

O-OFDM 系统中基于相关性分析的改进 PTS 算法

季 策, 马福永

(东北大学 计算机科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110169)

摘 要: 为了解决光正交频分复用系统的高峰均功率比问题,提出了一种基于相关性分析的部分传输序列算法.该算法通过分析备选信号之间的相关性,将强相关信号和弱相关信号进行分类,对强相关信号进行选择搜索,对弱相关信号进行全搜索,这样在整体上了减少搜索次数.此外,通过分析备选相位因子序列之间的关系,优化相位因子加权过程.仿真结果表明,在三种分割状态下,均能有效改善系统峰均功率比,尤其在交织分割状态下,该算法与传统部分传输序列算法相比,实现了无峰均功率比性能损失,且计算复杂度得到大幅度降低.

关键词: 光正交频分复用系统;峰均功率比;部分传输序列;信号相关性;加权优化

中图分类号: TN 919.3 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2019)06-0801-06

Improved PTS Algorithm Based on Correlation Analysis in O-OFDM System

Ji Ce, Ma Fu-yong

(School of Computer Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110169, China. Corresponding author: MA Fu-yong, E-mail: neumfy826@163.com)

Abstract: In order to solve the problem of peak-to-average power ratio of optical orthogonal frequency division multiplexing system, a partial transmission sequence algorithm based on correlation analysis is proposed. By analyzing the correlation among the alternative signals, the algorithm classifies the strong correlation signal and the weak correlation signal, and searches the strong correlation signal selectively and the weak correlation signal completely, thus reducing the searching times on the whole. In addition, this paper optimizes the phase factor weighting process by analyzing the relationship between alternative phase factor sequences. The simulation results show that the peak-to-average power ratio of the system can be improved effectively under the three segmentation states. Especially in the interleaved segmentation state, the proposed algorithm is compared with the traditional partial transmission sequence algorithm. The proposed algorithm is with no-performance loss of peak-to-average power ratio, and the computational complexity is greatly reduced.

Key words: optical orthogonal frequency division multiplexing system; peak-to-average power ratio; partial transmission sequence; signal correlation; weighted optimization

随着人们对高速率、远距离、大容量通信技术的需求不断提升,光纤通信迅速发展起来,成为近几年通信领域研究的热点.但光纤的色散问题限制了其性能的进一步提高.而将正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术引入光纤通信中,可有效削弱偏振色

散及色度色散等^[1-2].另外 OFDM 技术在频谱利用率、高速数据传输中优势明显.可以结合光纤通信与 OFDM 技术各自的优势,构建更加完善的光纤传输系统.但是,将 OFDM 技术引入光纤通信就不得不考虑 OFDM 技术本身峰均功率比(peak-to-average power ratio, PAPR)过高的问

题,再加上光放大器、调制器的非线性特性,过高的 PAPR 导致信号通过功率放大器时产生非线性失真,从而影响接收端的误码率性能。

为了有效解决高 PAPR 问题,目前已经提出了许多降低 PAPR 的方法. 主要分为两大类:一是非畸变类,如选择映射法(selected mapping, SLM)^[3-4]和部分传输序列法(partial transmit sequence, PTS)^[5-10]等方法;二是预畸变类,如限幅法(clipping)^[11]、加窗峰值抵消法等. 非畸变类技术不会引入信号失真或者额外噪声,但这类方法的计算复杂度一般较高. 本文研究的重点是非畸变类中 PTS 算法。

本文提出了基于相关性分析的改进 PTS (correlation analysis PTS, CA-PTS) 算法. 其基本思想是首先通过相关性理论分析,优化备选相位因子序列,以减少备选信号的搜索数目;另一方面优化相位因子加权过程,减少传统 PTS 算法在相位因子加权过程中的计算冗余. 本文从这两方面入手大大降低了计算的复杂度. 仿真结果表明,在交织分割方式下,与传统 PTS 算法相比,本文提出的 CA-PTS 算法在不损失 PAPR 性能和保证误码率的情况下,计算复杂度大幅度降低。

1 O-OFDM 系统的峰均功率比问题

在 O-OFDM 系统中,输入数据 $\mathbf{X} = [X_0, X_1, \dots, X_{N-1}]$, 其中 $X_n (0 \leq n \leq N-1)$ 表示第 n 个子载波上传输的数据, N 为子载波数量, \mathbf{X} 经过 IFFT 变换可得其时域信号 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N-1}]$, 其第 k 个信号可表示为

$$x_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n \exp(j \frac{2\pi nk}{N}), 0 \leq k \leq N-1. \quad (1)$$

