

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2019.05.021

# 基于微分几何法的主动悬架鲁棒 $H_\infty$ 控制

李武杰, 陈从根, 郭立新

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 利用微分几何法和鲁棒  $H_\infty$  控制理论, 提出一种基于微分几何法的主动座椅悬架和车辆主动悬架的鲁棒  $H_\infty$  控制策略. 在建立“车-椅”车辆三自由度模型的基础上, 考虑座椅悬架和车辆悬架弹性力和阻尼力的非线性特性, 应用微分几何法并经过非线性状态反馈变换的方法, 对主动悬架非线性系统进行精确线性化. 然后以底盘垂向加速度和座椅垂向加速度为控制目标, 以车轮动态位移、车辆悬架挠度范围小于规定值为约束条件, 设计出了座椅悬架和车辆悬架鲁棒  $H_\infty$  控制器, 并用 Matlab/Simulink 进行仿真实验验证了集成变增益 LQR 控制方法的有效性和可行性.

**关键词:** 微分几何; 非线性; 主动悬架; 鲁棒  $H_\infty$  控制; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: U 461.4 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2019)05-0716-06

## Robust $H_\infty$ Control of Active Suspension Based on Differential Geometry

LI Wu-jie, CHEN Cong-gen, GUO Li-xin

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.  
Corresponding author: CHEN Cong-gen, E-mail: mc9529@163.com)

**Abstract:** By means of the differential geometry method and the robust  $H_\infty$  control theory, a robust  $H_\infty$  control strategy for active seat suspension and vehicle active suspension based on differential geometry method is proposed. On the basis of establishing the three-degree-of-freedom model of the "car-chair" vehicle, considering the nonlinear characteristics of the elastic force and damping force of seat suspension and vehicle suspension, the differential geometry method and the nonlinear state feedback transformation method are applied to precisely linearize the active suspension nonlinear system. Then, the vertical accelerations of the chassis and the seat are taken as the control targets, and the robust suspension  $H_\infty$  controller of seat suspension and vehicle suspension is designed with the wheel dynamic displacement and the vehicle suspension deflection range less than the specified value as the constraint conditions. The simulation experiment with Matlab/Simulink is carried out to verify the effectiveness and feasibility of the integrated variable gain LQR control method.

**Key words:** differential geometry; nonlinear; active suspension; robust  $H_\infty$  control; linear matrix inequality(LMI)

优秀的车辆悬架对提高车辆行驶平顺性、舒适性、稳定性有重要作用. 目前针对车辆座椅悬架提出了许多控制方法, 包括模糊控制、LQG 控制等.

一般来说, 主动悬架系统一般分为两种类型, 即电磁主动悬架和液压主动悬架. 其刚度和阻尼具有明显的非线性特性, 因此油气悬架是典型的

非线性系统<sup>[1-2]</sup>. 但在研究过程中, 主动悬架一般被认为是线性系统<sup>[3]</sup>. 文献[4]提出基于线性矩阵不等式(LMI)的主动座椅悬架和车辆悬架在随机路面激励下的鲁棒  $H_\infty$  控制方法, 文献[3]提出一种非线性主动悬架系统的改进的最优滑模(SM)控制方法, 文献[5]提出一种基于线性矩阵不等式(LMI)优化技术的半车主动悬架的优化和

静态输出反馈控制. 文献[6]提出一种面向四自由度的带有轴距预测的多目标控制方法.

目前研究者较多地利用车辆悬架和座椅悬架独立的模型来进行研究<sup>[6-9]</sup>. 本文考虑座椅悬架和车辆悬架的非线性特性, 采用微分几何法将主动悬架系统精确线性化, 然后设计相应的线性鲁棒  $H_\infty$  控制器对系统实施控制, 综合考虑座椅悬架和车身悬架, 最后通过仿真与原被动悬架进行比较.

