣削加工骨头的工程背景给出了一个算例研究. 结果表明: 机器人两自由度方向的刚度、切削力系数和加工进给方向会影响铣削加工的稳定性; 在一定范围内, 增加  $X$  方向刚度, 降低  $Y$  方向的刚度, 减小切削力系数以及合理选择加工进给方向有利于避免模态耦合颤振的发生; 系统对于切削力系数的变化相较于  $X, Y$  方向刚度更加敏感, 对稳定性的影响更显著.

**关 键 词:** 机器人铣削; 模态耦合颤振; 可靠性; 灵敏度; 四阶矩法

中图分类号: TP 242.2; V 215.3<sup>+4</sup>      文献标志码: A      文章编号: 1005-3026(2019)05-0683-05

## Study On the Chatter Stability of Robotic Milling Based on the Probability Method

LIU Yu, HE Feng-xia

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.  
Corresponding author: LIU Yu, E-mail: yuliu@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** The reliability method was introduced into the prediction of modal coupling chatter in robotic milling. Firstly, the reliability model was established and the limit state equation was obtained. Secondly, the fourth-order moment method was used to calculate the reliability and sensitivity to analyze the influence of various parameters on the milling stability. Finally, an example was given based on the engineering background of robotic milling bone. The results showed that the two-degree-freedom stiffness, cutting force coefficient and feeding direction of the robot will affect the stability of the milling process. Within a certain range, increasing the stiffness in  $X$  direction, reducing the stiffness in  $Y$  direction, reducing the cutting force coefficient and choosing the feed direction reasonably are helpful to avoiding modal coupling chatter. The system is more sensitive to the change of cutting force coefficients than to the stiffness in  $X$  and  $Y$  directions, and has more significant benefit influence on stability.

**Key words:** robotic milling; modal coupling chatter; reliability; sensitivity; fourth-order moment method

工业机器人已广泛应用于搬运、装配、焊接、打磨等,对于金属加工的预处理和加工精度要求不高的材料是工业机器人应用于铣削加工的发展趋势<sup>[1]</sup>. 颤振一直是金属加工领域的一项重要研究内容. Tobias 等<sup>[2]</sup>提出颤振主要有两种类型,即再生颤振和模态耦合颤振. 传统机床的结构刚度通常大于  $100\text{ N}/\mu\text{m}$ <sup>[3]</sup>, 不容易出现耦合颤振, 因此再生颤振是引起加工过程失稳的主要原因. 然而机器人刚度一般小于  $1\text{ N}/\mu\text{m}$ <sup>[3]</sup>, 其弱刚度的特性使得应用机器人铣削加工过程中模态耦合颤振占主导地位. 2006 年, Pan 等<sup>[4]</sup>利用 ABB IRB6400 六自由度工业机器人验证了铣削加工过程中模态耦合效应导致了颤振的发生, 且进一步阐述了模态耦合颤振的机理以及提出了模态耦合颤振发生的判定条件. 2017 年, Tunc 等<sup>[5]</sup>基于机器人刚度依赖于位姿变化, 提出通过改变机器人

的进给方向和路径避免颤振的发生. Cen 等<sup>[6]</sup>在机器人刚度建模时,考虑了加工过程中切削力引起的刚度变化,通过优化进给速度改变机器人最大刚度方向,进而调节角度来抑制模态耦合颤振的发生.

现阶段对于工业机器人颤振的研究并不多见,对于颤振的预测研究停留在基础层面, Pan 等<sup>[5]</sup>最先提出了颤振预测条件,然而而是基于忽略阻尼、简化切削力模型、无随机变量等假设的基础上得到的. Cen 等<sup>[6]</sup>在此基础上考虑了 3 个方向的切削力进行建模,使得颤振预测条件的研究更进一步. 阻尼的存在会增加系统的稳定性,因此在颤振预测当中忽略阻尼的存在是合理的. 然而,机器人刚度依赖于位姿变化,目前的文献在进行颤振预测时忽略了这一影响,都是将切削参数看成是确定量进行稳定性分析,而在实际的切削过程中存在一些不确定性因素,包括系统的固有频率(机器人刚度变化)、阻尼比和切削力系数<sup>[7]</sup>. 这些参数变化使颤振预测不能保证加工的稳定性. 近年来,一些学者将可靠性理论引入到再生颤振预测当中,考虑不确定参数,利用可靠性方法中的概率理论绘制可靠度稳定性叶瓣图<sup>[8-9]</sup>. 然而,对于机器人铣削过程中出现的模态耦合颤振中存在