峰均功率比 PAPR 定义为

$$\text{PAPR}(k) = 10 \lg \left(\frac{\max |x(k)|^2}{E\{|x(k)|^2\}} \right) \text{ dB}. \quad (2)$$

$0 \leq k \leq N-1.$

其中 $E\{*\}$ 表示信号的平均功率值。

一般用互补累积分布函数(complementary cumulative distribution function, CCDF)来描述峰均功率比的分布情况. 它表示信号的峰均功率比超过某一门限 z 的概率,即

$$\text{CCDF} = P(\text{PAPR} > z) = 1 - (1 - e^{-z})^{LN}. \quad (3)$$

其中 L 表示过采样数。

2 部分传输序列法

传统 PTS 算法的基本原理如图 1 所示. 将 OFDM 信号分为 V 个互不重叠的子向量 $\mathbf{X}^v = [X_0^v, X_1^v, \dots, X_{N-1}^v]$, 可表示为

$$\mathbf{X} = \sum_{v=1}^V \mathbf{X}^v. \quad (4)$$

其中 $1 \leq v \leq V$. 第 u 个备选信号可以表示为

$$x_u = \sum_{v=1}^V b_v^u \text{IDFT}[\mathbf{X}^v] = \sum_{v=1}^V b_v^u x^v, 1 \leq u \leq U. \quad (5)$$

在 U 路备选信号中选择 PAPR 最小的进行传输:

$$u_{\text{opt}} = \arg \min_{u=1}^U \frac{\max_{n=0}^{N-1} |x_u|^2}{\sigma^2}. \quad (6)$$

其中 σ^2 为平均功率。

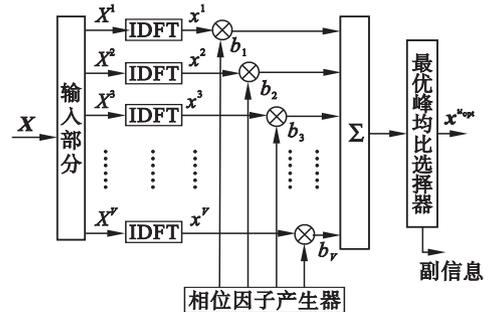


图 1 传统 PTS 算法原理框图

Fig. 1 Block diagram of the traditional PTS algorithm

3 改进 PTS 算法

3.1 优化搜索过程

传统的 PTS 算法进行的是遍历式全搜索,其 PAPR 性能较为理想,但计算复杂度高,效率低. 由于许多备选信号之间存在高度的相关性,从而造成计算过程中冗余过多,这为本文的研究提供了方向。

在 PTS 算法中,当子载波 N 足够大时,根据中心极限定理可得,OFDM 信号中每个数据点均服从复高斯分布 $N(0, \sigma^2)$, 每个子块 x^v 中的数据点均服从复高斯分布 $N(0, \frac{\sigma^2}{2V})$ 。

同时刻任意两路备选信号 $x_{u_1, k}$ 和 $x_{u_2, k}$ 的相关系数表示如下:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(x_{u_1, k}, x_{u_2, k})}{\sqrt{D(x_{u_1, k})D(x_{u_2, k})}}. \quad (7)$$

其中, $\text{Cov}(x_{u_1,k}, x_{u_2,k}) = E[x_{u_1,k}(x_{u_2,k})^*] - E(x_{u_1,k})E^*(x_{u_2,k})$.

由于每个数据点均服从复高斯分布 $N(0, \sigma^2)$, 可进一步得到

$$\rho = \frac{E[x_{u_1,k}(x_{u_2,k})^*]}{\sigma^2}. \quad (8)$$

由于子载波间的正交性, 可将属于不同子载波的子载波分为 V 组, 记为 $\varphi_v, 1 \leq v \leq V$.