### 1 悬架系统模型的建立

悬架系统模型如图 1 所示. 轮胎的质量为  $m_d$ ; 车身的质量为  $m_c$ ; 人和座椅的质量为  $m_b$ ;  $z_g$  为路面的位移输入,  $z_b$ ,  $z_c$  和  $z_d$  分别是对应质量的位移;  $c_c, c_b$  和  $k_b, k_c, k_d$  分别为对应系统的阻尼系数和刚度系数.  $F_1$  和  $F_2$  分别为对应的控制力.

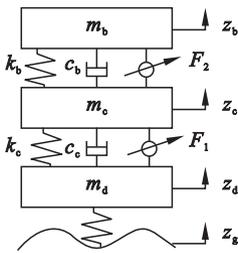


图 1 四分之一车辆“车-椅”模型

Fig. 1 One-quarter vehicle "car-chair" model

其动力学微分方程为

$$m_d \ddot{z}_d + k_d(z_d - z_g) - k_c(z_c - z_d) - c_c(\dot{z}_c - \dot{z}_d) - F_1 = 0, \tag{1}$$

$$m_c \ddot{z}_c + k_c(z_c - z_d) + c_c(\dot{z}_c - \dot{z}_d) - k_b(z_b - z_c) - c_b(\dot{z}_b - \dot{z}_c) + F_1 - F_2 = 0, \tag{2}$$

$$m_b \ddot{z}_b + k_b(z_b - z_c) + c_b(\dot{z}_b - \dot{z}_c) + F_2 = 0. \tag{3}$$

这里, 根据文献[4]采用式(4)作为路面输入模型, 即

$$\dot{z}_g = 2\pi \sqrt{G_0 U_0} w_t. \tag{4}$$

式中:  $z_g$  为路面位移;  $G_0$  为路面不平度系数,  $m^3/\text{cycle}$ ;  $U_0$  为车辆前进速度,  $m/s$ ;  $w_t$  为均值为零的高斯白噪声.

选取座椅悬架的动位移  $z_b - z_c$ , 车身的垂直速度  $\dot{z}_b$ , 车辆悬架的动位移  $z_c - z_d$ , 胎变形  $\dot{z}_c$ ; 轮胎的变形  $z_d - z_g$ , 车轮的垂直速度  $\dot{z}_d$  为状态变量, 以及输出量如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= [z_b - z_c \quad \dot{z}_b \quad z_c - z_d \quad \dot{z}_c \quad z_d - z_g \quad \dot{z}_d]^T = \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6]^T, \\ \mathbf{Y} &= [\dot{z}_b \quad \ddot{z}_c \quad z_c - z_d \quad z_d - z_g \quad \dot{z}_b - \dot{z}_c \quad \dot{z}_c - \dot{z}_d]^T = \end{aligned}$$

$[y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5 \quad y_6]^T$ , 路面干扰输入  $w = \dot{z}_g$ , 控制力为  $\mathbf{F} = [F_1 \quad F_2]^T$ . 可得悬架非线性系统的状态空间方程和输出方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{F} + \boldsymbol{\eta}w, \\ \mathbf{Y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{d}(\mathbf{x})\mathbf{F}. \end{cases} \tag{5}$$

式中:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix}^T =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/m_c & 0 & 1/m_d \\ 0 & -1/m_b & 0 & 1/m_c & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$\boldsymbol{\eta} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2\pi \sqrt{G_0 U_0} \quad 0]^T;$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -1/m_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/m_b & 1/m_c & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) =$$

$$\begin{bmatrix} -(k_b x_1)/m_b - c_b(x_2 - x_4)/m_b - \\ (k_c x_3 + c_c(x_4 - x_6) + k_b x_1 + c_b x_2 - c_b x_4)/m_c \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 - x_4 \\ x_4 - x_6 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) =$$

$$\begin{bmatrix} x_2 - x_4 \\ -(k_b x_1)/m_b - c_b(x_2 - x_4)/m_b \\ x_4 - x_6 \\ (k_b x_1 + c_b(x_2 - x_4) - k_c x_3 - c_c(x_4 - x_6))/m_c \\ x_6 \\ -(k_d x_5)/m_d + (k_c x_3)/m_d + c_c(x_4 - x_6)/m_d \end{bmatrix}.$$

