

# 基于压缩感知的心电信号稀疏采样与重构算法

齐 林, 邢家柱, 陈俊鑫, 张良钰

(东北大学 中荷生物医学与信息工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 实时心电监测的数据量过大, 给系统的传输和存储带来很大压力. 为降低采集端的功耗, 达到减轻采样复杂度又降低传输数据量的目的, 使用压缩感知技术对心电信号进行压缩采样及重构. 以信号重构时间和重构误差为关键指标, 研究不同重构算法和小波基的性能表现. 结果表明, 当压缩率在 30% 以内时, 基追踪作为信号重构算法的百分比均方根差小于 4%, 同时其重构耗时最短; 当压缩率在 70% 以内时, 子空间追踪的误差小于 10%, 且始终保持较低的重构耗时. 最优小波基往往和具体压缩率有关.

**关 键 词:** 压缩感知; 心电信号; 采样和重构; 小波基

中图分类号: TP 391

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2019)08-1087-07

## Sparse Sampling and Reconstruction Algorithm of Electrocardiogram Signal in Compressed Sensing

QI Lin, XING Jia-zhu, CHEN Jun-xin, ZHANG Liang-yu

(Sino-Dutch Biomedical & Information Engineering School, Northeastern University, Shenyang 110819, China.

Corresponding author: CHEN Jun-xin, E-mail: chenjx@bmie.neu.edu.cn)

**Abstract:** Real-time electrocardiogram (ECG) monitoring will result in large data volume, which brings about severe pressure on the transmission and storage of the system. In order to reduce the computational complexity of data acquisition and the data volume in transmission, compressed sensing was used for the ECG signal. Taking time and error of signal reconstruction as critical indicators, the performance of different reconstruction algorithms and wavelet basis are comprehensively studied. The results demonstrate that when the compression ratio is within 30%, the percentage mean-square difference of the basis tracking algorithm is less than 4%, and the reconstruction takes the shortest time. When the compression ratio is within 70%, the error of subspace tracking algorithm is less than 10%, and the reconstruction time is always the lowest. However, the optimal wavelet basis is generally related to the specific compression ratio.

**Key words:** compressed sensing; electrocardiogram signal; acquisition and reconstruction; wavelet basis

根据《中国心血管病报告 2017》<sup>[1]</sup>, 近年来, 我国的心血管病防治工作已经取得初步成效; 然而, 总体的患病率和死亡率仍在上升, 心血管病预防和诊疗工作的负担依然不断加重, 成为重大的公共卫生问题. 心电 (electrocardiogram, ECG) 数据监测特别是全天候心电实时监测, 对防治心血管疾病具有重要意义. 技术上, 可以使用可穿戴式设备实时采集心电信号, 然后通过无线方式对数据进行传输. 传统信号采集方法是奈奎斯特采样,

采样频率高于原信号最高频率的两倍, 这种不间断的高速率采样能耗很大, 而且会产生大量采样数据, 给以电池供电、采用无线数据传输方式且体积受限的可穿戴式设备带来很大的资源压力.

如果在误差可以接受的范围内减少数据量, 就可以降低可穿戴式设备的能耗压力. 目前有一些传统的数据压缩技术被用于对心电数据的处理. 如 Pooyan 等<sup>[2]</sup>证明了将基于多级树集合分裂算法 (set partitioning in hierarchical trees, SPIHT)

收稿日期: 2018-07-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61802055); 辽宁省自然科学基金资助项目 (20170520180); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (N171904009, N172008008); 中国博士后科学基金资助项目 (2018M630301).

作者简介: 齐 林 (1981-), 男, 吉林长春人, 东北大学副教授.

的小波压缩应用于心电信号,其压缩率可以达到 20,且百分比均方根差 (percentage root-mean-square difference, PRD) 控制在 10% 以内. 这类方法虽然可以显著减少传输的数据量,但仍需要首先对信号进行完整采集,并且压缩编码过程需要进行复杂计算,对能量和资源极其受限的可穿戴设备压力过大,并不符合心电实时监测的实际需求. 基于此,需要一种方法既能对数据进行压缩以减少数据传输量,又要避免在可穿戴设备上进行高功耗的高速采样和复杂编码.