根据式(5)可以得到

$$x_{u,k} = \text{IDFT}[b_v^u X_n], \quad 1 \leq u \leq U, 0 \leq k < N, n \in \varphi_v. \quad (9)$$

故利用式(9)可得

$$E[x_{u_1,k}(x_{u_2,k})^*] = \frac{1}{N} E \left\{ \left[\sum_{n=0}^{N-1} b_v^{u_1} X_n \exp(j \frac{2\pi nk}{N}) \right] \times \left[\sum_{m=0}^{N-1} b_v^{u_2} X_m \exp(j \frac{2\pi mk}{N}) \right]^* \right\} = \frac{1}{N} E \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^* \times X_n (X_m)^* \exp \left[j \frac{2\pi k(n-m)}{N} \right] \right\}. \quad (10)$$

由于

$$E[X_n (X_m)^*] = \sigma^2 \delta_{nm}, \quad (11)$$

令 $P = \frac{N}{V}$, 将式(11)代入式(10)可得

$$E[x_{u_1,k}(x_{u_2,k})^*] = \frac{P}{N} \sum_{n=0}^{N-1} b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^* \sigma^2. \quad (12)$$

将式(12)代入式(8)可得

$$\rho = \frac{1}{V} \sum_{n=0}^{N-1} b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^*. \quad (13)$$

从式(13)可以看出, 相位因子直接决定了备选信号之间的相关性, 每组备选信号的相位因子数等于 OFDM 信号的分组数 V . 当 $b_v^{u_1} = b_v^{u_2}$ 时, $b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^* = 1$; 当 $b_v^{u_1} \neq b_v^{u_2}$ 时, $b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^* \geq -1$. 假定两路备选信号中使用不同相位因子的子块数为 D , 则可进一步得到

$$|\rho| = \frac{\left| V - D + \sum_{b_v^{u_1} \neq b_v^{u_2}} b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^* \right|}{V}. \quad (14)$$

由于 $\sum_{b_v^{u_1} \neq b_v^{u_2}} b_v^{u_1} (b_v^{u_2})^*$ 取值的不确定性, 无法得到 $|\rho|$ 的具体值, 但 D 的取值却会改变 $|\rho|$ 的下限, D 越大, $|\rho|$ 的下限越小. 为了保证 $|\rho|$ 足够大, 当 $D=1, V \geq 4$ 时, $|\rho| \geq 0.5$, 保证了两路备选信号的强相关性.

由以上分析, 本文定义 $D=1$ 时信号之间具有强相关性, $D \neq 1$ 时信号之间具有弱相关性, 并以此为基础对所有备选信号进行分组. 首先将相位因子序列中汉明距离为 1 的分为一组, 可以分

为 W^{V-2} 组, 这样得到的每组备选信号均具有强相关性, 且每组中均存在一个基本信号, 因此得到 W^{V-2} 个基本信号. 以下搜索过程仅对这 W^{V-2} 个基本信号进行搜索, 从而减少了计算的冗余.

传统的 PTS 算法中, 令子块 x^1 的相位因子为 1, 再遍历式搜索产生 W^{V-1} 个备选信号. 本文提出的算法只对定义中的基本信号进行搜索, 这样还需要确定出子块 x^i 的相位因子, 固定子块 x^1 和 x^i 的相位因子, 再进行遍历式搜索, 产生 W^{V-2} 个备选信号.

考虑到每组信号中信号之间的相关性很强, 不能保证信号之间完全独立, 从而影响到 PAPR 性能. 为了解决这个问题, 本文在确定子块 x^i 相位因子时, 进行了最优选择. 该最优选择过程如下:

首先令所有子块 $x^i (1 \leq i \leq V)$ 的相位因子全部为 1, 获得起始信号. 通过改变起始信号中子块 $x^i (2 \leq i \leq V)$ 的相位因子, 得到不同的备选信号, 这样每对一个子块操作便可得到一组备选信号, 一共可以得到 $V-1$ 组备选信号, 计算出每组备选信号 PAPR 的方差, 选出其中方差最小的一组, 然后再在该组中选出 PAPR 最小的备选信号, 若该备选信号为起始信号, 则该组中相位因子变化的子块即为所要寻找的子块 x^i ; 若该备选信号不为起始信号, 则其与起始信号的相位因子不同的子块, 便是所要寻找的子块 x^i , 其子块 x^i 处的相位因子, 便是固定子块 x^i 所用的相位因子, 这里将这个过程中称为定点.

定点过程最大限度避免了由于减少搜索备选信号个数而造成的 PAPR 性能损失.