的不确定因素进行分析的文章还未见发表. 因此,本文对机器人铣削过程中模态耦合颤振进行建模分析,并考虑机器人刚度、切削力系数这两个不确定参数对模态耦合颤振预测的影响,通过案例对机器人模态耦合颤振进行可靠度和灵敏度计算.

1 模态耦合颤振

模态耦合颤振是多自由度系统在各自自由度方向上以不同的幅值和相位同时振动导致的一种振动现象. 机器人铣削当中出现的模态耦合颤振是由于机器人本身结构导致的,机器人不同的位姿有着不同的模态刚度,选择合适的刚度可以避免耦合颤振的发生. 因此,通过优化选择刀具进给方向和规划加工路径是避免耦合颤振的直接有效的方式.

1.1 动力学模型

在机器人进行铣削加工时,建立如图 1 所示的坐标系. 刀尖点所在的坐标系为  $X_1 - Y_1 - Z_1$ . 固定工件位置,铣刀沿着某一方向进给,进给方向的反向定为  $X$  方向,据此建立工件坐标系,忽略轴向切削力,建立如图 2 所示的两自由度铣削动力学模型.

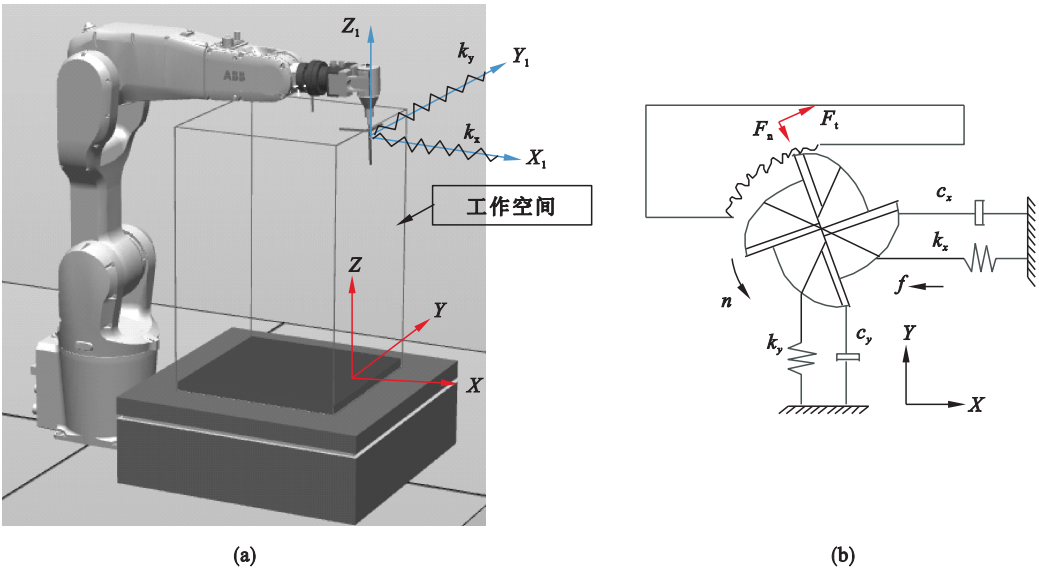


图 1 机器人铣削加工模型及切削力分析  
Fig. 1 Robotic milling model and machining force analysis  
(a) — 机器人铣削加工建模; (b) — 两自由度铣削加工切削力分析.