压缩感知可以满足这种需求. 利用信号在某变换域上的稀疏性,压缩感知使用较少的测量数据就能重构信号,同时满足数据压缩和降低采样率两个需求. 目前已有研究人员探索使用压缩感知方法对心电信号进行稀疏采样. 屈信超等<sup>[3]</sup>对比了几种小波基的重构误差大小,认为 *coif5* 小波基的重构误差比较小,但该结论只来源于对同一段心电数据仿真的结果,并不能适用于其他情况,且仿真只选取 6 种小波基进行对比,忽略了小波基内部参数变化对结果的影响. Mishra 等<sup>[4]</sup>对不同小波基进行了研究,给出了几种压缩率下效果最好的小波基,但是其仿真实验只使用了一种恢复算法,且没有采用标准化的 PRD 计算方式. Mishra 等得到的小波基优劣结果只适用于特定条件,当改用其他 ECG 信号测试,或者改变压缩率及恢复算法,都会影响得到的结果,并且其仿真只考虑了几种整数压缩率的情况,无法细致刻画不同子区间内的变化规律. 基于上述问题,本文用压缩感知方法对心电信号进行稀疏采样和重构,对不同压缩率下不同小波基和重构算法进行全面研究,得出不同条件下的重构时间和数据误差,为实际应用提供实践基础. 本文的主要贡献有:

1) 在对不同种类小波基进行压缩感知实验的基础上考虑参数变化 (共 52 种),探讨每种参数变化带来的影响,并研究不同的压缩率对小波基重建效果的影响;

2) 摒弃常用的整数压缩率的方式,而采用百分比压缩率的方式细化压缩区间,以研究算法在不同压缩区间上重构效果的详细变化规律;

3) 以标准化的重构误差计算方式和信号重构耗时作为评价指标,对多种小波基和重构算法进行综合分析;

4) 采用相同导联的心电数据进行实验,降低不确定性因素对结果的影响.

## 1 压缩感知基础

长期以来,信号的采样过程需遵循奈奎斯特采样定理:为了无失真地恢复模拟波形的信号,采样频率必须大于原信号最高频率的两倍. 实际上,采样频率往往会远大于原信号最高频率的两倍,且信号中存在的冗余信息使数据量不断加大,因此,需要对信号先采样后压缩. 如果直接在信号的采集端对数据进行压缩处理,数据的压缩编码过程对性能和能耗都有很高要求;然而,采集端多是价格较低、资源不足的简单设备,高频采样和复杂压缩会明显增加采集端的压力,从而影响无线便携化和可穿戴设备的工作效率. 在这种背景下,压缩感知方法应运而生.

压缩感知方法由 Candès 等<sup>[5-6]</sup>提出,其最大特点是利用信号在某特定域上的稀疏特性,合理去掉信号结构上的冗余信息,在信号采样的同时进行数据压缩,也就是边采样边压缩. 这样,在很大程度上降低了编码过程的复杂度,并降低了对大量信息进行存储及传输的要求. 近年来,压缩感知相关理论的研究在各领域取得了长足发展. 郑毅贤等<sup>[7]</sup>提出一种基于自适应压缩感知的图像去噪方法,这种方法比传统的去噪方法有更好的对纹理细节的去噪效果.

自然界的大多数信号都不是直接稀疏的,但一般可以找到某个特定变换域  $\Psi$ ,使得信号是稀疏的或可压缩的. 压缩感知理论指出<sup>[6]</sup>,若信号  $x$  在域  $\Psi$  上是稀疏的,那么就可以利用其在变换域上的稀疏性,用一个与稀疏域不相关的观测矩阵  $\Phi$  对原信号进行线性观测,然后通过求解最优化问题获得重构信号  $x'$ . 重构信号需要的测量点数远少于原信号的采样点数,即达到了压缩目的,通过小于原信号长度的测量点数重构出的信号是有损的,但基于信号在某域的稀疏特性,可以还原出绝大多数重要信息. 用压缩感知方法对一维信号进行采样及恢复的一般过程如下:

1) 给定一个长度为  $N$  的一维信号  $x \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ ,确定信号  $x$  的稀疏域,设其为  $N \times N$  维的正交基  $\Psi$ ,信号在此变换基的稀疏度为  $K$ ,变换系数为  $s$ ,信号在稀疏基上的稀疏表示为

$$x = \Psi s. \quad (1)$$

2) 选择与  $\Psi$  不相关的测量矩阵  $\Phi_{M \times N}$ ,对信号  $x$  的信息进行采样,得到  $M \times 1$  的测量值  $y$ ,其测量点数  $M$  小于原信号长度  $N$ ,  $y$  表示为

$$y = \Phi x. \quad (2)$$

- 3) 将  $\Phi$  与  $\Psi$  相乘作为传感矩阵  $\theta$ , 解出测量值  $y$  在传感矩阵  $\theta$  上稀疏系数的近似值  $s'$ .
- 4) 通过解出稀疏系数  $s'$  和稀疏基  $\Psi$ , 进一步重构信号  $x'$ .

从上述过程中可以看到, 压缩感知的核心问题可以归纳为: 选取稀疏基  $\Psi$ , 使  $N$  维信号在这个域上稀疏; 设计一个与稀疏基不相关的测量矩阵  $\Phi_{M \times N}$  对信号进行观测拾取, 得到  $M$  维测量值; 设计信号重构算法, 从  $M$  维的测量值中尽可能地恢复出  $N$  维的原始信号.

## 2 信号的稀疏表示与重构

信号的稀疏性是压缩感知的基础和核心问题. 当信号具有稀疏性, 就能用较少的信号线性组合来表达全部或者大部分原信号的内容. 文献 [8] 给出的稀疏定义为: 如果向量  $x$  的支撑域  $\{i: x_i \neq 0\}$  的基数小于或等于  $K$ , 则  $x$  是  $K$  稀疏的. 如果能找到信号最佳的稀疏域, 信号在该域上的稀疏度很高, 就能提高信号的压缩率和重构的准确度. 常用的稀疏变换方法有离散余弦变换 (DCT)、快速傅里叶变换 (FFT)、离散小波变换 (DWT) 等. 小波变换广泛应用于信号处理领域, 不同的小波函数有不同的特性, Haar 小波是支持离散小波变换的最简单的小波函数, 但由于在时域的不连续性, 导致性能不是很好; Daubechies 小波是一种紧支集正交小波, 其阶数越大, 消失矩阶数越大, 光滑性越好, 使其信号重构过程较为光滑, 但时域紧支撑性会减弱, 会增加计算量; Symlets 小波<sup>[9]</sup> 由 Ingrid Daubechies 提出, 作为 Daubechies 小波的改善, 既保留了 Daubechies 小波的优点和特征, 又具有近似对称性, 这种特点可以减少信号重构的相位失真.

测量矩阵需要与稀疏基不相关, 且不相关性越强, 当信号由  $N$  维降到  $M$  维时, 重要信息越能够得以保留, 越能恢复更不稀疏的信号. 判断一个测量矩阵优劣的重要标准就是测量矩阵是否符合受限等距性条件 (restricted isometry property, RIP)<sup>[10-11]</sup>:

$$(1-\varepsilon)\|x\|_2 \leq \|\Phi x\|_2 \leq (1+\varepsilon)\|x\|_2. \quad (3)$$

满足 RIP 条件<sup>[12]</sup>可以保证原空间到稀疏空间的一一映射关系. 当随机测量矩阵的测量点数符合

$$M \geq cK \ln(N/K), \quad (4)$$

则这个矩阵可以大概率满足 RIP 条件<sup>[12]</sup>. 常用于压缩感知的测量矩阵有随机高斯矩阵、伯努利矩

阵<sup>[13]</sup>、循环测量矩阵、托普利兹矩阵<sup>[14]</sup>, 以及部分傅里叶矩阵<sup>[5]</sup>等. 文献 [11-12] 证明了绝大多数随机矩阵都能满足 RIP 条件. 伯努利矩阵是一种随机矩阵, 其优点是其元素只由  $\pm 1$  构成, 自身构造比较简单, 易于存储和硬件实现.