以 $V=4, W=4$ 为例, 分别改变起始信号子块 x^2, x^3, x^4 处的相位因子 b_2, b_3, b_4 可得到三组备选信号相位因子序列. 如图 2a~2c 所示.

图 3 给出了定点之后的搜索过程, 该过程对 W^{V-2} 个备选信号进行搜索并选出 PAPR 最小的进行传输.

3.2 相位加权优化过程

该过程是以 3.1 节的分组原则为基础, 对组内相位因子加权进行的优化. 则组内任意两备选相位因子序列 \mathbf{b}_u 与 \mathbf{b}_{u+1} 中有 $V-1$ 个相位因子是相同的, 从而得到两路备选信号 x_u 和 x_{u+1} 之间的关系.

$$x_u = \sum_{v=1}^V b_v^u x^v = \sum_{v=1, v \neq i}^V b_v^u x^v + b_i^u x^i, \quad (15)$$

$$x_{u+1} = \sum_{v=1}^V b_v^{u+1} x^v = \sum_{v=1, v \neq i}^V b_v^u x^v + b_i^{u+1} x^i. \quad (16)$$

比较两式得到

$$x_{u+1} = x_u - b_i^u x^i + b_i^{u+1} x^i = x_u - (b_i^u - b_i^{u+1}) x^i. \quad (17)$$

由此可知利用式(17)便可快速地从第 u 路备选信号得到第 $(u+1)$ 路备选信号.

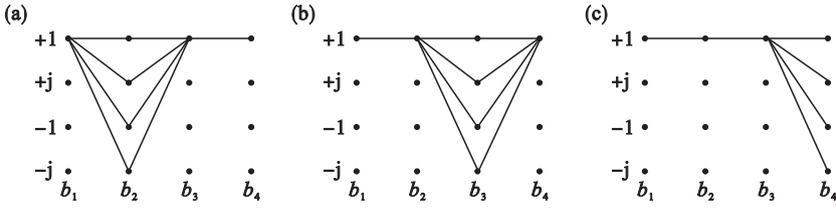


图2 确定定点所需的相位因子序列

Fig. 2 Determination of the sequence of phase factors required for a fixed point

(a) — 改变第二子块相位; (b) — 改变第三子块相位; (c) — 改变第四子块相位.

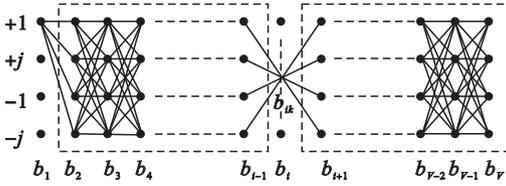


图3 定点确定后进行的搜索过程

Fig. 3 Searching process after the fixed point determination

为了保证加权优化过程的有序性,在定点过程之前,是以起始信号的相位因子序列为基础,获得不同备选信号的相位因子序列.在定点过程之后,以 3.1 节的分组原则为依据,重新得到 W^{V-3} 组,以组为单位,只进行组内优化,通过每组的基本信号的相位因子序列获得各组递推信号的相位因子序列.

上述权值优化过程只是改变了生成备选信号的方式,最终生成的备选信号并未发生改变,因此并未影响到 CCDF 中的任何变量,从而不会对最终的 PAPR 性能产生影响.

综上,搜索算法可以分以下几个步骤:

步骤 1 设置子块数 V 及相位因子数 W ;

步骤 2 根据信号之间的相关性进行分组,将所有相位因子序列中汉明距离为 1 的分为一组,共分为 W^{V-2} 组;

步骤 3 每组包含 W 个相位因子序列,存在 1 个基本信号相位因子序列,因此可递推得到其余 $(W-1)$ 个备选信号相位因子序列;

步骤 4 改变起始信号子块 $x^i (2 \leq i \leq V)$ 的相位因子,每改变一个子块的相位因子时,其余子块的相位因子全部设为 1,通过将该子块乘以 $W-1$ 个相位因子,可以获得一组数目为 W 的备选信号,共 $V-1$ 组;

步骤 5 分别计算每组序列 PAPR 的方差,并选出其中方差最小的一组;

步骤 6 固定子块 x^i 的相位因子 b_i ;

步骤 7 固定相位因子 b_{i1} 和 b_{ik} ,计算所有基本信号相位因子序列的 PAPR,选择 PAPR 最小的备选信号进行传输.