将  $m_x, m_y, k_x, k_y, c_x, c_y$  定义为两自由度铣削模型在  $X$  方向和  $Y$  方向上的模态质量、模态刚度和模态阻尼,则系统的动力学方程为

$$m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = F_x, \tag{1}$$

$$m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = F_y. \tag{2}$$

忽略轴向切削力,铣削过程中的铣削力  $F$  主要由切向力  $F_t$  和法向力  $F_n$  组成,具体表达式:

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_n^2}, \tag{3}$$

$$F = K_s a h. \tag{4}$$

式中:  $K_s$  表示合力切削力系数;  $a$  表示轴向切深;

$h$  为切厚.

$$K_s = K_t \sqrt{1 + K_n^2} . \tag{5}$$

式中： $K_t$  为切向切削力系数； $K_n$  为法向切削力系数.

1.2 耦合颤振建模

针对六自由度机器人铣削过程中出现的模态耦合颤振进行分析,首先建立如图 1 所示的坐标系.其次,为了简化分析,作出如下假设:①由于阻尼效应存在会提高系统的稳定性,为了研究加工过程中的颤振现象,因此将其简化为无阻尼系统以减少分析的难度.②根据 Merchant (1944) 的“power force”理论,假设作用在刀尖点切削力  $F$  的值正比于切深  $b$ .基于以上假设,建立一个二自由度无阻尼的动力学模型,如图 2 所示.圆铣刀逆时针旋转,沿着  $-X$  方向刀具进给切削工件.为了简化模型,忽略径向切削力,主要考虑加工过程中产生与进给方向相反的切削力  $F$ .

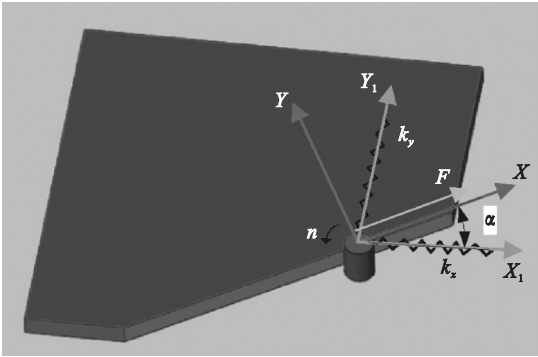


图 2 两自由度简化动力学模型  
Fig. 2 Two degrees of freedom simplified dynamic model

在上述建立的动力学模型中,切削力  $F = K_p y$ . 其中: $y$  表示在  $Y$  方向的振动位移,即切厚变化量; $K_p$  正比于切削深度  $b$ . 据此,给出二自由度无阻尼的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K_p \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} . \tag{6}$$

方程(6)求解过程必须解耦,将  $X - Y$  坐标系的微分方程通过旋转变换转化到  $X_1 - Y_1$  坐标系以化简方程(6),得到

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_p \cos \alpha \sin \alpha & K_p \cos^2 \alpha \\ -K_p \sin^2 \alpha & K_p \sin \alpha \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} . \tag{7}$$

式(6)的特征方程为

$$\lambda^4 + \frac{k_x + k_y}{m} \lambda^2 +$$

$$\frac{k_x k_y + (k_y - k_x) K_p \sin \alpha \cos \alpha}{m^2} = 0 . \tag{8}$$

其解为

$$\lambda^2 = \frac{-(k_x + k_y) \pm \sqrt{(\Delta k)^2 + 2 \Delta k K_p \sin(2 \alpha)}}{2 m} . \tag{9}$$

其中, $\Delta k = k_x - k_y$ ,假设  $\Delta k > 0$  ( $Y$  方向为刚度较小的自由度),对方程的特征根进行分析;若  $\Delta k < 0$ ,结论与以下分析相反.

如果  $\sin(2 \alpha) > -\Delta k / (2 K_p)$ ,则式(9)中  $\lambda^2$  有两个负实根.解得的 4 个特征根为两组关于实轴对称的虚数.根据 BIBO 系统稳定性判据,有界输入有界输出时系统是稳定的.

如果  $\sin(2 \alpha) < -\Delta k / (2 K_p)$ ,则式(9)中  $\lambda^2$  是两个有负实部的复数根.解得的 4 个特征根关于复平面对称,且其中有两个具有正实部,在这种情况下,系统是不稳定的.