重构算法从  $M$  维的测量值  $y$  中求得稀疏系数  $s$  的估计值  $s'$ , 从而进一步重构信号  $x'$ . 由于测量数  $M$  远远小于原信号长度  $N$ , 由式 (1) 求得稀疏系数  $s$  是一个求欠定方程组的问题. 当信号在某稀疏基上是  $K$  稀疏时, 有  $K$  个位置的值非零. 若测量点数能大于信号的自由度  $K+1$ , 则可以通过非线性方法对原信号进行恢复. 在测量矩阵  $\Phi$  满足 RIP 的前提下, 将求欠定方程组的问题转化为如式 (5) 求最小  $l_0$  范数的问题:

$$\begin{aligned} \min & \|s\|_0; \\ \text{s. t. } & y = \Psi\Phi s. \end{aligned} \quad (5)$$

然而这个问题是一个 NP 难问题, 在多项式时间内难以求解. 而在一定条件下,  $l_1$  最小范数和  $l_0$  最小范数具有等价性. 所以在给定约束条件后, 可以将其转化为求解更简单的  $l_1$  优化问题:

$$\begin{aligned} \min & \|s\|_1; \\ \text{s. t. } & y = \Psi\Phi s. \end{aligned} \quad (6)$$

重构算法的主要类别有两大类. 一类是贪婪算法, 包括匹配追踪算法 (matching pursuit, MP)、正交匹配追踪 (orthogonal matching pursuit, OMP)<sup>[15]</sup> 及压缩感知匹配追踪 (compressive sampling matching pursuit, CoSaMP)<sup>[16]</sup> 等. 基于  $l_0$  范数最小的贪婪追踪算法通过选择合适的原子并经过一系列逐步递增的方法实现信号矢量的逼近<sup>[17]</sup>.

另一类是凸优化方法, 如基追踪法 (basic pursuit, BP) 等. 凸优化方法是对  $l_1$  最小范数进行最优化求解, 把问题简化为线性规划问题. 凸优化的重构效果比较好, 但是计算更复杂, 计算量更大. 不同的重构算法有各自的优缺点, 如何对现有的重构算法进行缺陷改进以提高重构信号的精准度, 还有待于进一步探究.

## 3 心电信号的压缩感知

### 3.1 实验参数

本文选用 MIT-BIH 心律失常数据库<sup>[18]</sup> 中的心电数据作为信号样本. 选择 5 段来自不同受试者的心电数据记录 (Record 105, 106, 107, 108 和 109), 所有信号均为 MLII 和 V1 双导联, 信号的采样频率为 360 Hz, 记录时间均为 30 min. 模数转



换(ADC)后每路信号增益为 200 单位/mV,ADC 为 11 位,ADC 零值为 1 024. 从每个记录上截取长度为 1 024 采样点的 MLII 导联片段作为本实验的样本,标记为 ECG1 ~ ECG5,每段实验数据持续时间约为 2.84 s. 测量矩阵选用伯努利矩阵,作为稀疏基的小波基有 6 大类,考虑参数的变化为 52 种:haar;dbn( $n = 2 \sim 10$ );symn( $n = 2 \sim 8$ );coifn( $n = 1 \sim 5$ );biorn. $n_d$ ( $n_r = 1, n_d = 1, 3, 5; n_r = 2, n_d = 2, 4, 6, 8; n_r = 3, n_d = 1, 3, 5, 7, 9; n_r = 4, n_d = 4; n_r = 5, n_d = 5; n_r = 6, n_d = 8$ );rbion. $n_d$ ( $n_r = 1, n_d = 1, 3, 5; n_r = 2, n_d = 2, 4, 6, 8; n_r = 3, n_d = 1, 3, 5, 7, 9; n_r = 4, n_d = 4; n_r = 5, n_d = 5; n_r = 6, n_d = 8$ ). 恢复算法分别为:OMP, BP, CoSaMP, IRLS (iterative reweighted least squares, 迭代加权最小二乘)和 SP (subspace pursuit, 子空间追踪). 将以上各恢复算法和各小波基作为可变量,在 15 种压缩率下对 5 组心电图数据进行压缩感知方法的仿真,共进行 19 500 组仿真实验,每组实验重复 10 次取平均值作为实验数据. 实验仿真在 MATLAB 2014a 下进行,实验环境为 Windows 10,处理器为 Intel Core i7 - 7700HQ @ 2.80 GHz,内存 8.00 GB.