4 计算复杂度分析

本文将计算复杂度分为两部分来分析,第一部分是固定子块 x^i 相位因子过程中所产生的计算复杂度,第二部分是确定了子块 x^1 和 x^i 的相位因子后进行遍历搜索过程中产生的计算复杂度.

表 1 是本文提出的算法与传统 PTS 算法的计算量对比.

表 1 两种 PTS 方案的计算量对比
Table 1 Calculation burden comparison of two PTS schemes

算法	计算量(上、中、下分别为复数加法、复数乘法、比较计算量)
PTS 算法	$W^{V-1}LN(V-1),$ $W^{V-1}LN-1$
CA-PTS 算法	$[-V^2+W+3V-3+(W+V-2)W^{V-3}]$ $\times LN+(V-1)(3W-2),$ $(W^{V-2}+W-1)LN+V-2$

利用计算复杂度降低率 (computational complexity reduction ratio, CCRR) 比较各算法降低情况:

$$CCRR = \left(1 - \frac{\text{CA-PTS 算法计算量}}{\text{传统 PTS 算法计算量}} \right) \times 100\%. \quad (18)$$

表 2 中给出了当 $W=2$ 及 $W=4$ 时,CA-PTS 算法相对于传统 PTS 算法的 CCRR,选择的参数分别为 $L=4, N=1024, V=4$. 可以看到 CA

- PTS 算法与传统 PTS 算法相比其计算复杂度得到了大幅度降低。

表 2 CA - PTS 算法相对于传统 PTS 算法的 CCRR
Table 2 CCRR of CA-PTS algorithm compared with traditional PTS algorithm %

相位因子	复数加法	复数乘法	比较运算
$W=2$	87.49	87.49	37.49
$W=4$	89.06	89.06	70.31

5 算法仿真

为了验证本文提出算法的可行性,在 MATLAB 环境下进行了仿真.参数设置如下:QPSK 调制,子载波数 $N=1024$,过采样数 $L=4$,子块数 $V=4$,相位因子数 $W=4$.

图 4 给出了在三种分割方式下,原始的 OFDM 信号、传统 PTS 和 CA - PTS 算法的 CCDF 仿真曲线.从图中可以看出,在交织分割情况下,CA - PTS 算法相比于传统 PTS 算法无 PAPR 性能损失,而在邻接分割和随机分割的情况下均有少量性能损失,损失范围均在 0.7 dB 内。

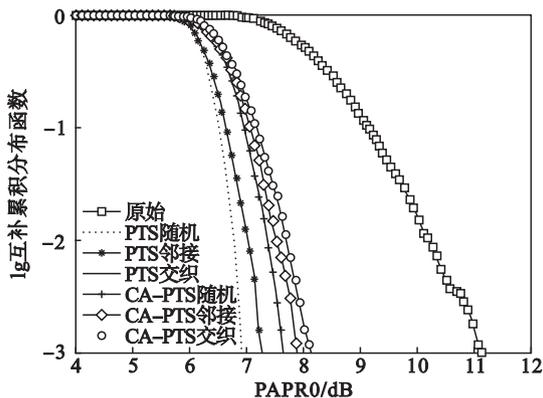


图 4 三种算法在三种分割方式下的 CCDF 仿真曲线
Fig. 4 CCDF curves of three algorithms under different segmentation methods

图 5 给出了在交织分割状态下,传统 PTS 算法及 CA - PTS 算法在 $V=4$,相位因子 $W=2$ 和 $W=4$ 下的 CCDF 仿真曲线.可以看出 CA - PTS 算法相对于传统 PTS 算法没有性能损失。

图 6 给出了原始 OFDM 信号、传统 PTS 算法和 CA - PTS 算法的误码率分布曲线,可以看出本文提出的算法对误码率基本没有影响,这也说明了本文算法的可行性。