2 模态耦合颤振可靠性建模

本节考虑稳定性模型中存在的 uncertainty 参数,用可靠性的理论来度量颤振预测的准确性.本文针对机器人铣削过程中出现的模态耦合颤振进行可靠性建模.

根据上述模态耦合颤振是否会发生的预测条件,当  $\alpha \in [0 \ 90^\circ] \cup [180^\circ \ 270^\circ]$ ,认为模态耦合颤振不会发生;当  $\alpha \in [90^\circ \ 180^\circ] \cup [270^\circ \ 360^\circ]$  时,由于  $K_p$  正比于切削深度  $b$ ,即  $K_p = K_s b$ . 则稳定性边界条件为  $\sin(2 \alpha) + (\Delta k / (2 K_s b_{lim})) = 0$ ,其中临界切削深度  $b_{lim} = -\Delta k / (2 K_s \sin(2 \alpha))$ . 当  $b_{lim}$  大于实际切深  $b$  时,颤振不发生,系统是稳定可靠的;反之,认为颤振发生,系统是不稳定的.因此极限状态方程表示为

$$G = -\Delta k / (2 K_s \sin(2 \alpha)) - b = 0 .$$

可靠概率表示为

$$P_r = P_r(Z > 0) = P_r\{-\Delta k / (2 K_s \sin(2 \alpha)) - b > 0\} .$$

3 算例研究

由于机器人刚度依赖于位姿变化,切削力系数与工件材料、刀具几何形状、切削速度和切削厚度有关,具有随机性.因此将机器人铣削过程中颤振预测涉及到的参数包括两自由度方向的刚度  $k_x, k_y$  和  $K_s$  当作是不确定变量计算系统的可靠度和灵敏度.本文以 ABB IRB1200 六自由度工业机器人铣削加工骨头为例,划分如图 1 所示的工作

空间,得到机器人刚度数值. 通过 deform 仿真得到铣削加工骨头时切削力系数的数值. 经数据处理,分别得到两方向刚度和切削力系数的均值和标准差,如表 1 所示.

3.1 可靠度计算

在可靠度计算方法中,矩法较为常用且计算简便. 对于任意功能函数,目前较好的办法是用基本变量的前四阶矩来估计功能函数的前四阶矩. 综合考虑,本文采用所提到的四阶矩法计算可靠度. 为了确定各参数对机器人铣削颤振的影响,分

别将各参数值依次增加 10% 计算可靠度,结果如图 3 所示.

表 1 参数的均值和标准差

Table 1 Mean and standard deviation of parameters

	N·μm <sup>-2</sup>		
指标	$k_x$	$k_y$	$K_s$
均值 $\mu$	0.714	0.455	707
标准差 $\sigma$	0.03	0.02	1

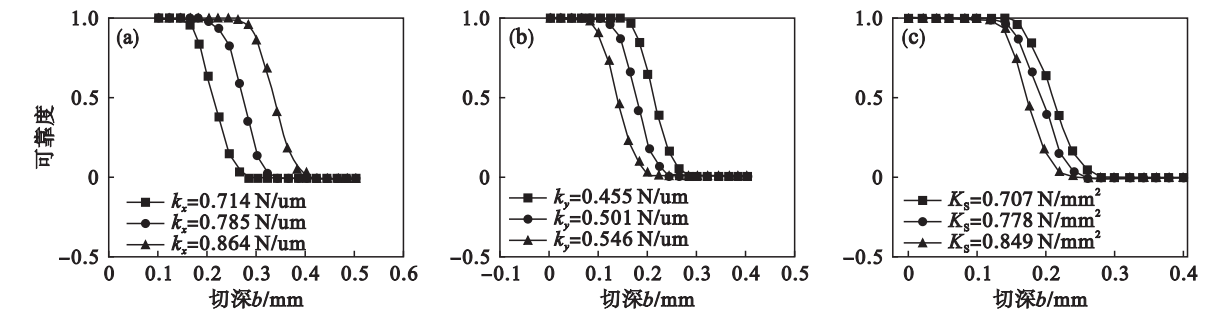


图 3 不同实际切深加工下各参数变化 10% 的无颤振的可靠度 ( $\alpha = 150^\circ$ )  
Fig. 3 Reliability without chatter with 10% variation of the parameters under different depths of cutting ( $\alpha = 150^\circ$ )  
(a)— $k_x$ ; (b)— $k_y$ ; (c)— $K_s$ .