本文使用压缩率 (compression ratio, CR) 和 PRD<sup>[19]</sup> 作为性能评价指标. CR 描述压缩数据的效果,即信号被压缩后减少的长度占原信号长度的比率. 设原信号长度为  $N$ ,测量点数为  $M$ ,则

$$CR = \frac{N - M}{N} \times 100\% . \tag{7}$$

PRD 描述重构信号与原信号之间的差异,设  $\mathbf{x}$  为原始信号,  $\mathbf{x}'$  为重构信号,则

$$PRD = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\|\mathbf{x}\|} \times 100\% . \tag{8}$$

本文所涉及的程序代码及其他相关数据均已公开<sup>[20]</sup>.

3.2 重构算法的耗时分析

压缩感知的一个显著优势是,在信号采集端对信号的压缩采样仅需要少量资源,不同的测量矩阵和稀疏基对耗时影响较小,大部分耗时都集中在信号的重构过程. 本节通过对比不同算法的重构耗时,研究不同压缩率下耗时的变化规律. 本组实验中,测量矩阵固定选为伯努利矩阵,不同稀疏基对应的实验结果取平均值,得到在不同压缩率下重构算法的耗时,结果如图 1 所示.

由图 1 可以看到,在不同压缩率下,不同算法的重构耗时有很大差异. 总体上看,重构耗时随压缩率增大而减少,这是由于高压压缩率下得到的测量点数更少,由这些测量数进行重构的速度因此

更快,但也会使重构效果变差. 在不同压缩率下, BP 的重构耗时始终是最短的,并稳定维持在 0.2 ~ 0.5 s. 当压缩率在 75% 以上, OMP, BP, CoSaMP 和 SP 的重构耗时不断接近,均为 0.3 s 左右. IRLS 的重构耗时始终远高于其他算法.

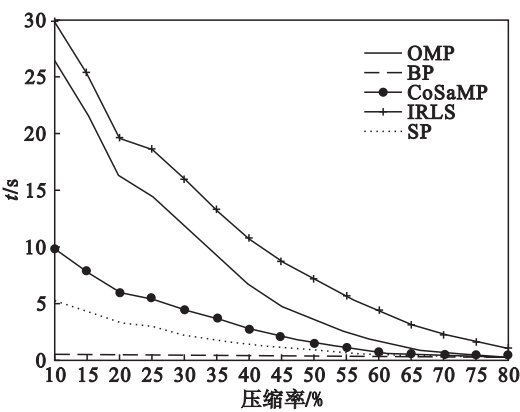


图 1 不同压缩率下的算法重构耗时  
Fig. 1 Reconstruction time of algorithms at different compression ratios

3.3 重构算法的误差分析

压缩感知对于真正的稀疏信号可以做到精确恢复,但自然界信号往往不是绝对稀疏的,大多是可压缩的;这种情况下,压缩感知可以恢复原始信号的绝大多数特征,但必定存在一定的误差. 本实验旨在探讨不同算法的重构误差在不同压缩率下的变化规律. 通过实验数据可以观察到,不同小波基对应 PRD 的变化幅度为 1% ~ 2%,远小于不同算法对重构结果的影响. 所以在不同算法的对比测试中,将小波基这个变量对应的 PRD 取平均值作为算法的重构效果,以研究不同算法在不同压缩率下的重构误差,结果如图 2 所示.