### 2 悬架模型精确线性化

对于非线性控制系统, 通过适当的非线性状态反馈变换, 非线性系统可实现精确线性化, 从而将复杂的非线性系统问题转化为线性问题<sup>[1]</sup>. 对于以下单输入、单输出仿射型非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}). \end{cases} \tag{6}$$

在点  $x_0$  处有相对阶  $r$  (正整数), 它满足:

- 1) 存在点  $x_0$  的 1 个邻域, 对其中所有  $x_0$  和所有  $0 \leq k < r - 1$  有  $L_g L_f^k \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$ ;
- 2) 对点  $x_0$  有  $L_g L_f^{r-1} \mathbf{h}(\mathbf{x}) \neq 0$ . 式中  $L$  为李导数泛函算子.

当确定非线性系统的相对阶时, 可通过状态反馈变换式(7), 将原系统精确线性化.

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} (-L_f^r h(x) + v). \quad (7)$$

本文的系统为一个有路面干扰输入  $w = \dot{x}_r$  的多输入多输出系统,下面进行精确线性化. 令

$h_i(x) = x_i, i = 1, 2, \dots, 6$ . 对于  $h_1(x) = x_1$ ,

$$g_1(x) = \left[ 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{-1}{m_c} \quad 0 \quad \frac{1}{m_d} \right]^T, k=0 \text{ 时,}$$

$$\text{有 } L_g L_f^0 h_1(x) = \frac{\partial L_f^0 h_1(x)}{\partial x^T} g_1(x) =$$

$$\frac{\partial h_1(x)}{\partial x^T} g_1(x) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] g_1(x) = 0.$$

当  $k=1$  时,

$$L_f h_1(x) = \frac{\partial h_1(x)}{\partial x^T} f(x) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \times$$

$$f(x) = x_2 - x_4,$$

$$L_g L_f h_1(x) = \frac{\partial L_f h_1(x)}{\partial x^T} g_1(x) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0$$

$$0] g_1(x) = \frac{1}{m_c} \neq 0.$$

则相对阶  $r=2$ ,

$$L_f^2 h_1(x) = [0 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0] f(x) =$$

$$\frac{k_c x_3 - k_b x_1}{m_c} - \frac{c_b(x_2 - x_4)}{m_c} + \frac{c_c(x_4 - x_6)}{m_c} -$$

$$\frac{k_b x_1 + c_b(x_2 - x_4)}{m_b}, u_1 = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h_1(x)} \times$$

$$[-L_f^2 h_1(x) + v] = m_c v_1 - k_c x_3 + k_b x_1 +$$

$$c_b(x_2 - x_4) - c_c(x_4 - x_6) +$$

$$m_c [k_b x_1 + c_b(x_2 - x_4)] / m_b.$$

同理可得: 令  $h_2 = x_2$ , 相对阶为  $r=2$ ,

$$u_2 = -\frac{m_b m_c v_2}{c_b} + m_c \left( \frac{k_b x_1}{m_b} + \frac{c_b(x_2 - x_4)}{m_b} \right) + k_b x_1 -$$

$$\frac{m_c k_b(x_2 - x_4)}{c_b} - k_c x_3 + c_b(x_2 - x_4) - c_c(x_4 - x_6).$$

令  $h_3 = x_3$ , 相对阶  $r=2$ ,  $u_3 = -\frac{m_c m_d v_3}{m_d + m_c} +$

$$\frac{m_c m_d k_b x_1}{m_c(m_d + m_c)} - k_c x_3 + \frac{m_c m_d k_d x_5}{m_d(m_d + m_c)} +$$

$$\frac{m_c m_d c_b(x_2 - x_4)}{m_c(m_d + m_c)} - c_c(x_4 - x_6).$$

令  $h_4 = x_4$ , 相对阶为  $r=1$ ,

$$u_4 = -m_c v_4 + k_b x_1 - k_c x_3 + c_b(x_2 - x_4) -$$

$$c_c(x_4 - x_6).$$

令  $h_5 = x_5$ , 相对阶为  $r=2$ ,

$$u_5 = m_d v_6 - k_c x_3 + k_d x_5 - c_c(x_4 - x_6).$$

令  $h_6 = x_6$ , 相对阶为  $r=1$ ,

$$u_6 = m_d v_6 - k_c x_3 + k_d x_5 - c_c(x_4 - x_6).$$

同理, 对于  $g_2(x) = \left[ 0 \quad \frac{-1}{m_b} \quad 0 \quad \frac{1}{m_c} \quad 0 \quad 0 \right]^T$ ,