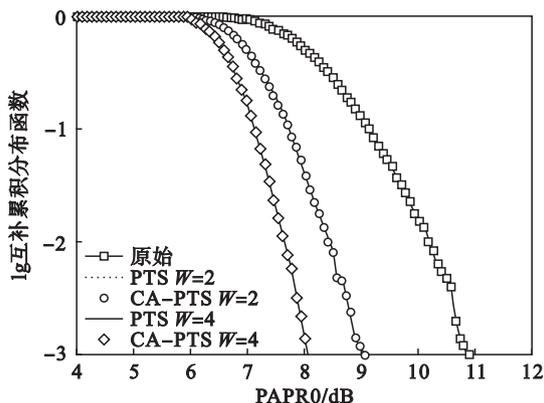


图 5 三种算法的 CCDF 仿真曲线
Fig. 5 CCDF curves of three algorithms

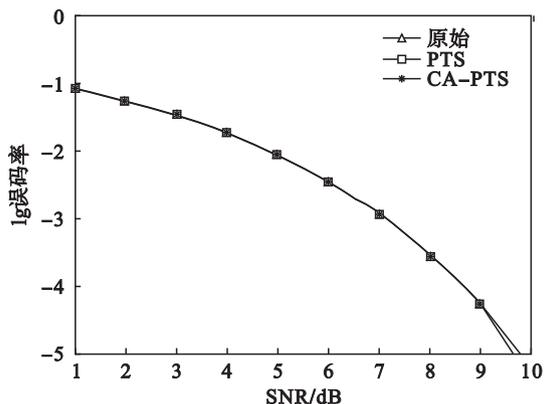


图 6 三种算法的误码率曲线
Fig. 6 BER curves of three algorithms

6 结 论

本文主要针对 O - OFDM 系统中 PAPR 过高的问题,提出改进的 PTS 算法,该算法考虑到信号之间的相关性,所以对三种分割方式均作了仿真分析.结果表明,与传统 PTS 算法相比,在交织分割情况下,本文的搜索算法实现了无 PAPR 性能损失,在随机分割与邻接分割情况下,有少量性能损失.相对于传统 PTS 算法其计算复杂度均有大幅度降低.本文提出的算法在交织分割情况下无 PAPR 性能损失,且计算复杂度得到了大幅度降低,因此本文算法具有一定的研究价值。

参考文献:

[1] Chicharro F I, Ortega B, De Diego M, et al. OOFDM transmission using a single optical broadband source [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2017, 29(7): 563 - 566.

- [2] 童峥嵘,刘颖慧,曹晔. 100Gb/s 高速 PDM - CO - OFDM 系统峰值平均功率比抑制性能研究 [J]. 光学学报, 2015, 35(1) : 63 - 68.
(Tong Zheng-rong, Liu Ying-hui, Cao Ye. Research on peak-to-average power ratio reduction performance for 100Gb/s high-speed PDM-CO-OFDM systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(1) : 63 - 68.)
- [3] Woo J Y, Joo H S, Kim K H, et al. PAPR analysis of class-III SLM scheme based on variance of correlation of alternative OFDM signal sequences [J]. *IEEE Communication Letters*, 2015, 19(6) : 989 - 992.
- [4] Xiao Y Q, Wang Z Y, Cao J, et al. Time-frequency domain encryption with SLM scheme for physical-layer security in an OFDM-PON system [J]. *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, 2018, 10(1) : 46 - 51.
- [5] Chen H S, Chung K C. A low complexity PTS technique using minimal trellis in OFDM system [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67 (1) : 817 - 821.
- [6] Luo R Z, Zhang C S, Niu N, et al. A low-complexity PTS based on greedy and genetic algorithm for OFDM systems [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2015, 24 (4) : 857 - 861.
- [7] Cho Y J, Kim K H, Woo J Y, et al. Low-complexity PTS schemes using dominant time-domain samples in OFDM systems [J]. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2017, 63 (2) : 440 - 445.
- [8] Xiao Y, Lei X, Wen Q S, et al. A class of low complexity PTS techniques for PAPR reduction in OFDM systems [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(10) : 680 - 683.
- [9] Khalid A H, Borhanuddin M A, Pooria V, et al. Subblocks interleaving PTS technique with minimum processing time for PAPR reduction in OFDM systems [J]. *The Journal of Engineering*, 2016, 16(5) : 134 - 140.
- [10] Yang L, Soo K K, Li S Q, et al. PAPR reduction using low complexity PTS to construct of OFDM signals without side information [J]. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2011, 57(2) : 284 - 290.
- [11] Anoh K, Tanriover C, Adebisi B, et al. A new approach to iterative clipping and filtering PAPR reduction scheme for OFDM systems [J]. *IEEE Access*, 2018, 6 (99) : 17533 - 17544.