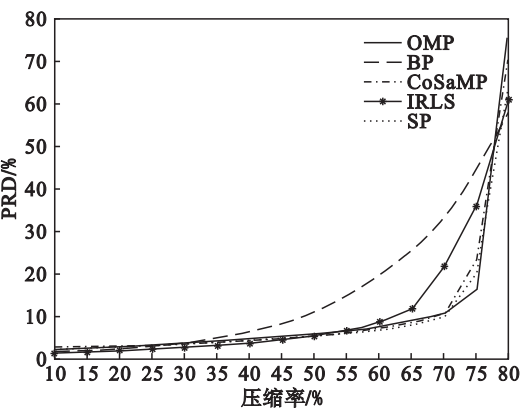


图 2 不同压缩率下的算法重构误差  
Fig. 2 Reconstruction error of algorithms at different compression ratios

总体上看,误差随压缩率的增加而变大,因为测量点数减少,相同条件下得到的原信号信息也

更少,恢复效果自然变得更差. 误差过大时,重构信号甚至不可用.

这里,将 PRD 在 10% 以内看作理想的重构信号,将 PRD 在 20% 以上看作几乎不可用的重构信号<sup>[21]</sup>. 当压缩率在 50% 以内,所有算法的 PRD 都能保持在 10% 以内,其中 BP 的误差增长最快,其 PRD 最先超过 10%. 当压缩率在 70% 以内,除 BP 外其他算法的 PRD 基本能保持在 20% 以内,其中 IRLS 的误差增长最快,PRD 首先超过了 20%. 除 BP 和 IRLS 外,OMP,SP 和 CoSaMP 的 PRD 能保持在 10% 以内,同样的误差下,能达到更大的压缩率. 当压缩率达到 75% ,所有算法的 PRD 均超过 20% .

若从总体上考虑各压缩率区间 PRD 最小的算法,当 CR 在 45% 以内时,IRLS 的 PRD 最小;当 CR 在 50% ~70% ,SP 的 PRD 最小;当 CR 超过 75% ,OMP 的 PRD 最小;当 CR 达到 80% 时,各算法的 PRD 均过大,重构信号的效果很差,不具备参考性.

### 3.4 稀疏基对重构结果的影响

为了研究在不同压缩率下,不同小波基对 ECG 信号的压缩感知采样及重构的影响,本文选取了 6 种均能进行离散小波变换(DWT)的常见小波基: haar, Daubechies ( db ), Symlet ( sym ), Coiflet ( coif ), Biorthogonal ( bior ) 以及 ReverseBior( rbio ). 考虑不同的函数参数,得到 52 种不同的小波函数. 由上节实验结果可以观察到,SP 作为压缩感知的重构算法,综合考虑其重构误差和重构耗时,在各个压缩率下,SP 是一个比较理想的选择,所以对于小波基的对比分析主要基于 SP 重构算法. 实验对不同的 ECG 信号进行测试,并按照压缩率的不同进行分组,每组都对 52 种小波基( 含小波函数的参数变化) 分别进行测试. 实验结果中以 PRD 作为小波基对重构效果影响的评价指标,PRD 越低即重构效果越理想. 每组测试均以 PRD 由低到高的顺序排列小波基的次序,将序列前 30% 视为重构效果较好的小波基. 通过实验结果可以观察到,对不同的 ECG 进行测试,效果最优的小波基并不是固定的,但是在多数 ECG 数据中都呈现一定规律性. 选取不同压缩率下,在多数 ECG 中重构效果都较好的小波基,以表示不同 ECG 之间小波基恢复效果的关联性,汇总如表 1 所示.