$h_1(x) = x_1$ , 相对阶  $r=2$ ,  $u_1 = -\frac{m_c m_b v_1}{m_b + m_c} -$

$$k_b x_1 + \frac{m_c m_b k_c x_3}{m_c(m_b + m_c)} - c_b(x_2 - x_4) +$$

$$m_c m_b c_c(x_4 - x_6) / (m_b + m_c).$$

令  $h_2 = x_2$ , 相对阶为  $r=1$ ,

$$u_2 = -m_b v_2 - k_b x_1 - c_b(x_2 - x_4).$$

令  $h_3 = x_3$ , 相对阶为  $r=2$ ,

$$u_3 = m_c v_3 - k_b x_1 + k_c x_3 + \frac{m_c k_c x_3}{m_d} - \frac{m_c k_d x_5}{m_d} -$$

$$c_b(x_2 - x_4) + c_c(x_4 - x_6) + m_c c_c(x_4 - x_6) / m_d.$$

令  $h_4 = x_4$ , 相对阶为  $r=1$ ,

$$u_4 = m_c v_4 - k_b x_1 + k_c x_3 - c_b(x_2 - x_4) +$$

$$c_c(x_4 - x_6).$$

令  $h_5 = x_5$ , 相对阶为  $r=3$ ,

$$u_5 = \frac{m_c m_d v_5}{c_c} + \frac{m_c k_d x_6}{c_c} - \frac{m_c k_c(x_4 - x_6)}{c_c} +$$

$$\frac{m_c k_c x_3}{m_d} - \frac{m_c k_d x_5}{m_d} + \frac{m_c c_c(x_4 - x_6)}{m_d} - k_b x_1 + k_c x_3 -$$

$$c_b(x_2 - x_4) + c_c(x_4 - x_6).$$

令  $h_6 = x_6$ , 相对阶为  $r=2$ ,

$$u_5 = \frac{m_c m_d v_5}{c_c} + \frac{m_c k_d x_6}{c_c} - \frac{m_c k_c(x_4 - x_6)}{c_c} +$$

$$\frac{m_c k_c x_3}{m_d} - \frac{m_c k_d x_5}{m_d} + \frac{m_c c_c(x_4 - x_6)}{m_d} -$$

$$k_b x_1 + k_c x_3 - c_b(x_2 - x_4) + c_c(x_4 - x_6).$$

对上述12个状态变量逐个线性化结果综合分析,取控制律为

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= -k_c x_3 - c_c(x_4 - x_6) + v_1, \\ F_2 &= -k_b x_1 - c_b(x_2 - x_4) + v_2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

以此将原系统精确线性化. 然后将控制律式(8)代入式(5), 得到状态方程和输出方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_v v + B_w w, \\ Y &= CX + Dv. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中:

$$B_w = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2\pi \sqrt{G_0 U_0} \quad 0]^T;$$

$$v = [v_1 \quad v_2]^T;$$

$$B_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1/m_c & 0 & 1/m_d \\ 0 & -1/m_b & 0 & 1/m_c & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & -1/m_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/m_b & 1/m_c & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_d/m_d & 0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

### 3 精确线性化模型的控制设计

为了使车辆获得较高的乘坐舒适性和行驶安全性,通常需要考虑车身和座椅垂向加速度,其次还要满足以下条件:

- 1) 轮胎的静载荷要大于轮胎的动载荷,  $k_d(z_d - z_g) < (m_b + m_c + m_d)g$ .
- 2) 限制悬架的挠度,以防撞击限位块,  $|z_c - z_d| \leq S_{\max 1}$ ,  $|z_b - z_c| \leq S_{\max 2}$ , 其中  $S_{\max 1}$ ,  $S_{\max 2}$  分别为车辆悬架和座椅悬架的最大限位输出.