在可靠度为 1 时,认为模态耦合颤振不会发生. 由图 3 得,增大  $k_x$  会增加可靠度,概率曲线右移,极限切深增大;增大  $k_y$  会降低可靠度,概率曲线左移,极限切深减小;增大  $K_s$  变化情况与  $k_y$  相同. 因此,增加机器人两方向的刚度差或者减小切削力系数能够提高机器无颤振铣削的可靠度.

图 4 为不同  $\alpha$  下的可靠度曲线,在  $\alpha = 135^\circ$  时可靠度曲线的斜率最大,即在这个方向进行加工时,可靠度随切深的变化最明显. 远离这个方向进行加工,可靠度变化速率逐渐减慢. 因此在加工过程中,选择远离此方向进行加工,可以保证可靠度的稳定性.

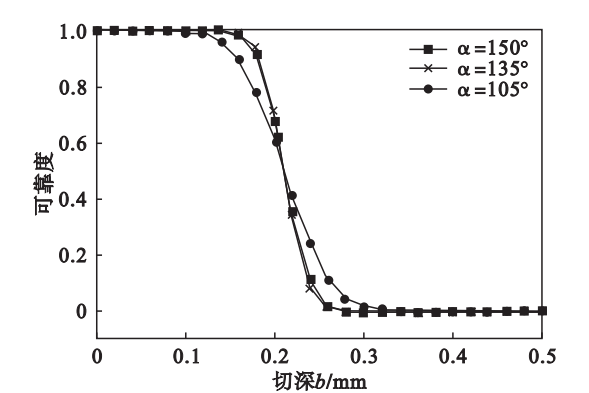


图 4 不同进给方向下的可靠度  
Fig. 4 Reliability in different feeding directions

3.2 灵敏度计算

铣削加工系统的灵敏度分析是基于可靠性分析基础之上的,由于每个变量对于系统失效概率的贡献都不一样,因此需要对系统进行可靠性灵敏度分析. 可靠性灵敏度定义为基本变量分布参数的变化引起可靠概率变化的比率,由可靠概率  $P_f$  对基本变量分布参数的偏导数予以表达. 可靠性灵敏度充分反映各个变量对于机械结构失效的影响程度. 当铣削加工系统的基本变量服从任意分布时,且已知系统基本变量的前四阶矩,可以采用四阶矩法对系统进行灵敏度分析.

在本文机器人铣削加工系统中,将  $k_x$ ,  $k_y$  和  $K_s$  当作系统的随机变量,表 2 ~ 表 4 分别给出了不同切削方向下系统对于 3 个随机变量的灵敏度值.

表 2  $\alpha = 105^\circ$  时系统对于随机变量的灵敏度值

Table 2 Sensitivity of the system to random variables ( $\alpha = 105^\circ$ )

随机变量	$b = 0.2 \text{ mm}$	$b = 0.3 \text{ mm}$	$b = 0.5 \text{ mm}$
$\partial P_f / \partial \mu(k_x)$	$8.92\text{e} + 37$	$1.14\text{e} + 41$	$1.78\text{e} + 39$
$\partial P_f / \partial \mu(k_y)$	$-8.92\text{e} + 37$	$-1.14\text{e} + 41$	$-1.78\text{e} + 39$
$\partial P_f / \partial \mu(K_s)$	$-1.63\text{e} + 52$	$-2.08\text{e} + 55$	$-3.27\text{e} + 53$



表 3  $\alpha = 135^\circ$  时系统对于随机变量的灵敏度  
Table 3 Sensitivity of the system to random variables ( $\alpha = 135^\circ$ )

随机变量	$b = 0.2\text{ mm}$	$b = 0.3\text{ mm}$	$b = 0.5\text{ mm}$
$\partial P_r / \partial \mu(k_x)$	1.23e + 42	8.80e + 34	3.98e - 12
$\partial P_r / \partial \mu(k_y)$	- 1.23e + 42	- 8.80e + 34	- 3.98e - 12
$\partial P_r / \partial \mu(K_s)$	- 2.26e + 56	- 1.61e + 49	- 7.28e2