表 1 各压缩率下效果较好的小波基					
Table 1 Wavelet base with better effect at various compression ratios					
CR	ECG1	ECG2	ECG3	ECG4	ECG5
10%	bior3. 3	bior2. 2	bior2. 2	bior2. 2	bior2. 2
	db5	db5	db5	db5	db5
15%			bior3. 3	bior3. 3	bior3. 3
	bior6. 8	bior6. 8		bior6. 8	bior6. 8
	rbio1. 3	bior4. 4	bior4. 4	rbio1. 3	bior4. 4
	rbio2. 4	rbio4. 4	rbio1. 3	rbio2. 4	rbio2. 4
20%			rbio4. 4	rbio4. 4	rbio4. 4
	sym6	haar	haar	sym6	sym6
	bior5. 5	bior5. 5	haar		rbio4. 4
	bior3. 5	bior3. 5	bior5. 5	haar	haar
25%	coif2		bior3. 5	coif2	coif2
	bior2. 2	coif2	bior2. 2	bior2. 2	haar
	bior3. 5		bior3. 5	bior3. 5	
	haar		haar		
30%	bior3. 7	bior3. 7	bior3. 7		
	db10	coif5	coif5	coif5	db7
	db7		db10	db10	
			db7		
35%	haar	haar	haar	haar	bior3. 7
	bior3. 7	bior4. 4	bior3. 7	rbio4. 4	rbio4. 4
	bior4. 4	sym2	bior4. 4	sym2	
	sym2		rbio4. 4		
40%	rbio4. 4	rbio4. 4		rbio4. 4	rbio4. 4
	rbio3. 5	rbio2. 4	bior1. 5	rbio2. 4	rbio2. 4
	rbio3. 7	rbio3. 5		rbio3. 5	rbio3. 7
		bior1. 5		rbio3. 7	
45%	db2	db2	db2	db2	
	sym4	sym4	sym4	sym4	bior1. 3
	bior1. 3	db9	bior1. 3	db9	db9
	haar		haar	haar	
50%			sym3	sym3	sym3
	sym3	coif5	coif5	bior6. 8	bior6. 8
	bior6. 8		db10	coif5	db10
				db10	
55%		bior2. 8	bior1. 1	bior1. 1	bior1. 1
	bior2. 8	bior3. 7	bior2. 8	bior3. 5	bior3. 5
			bior3. 5	bior3. 7	bior3. 7
60%	bior1. 1	bior1. 1		bior1. 1	bior1. 1
	bior2. 4	bior2. 4	bior3. 5	bior2. 4	bior2. 4
		bior3. 9		bior3. 5	bior3. 5
				bior3. 9	bior3. 9
65%	db3	db3		db3	db3
	sym6	sym6		sym6	sym6
	coif2	db7	db9	coif2	coif2
	db7	db9		db7	db9
70%		bior1. 1	bior1. 1		db3
	db3	db3	db5	bior1. 1	db5
		db6	db6	db5	db6
			db8	db8	db8
75%	bior3. 5	bior3. 5			
	bior3. 1	bior3. 1	bior3. 5	bior3. 5	bior3. 1
	bior3. 9	bior3. 9		bior3. 9	
80%	bior1. 1	bior3. 5	bior1. 1		
	db2	db2	bior3. 5	bior1. 1	
	db3	db3	db3	bior3. 5	db2
	db6	db6	db6		

由表 1 可以看到,不同小波基对重构效果的影响会因压缩率变化而改变. 如当 CR 在 20% ~ 25%,以及 CR 为 35% 和 45% 时,haar 小波基的效果在各 ECG 信号中的重构效果普遍比较好. CR 为 40% 时,rbio 小波基的效果在多数 ECG 信号中的重构效果都比较好;而 CR 在 50% ~ 60% 时,bior 小波基的效果普遍比较好;当 CR 为 70%,db 小波基和 rbio 小波基的重构效果都比较好. 由实验结果可知,不同的 ECG 信号对应的最优小波基并不固定,但在同一压缩率下,在不同 ECG 中表现较优的小波基会呈现一定规律性,每段压缩率下,都有若干种小波基在多数 ECG 中重构效果较好. 当压缩率改变时,小波基对应的重构效果会产生变化,因此,对一段具体的 ECG 进行压缩感知稀疏采样和信号重构时,需要结合具体的压缩率进行探讨.