综上所述,可以设

$$z_1 = [\ddot{z}_b \quad \ddot{z}_c]^T,$$

$$z_2 = \begin{bmatrix} z_c - z_d & z_b - z_c & \frac{k_d(z_d - z_g)}{(m_b + m_c + m_d)g} \end{bmatrix}^T.$$

该系统可以用式(10)状态方程描述:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_v v + B_w w, \\ z_1 &= C_1 X + E_1 w + D_1 v, \\ z_2 &= C_2 X + E_2 w + D_2 v. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1/S_{\max 2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/S_{\max 1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_d/(m_b + m_c + m_d)g & 0 \end{bmatrix};$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1/m_b \\ -1/m_c & 1/m_c \end{bmatrix}; E_1 = [0 \quad 0]^T;$$

$$E_2 = [0 \quad 0 \quad 0]^T.$$

本文要设计这样的控制器:系统本身内部稳定而且满足所有的设计约束条件,最后让从扰动  $w$  到  $z_1$  的传递函数  $G(z)$  满足  $\|G(z)\|_\infty < \lambda$ ,  $\lambda$  为给定的最小正数,设系统的状态反馈增益为  $K$ ,  $v = KX$  代入式(10)可得

$$\begin{cases} \dot{X} = (A + BK)X + \beta w, \\ z_1 = (C_1 + D_1 K)X + E_1 w, \\ z_2 = (C_2 + D_2 K)X + E_2 w. \end{cases}$$

根据定理 1 可以求出反馈增益. 最终可得到悬架系统精确线性化模型的控制框图见图 2.

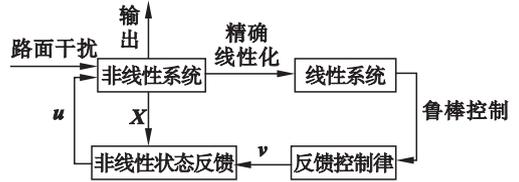


图 2 控制系统框图

Fig. 2 Diagram of control system

**定理 1** 如果假定一个量  $\alpha > 0$ , 由线性矩阵不等式(LMI)设计, 对于求解  $\min \gamma^2$  如果一对称矩阵  $Q = Q^T > 0$  存在, 并且以下条件成立<sup>[10]</sup>:

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T + B_v Y + Y^T B_v^T & B_w & (C_1 Q + D_1 Y)^T \\ B_w^T & -\gamma^2 I & E_1^T \\ C_1 Q + D_1 Y & E_1 & -I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} z_{2i, \max}^2 / \alpha & C_{2i} Q + D_{2i} Y \\ (C_{2i} Q + D_{2i} Y)^T & Q \end{bmatrix} \geq 0.$$

并且能求取  $\gamma, Y, Q$ , 则状态反馈解由  $K = YQ^{-1}$  得到, 并使得系统内部稳定.

### 4 仿真分析

在 Matlab/Simulink 环境下建立计算机仿真模型, 然后开展座椅悬架和车辆悬架的系统仿真分析. 根据文献[10], 得到各参数如表 1 所示.

表 1 系统的参数

Table 1 System parameter values

参数	值
车身质量 $m_c$ /kg	300
车轮质量 $m_d$ /kg	59
人体和座椅质量 $m_b$ /kg	80
轮胎刚度 $k_d$ /(N·m <sup>-1</sup> )	200 000
座椅悬架刚度 $k_b$ /(N·m <sup>-1</sup> )	31 000
车辆悬架刚度 $k_c$ /(N·m <sup>-1</sup> )	30 000
车辆悬架阻尼 $C_c$ /(N·(m·s <sup>-1</sup> ) <sup>-1</sup> )	1 000
座椅悬架阻尼 $C_b$ /(N·(m·s <sup>-1</sup> ) <sup>-1</sup> )	830
路面不平度系数 $G_0$ /(m <sup>3</sup> ·cycle <sup>-1</sup> )	$5 \times 10^{-6}$
车速 $U_0$ /(m·s <sup>-1</sup> )	20
最大作用力 $F_{\max 2}$ /N	1 500
最大作用力 $F_{\max 1}$ /N	1 050
座椅悬架允许挠度/m	0.07
车辆悬架允许挠度/m	0.09

图 3 为底盘加速度对比图. 主动悬架加速度峰值总比被动悬架的小, 表明主动悬架对于底盘垂直加速度有明显良好的控制效果.