表 4  $\alpha = 150^\circ$  时系统对于随机变量的灵敏度值  
Table 4 Sensitivity of the system to random variables ( $\alpha = 150^\circ$ )

随机变量	$b = 0.2\text{ mm}$	$b = 0.3\text{ mm}$	$b = 0.5\text{ mm}$
$\partial P_r / \partial \mu(k_x)$	1.16e + 42	9.46e + 38	5.72e + 8
$\partial P_r / \partial \mu(k_y)$	- 1.16e + 42	- 9.46e + 38	- 5.72e + 8
$\partial P_r / \partial \mu(K_s)$	- 2.13e + 56	- 1.73e + 53	- 1.05e + 23

由表得知,  $X, Y$  方向刚度的灵敏度值大小相等, 正负相反. 说明系统对于两方向刚度值的影响效果是相等的, 但  $X$  方向刚度变化引起系统可靠性的正变化, 即当增加  $X$  方向的刚度会提高系统可靠度, 而  $Y$  方向的刚度变化对于系统可靠度的影响恰好相反. 这一结论与 3.1 小节得到的结论是一致的. 系统对于切削力系数  $K_s$  的变化相较于  $X, Y$  方向刚度  $k_x$  和  $k_y$  更加敏感. 此外, 在不同的切削方向下进行加工时, 系统对于不同切深下的灵敏度值有显著影响, 因此, 选择合适的加工角度有利于机器人铣削加工的稳定性.

4 结 论

- 1) 应用六自由度工业机器人铣削加工骨头时,  $X, Y$  方向刚度越接近越容易发生模态耦合颤振.
- 2) 与进给方向有关的  $\alpha$  角影响临界切深大小, 合理的选择加工方向有利于避免颤振的发生.
- 3) 在实际进行加工时, 进给方向的选择具有一定局限性. 因此尽可能增加极限切深有利于铣

削加工的稳定性. 在一定范围内, 增加  $X$  方向刚度, 降低  $Y$  方向的刚度, 减小切削力系数有利于避免模态耦合颤振的发生.

- 4) 通过灵敏度的计算得出系统对于切削力系数的变化相较于  $X, Y$  方向刚度更加敏感, 影响更显著.

参考文献:

[1] 王战玺, 张晓宇, 李飞飞, 等. 机器人加工系统及其切削颤振问题研究进展[J]. 振动与冲击, 2017, 36(14): 147 - 155.  
(Wang Zhan-xi, Zhang Xiao-yu, Li Fei-fei, et al. Review on the research developments of robot machining systems and cutting chatter behaviors[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(14): 147 - 155.)

[2] Tobias S A, Fishwick W. The chatter of lathe tools under orthogonal cutting conditions[J]. *Transaction of the ASME*, 1958, 80(2): 1079 - 1088.

[3] Li J, Li B, Shen N, et al. Effect of the cutter path and the workpiece clamping position on the stability of the robotic milling system[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 89(9/10/11/12): 2919 - 2933.

[4] Pan Z, Zhang H, Zhu Z, et al. Chatter analysis of robotic machining process[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2006, 173(3): 301 - 309.

[5] Tunc L T, Stoddart D. Tool path pattern and feed direction selection in robotic milling for increased chatter-free material removal rate[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 89(9/10/11/12): 2907 - 2918.

[6] Cen L, Melkote S N. CCT-based mode coupling chatter avoidance in robotic milling[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2017, 29: 50 - 61.

[7] Duncan G S, Kurdi M, Schmitz T, et al. Uncertainty propagation for selected analytical milling stability limit analyses[J]. *Transactions of NAMRI/SME*, 2006, 34: 17 - 24.

[8] Liu Y, Li T, Liu K, et al. Chatter reliability prediction of turning process system with uncertainties[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 66: 232 - 247.

[9] Liu Y, Meng L, Liu K, et al. Chatter reliability of milling system based on first-order second-moment method[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 87(1/2/3/4): 801 - 809.