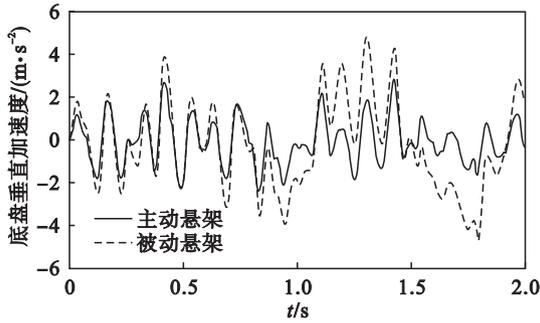


图 3 底盘垂直加速度仿真曲线  
Fig. 3 Simulation curves for chassis vertical acceleration

图 4 为座椅加速度对比图, 主动悬架加速度峰值总比被动悬架的小, 表明主动悬架对于座椅垂直加速度有明显良好的控制效果.

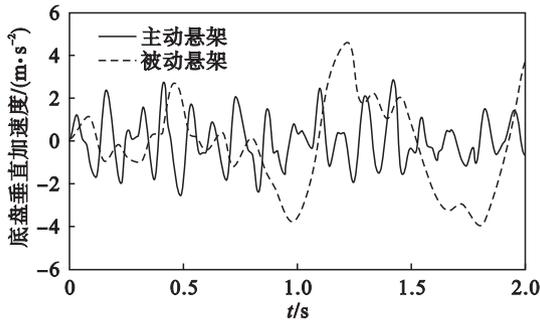


图 4 座椅垂直加速度仿真曲线  
Fig. 4 Simulation curve for seat vertical acceleration

图 5 ~ 图 7 分别为车辆悬架, 座椅悬架和轮胎的动态位移仿真曲线, 从图中可知座椅悬架和车辆悬架的挠度都满足分别小于 0.07 m, 0.09 m 的最大挠度的要求. 而主动悬架和被动悬架的轮胎位移基本一致.

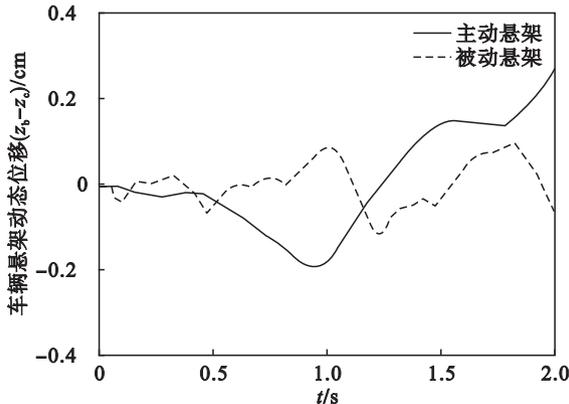


图 5 车辆悬架动态位移仿真曲线  
Fig. 5 Dynamic displacement simulation curve of vehicle suspension

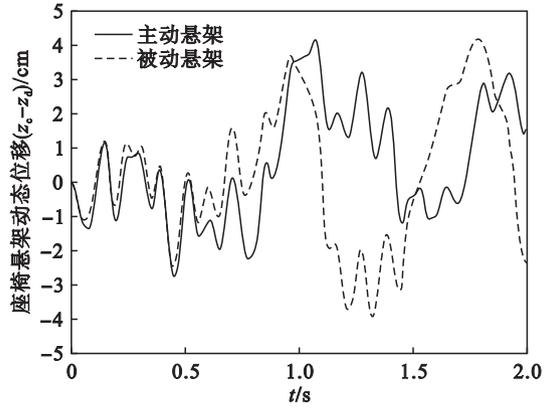


图 6 座椅悬架动态位移仿真曲线  
Fig. 6 Dynamic displacement simulation curves of seat suspension

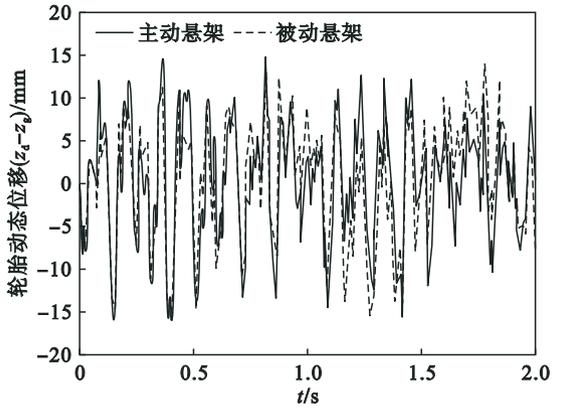


图 7 轮胎动态位移仿真曲线  
Fig. 7 Simulation curve for tire dynamic displacement

图 8 为车辆悬架控制力  $F_1$  和座椅悬架控制力  $F_2$  仿真曲线, 从图中可看出座椅悬架和车辆悬架的控制力都满足分别小于 1 500, 1 050 N 的要求.

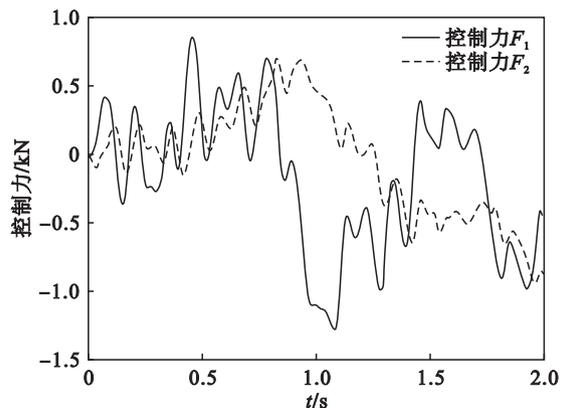


图 8 悬架控制力仿真曲线  
Fig. 8 Simulation curve of suspension control force

表 2 为仿真结果. 可知在座椅加速度这项性能指标中, 与被动悬架相比, 主动悬架降低了约 46.5%, 在车身加速度这项性能指标中, 主动悬架比被动悬架降低了约 48.6%. 但是在座椅悬架挠

度上性能变差,同时符合提高舒适性而牺牲了操纵性的规律。

表2 性能指标均方根值的对比表  
Table 2 Comparison table of RMS value of performance indexes

性能指标	被动悬架	主动悬架
座椅加速度 ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ )	2.095 3	1.120 7
车身加速度 ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ )	2.088 7	1.072 9
座椅悬架挠度/m	0.005 1	0.012 1
车辆悬架挠度/m	0.020 9	0.017 6
轮胎动位移/m	0.006 8	0.006 6

## 5 结 论

1) 运用微分几何理论将悬架非线性系统精确线性化,以 LMI 方法设计反馈矩阵,求出反馈控制律  $\mathbf{v}$ ,进而生成控制律  $\mathbf{u}$ ,结果验证了本文提出的基于微分几何法的精确线性化控制策略的鲁棒  $H_\infty$  控制在本研究中有较好的效果,对于改善车辆的平顺性和舒适性有较好的作用。

2) 另一方面,对于车辆主动悬架研究而言,同时以座椅悬架和车身悬架的垂向加速度来评价车辆的平顺性和舒适性,更具有精确性和有效性。

3) 从单轮推广到四轮.从单轮先推广到两轮,再由两轮推广到四轮.目前两轮已有学者做过相关研究,四轮由于其多输入等复杂情况,研究者较少,可以尝试组合两轮的控制器实现控制。

### 参考文献:

[1] 么鸣涛,李钊,顾亮.基于微分几何法的半主动油气悬架

LQR 控制[J].北京理工大学学报,2011,31(5):519-523.

(Yao Ming-tao, Li Zhao, Gu Liang. LQR control of semi-active hydro-pneumatic suspension based on differential geometry[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 2011, 31(5):519-523.)

[2] 么鸣涛,管继富,顾亮.基于微分几何法的车辆半主动悬架控制[J].沈阳工业大学学报,2011(4):400-404.

(Yao Ming-tao, Guan Ji-fu, Gu Liang. Control of vehicle semi-active suspension based on differential geometry method [J]. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2011 (4):400-404.)

[3] Chen S A, Wang J C, Yao M, et al. Improved optimal sliding mode control for a non-linear vehicle active suspension system[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2017, 395:1-25.

[4] Guo L X, Zhang L P. Robust  $H_\infty$  control of active vehicle suspension under non-stationary running [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2012, 331(26):5824-5837.

[5] Wang G, Chen C, Yu S. Optimization and static output-feedback control for half-car active suspensions with constrained information [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2016, 378:1-13.

[6] Li P, Lam J, Cheung K C. Multi-objective control for active vehicle suspension with wheelbase preview [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2014, 333(21):5269-5282.

[7] Sun W, Pan H, Zhang Y, et al. Multi-objective control for uncertain nonlinear active suspension systems [J]. *Mechatronics*, 2014, 24(4):318-327.

[8] Wang R, Jing H, Wang J, et al. Robust output-feedback based vehicle lateral motion control considering network-induced delay and tire force saturation [J]. *Neurocomputing*, 2016, 214(sup1):409-419.

[9] Sun W, Zhao Y, Li J, et al. Active suspension control with frequency band constraints and actuator input delay [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 59(1):530-537.

[10] 张丽萍,郭立新.车辆悬架和座椅悬架的鲁棒  $H_\infty$  集成控制策略[J].东北大学学报(自然科学版),2015,36(12):1771-1775.

(Zhang Li-ping, Guo Li-xin. Robust  $H_\infty$  integrated control strategy for vehicle suspension and seat suspension [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2015, 36(12):1771-1775.)

(上接第704页)

[4] Hei D, Lu Y, Zhang Y, et al. Nonlinear dynamic behaviors of rod fastening rotor-hydrodynamic journal bearing system[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2015, 85(7):1-21.

[5] Qin Z Y, Han Q K, Chu F L. Bolt loosening at rotating joint interface and its influence on rotor dynamics[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2016, 59:456-466.

[6] Qin Z Y, Han Q K, Chu F L. Analytical model of bolted disk-drum joints and its application to dynamic analysis of jointed rotor[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2014, 228(4):646-663.

[7] Hosder S, Grossman B, Haftka R, et al. Quantitative relative comparison of CFD simulation uncertainties for a transonic diffuser problem [J]. *Computers & Fluids*, 2006, 35(10):1444-1458.

[8] 王瑞利,梁霄.多项式混沌方法在偶然不确定度量化中的应用[J].数学建模及其应用,2016,5(3):17-24,81.

(Wang Rui-li, Liang Xiao. Application of polynomial chaos method in quantifying the aleatory uncertainty [J]. *Mathematical Modeling and Its Applications*, 2016, 5(3):17-24,81.)

[9] 刘全,王瑞利,林忠.非嵌入式多项式混沌方法在拉氏计算中的应用[J].固体力学学报,2013,33(sup1):224-233.

(Liu Quan, Wang Rui-li, Lin Zhong. Uncertainty quantification for Lagrangian computation using non-intrusive polynomial chaos [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2013, 33(sup1):224-233.)

[10] Li Z G, Jiang J, Tian Z. Non-linear vibration of an angular-misaligned rotor system with uncertain parameters [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2014, 22(1):129-144.

[11] 刘卓乾,曹树谦,郭虎伦,等.含螺栓联接转子系统非线性振动特性研究[J].振动与冲击,2016,35(22):10-16,37. (Liu Zhuo-qian, Cao Shu-qian, Guo Hu-lun, et al. Vibration characteristics of rotor systems with bolt joints [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(22):10-16,37.)