### 3.5 实验结果讨论

结合上述的实验结果,各重构算法的耗时和误差随压缩率的变化呈现出一定的规律性. 结合图 1 与图 2,综合考虑不同算法的重构误差和重构耗时得到如下结论:当 CR 小于 30% 时,BP 的耗时最短,可优先使用 BP 算法,但当 CR 大于 30% 后,BP 的 PRD 快速增加,CR 在 50% 左右时,BP 的 PRD 达到 10%;CR 在 55% 以内时,IRLS 在重构误差指标上有微弱优势,但是其耗时是所有算法中最长的,如果不把耗时作为重要条件,甚至不考虑耗时,可以优先使用 IRLS 算法;CR 在 55% 以上时,IRLS 的 PRD 快速升高,且耗时也最长,这种条件不推荐使用 IRLS 算法;CR 在 70% 以内时,OMP,CoSaMP 和 SP 的 PRD 都非常接近,误差在整体中是比较低的水平,最高 PRD 为 10% 左右. OMP 的耗时比 CoSaMP 和 SP 的耗时明显更长,在 CR 为 10% 时,OMP 的耗时是 SP 耗时的 5 倍左右,是 CoSaMP 耗时的 2.5 倍左右;在 CR 为 50% 时,OMP 的耗时是 SP 耗时的 4 倍左右,是 CoSaMP 耗时的两倍以上. CR 从 10% 到 70%,SP 比 CoSaMP 的重构耗时更短,且误差也更低,所以从整体看,SP 的表现更为均衡. 由实验结果可以看到,各算法在不同压缩率下的重构效果是不同的,通过讨论发现最适合的重构算法需要结合具体压缩率考虑,而不能在所有条件下应用相同结论. 如屈信超等<sup>[3]</sup>得出的关于重构算法性能优劣的结论,只是基于单一条件下得出的,并不适用于压缩率改变的情况. 在压缩感知实际应用中,需要在压缩率和重构误差之间选取一个恰当的平衡点,本文的相关讨论更细致地展现了

压缩率对重构效果的影响.

总体上,ECG 信号在小波域上稀疏度较高,小波基适合作为 ECG 信号压缩感知采样重构的稀疏基. 如对于 ECG1,当小波函数为 coif5,分解层数为 5,全局阈值为 2.227 时,压缩后的信号仍能保持 90% 以上的能量. 由仿真实验结果可以观察到,对 ECG 信号进行压缩感知信号采样及恢复时,最优的小波基并非固定不变,而会因压缩率的变化而改变;所以很难选择一个在各种条件下重构效果都很好的小波基,而是需要结合具体的压缩率进行选择.

## 4 结 论

1) 通过对比压缩感知中不同恢复算法的重构耗时和重构误差,得到各压缩率区间下最佳的恢复算法和最优小波基. 当 CR 较低时(10% ~ 30%),BP 能同时保证小误差( $PRD < 4\%$ )和最短的重构耗时( $< 0.5\text{ s}$ );当  $CR > 30\%$ ,SP 有很好的信号重构效果( $PRD < 10\%$ ),且重构耗时较短( $< 2.2\text{ s}$ ),是比较理想的选择.

2) 小波基对于重构效果的影响与压缩率有关,不同压缩率下对应的适合的小波基是不同的,所以在不同条件下选用同一种小波基无法保证重构效果是最优的.

由于单一小波基难以满足不同条件下的需求,所以下一步将尝试建立稀疏字典,基于大量的 ECG 数据,通过学习训练的方法提高 ECG 信号在稀疏基上的稀疏度,从而使压缩感知整体的压缩率更高,或者在同样压缩率下的重构误差更小.

### 参考文献:

- [1] 陈伟伟,高润霖,刘力生,等.《中国心血管病报告 2017》概要[J]. 中国循环杂志,2018,33(1):1-8.  
(Chen Wei-wei, Gao Run-lin, Liu Li-sheng, et al. Chinese cardiovascular disease report 2017 [J]. *Chinese Circulation Journal*, 2018, 33(1):1-8.)
- [2] Pooyan M, Taheri A, Moazami-Goudarzi M, et al. Wavelet compression of ECG signals using SPIHT algorithm [J]. *International Journal of Signal Processing*, 2004, 1(3):219-225.
- [3] 屈信超,张跃. 基于压缩感知的实时心电信号压缩算法[J]. 计算机工程与设计,2014,35(10):3450-3454,3479.  
(Qu Xin-chao, Zhang Yue. Real-time ECG compression algorithm based on compressed sensing [J]. *Computer Engineering and Design*, 2014, 35(10):3450-3454,3479.)
- [4] Mishra A, Thakkar F, Modi C, et al. Comparative analysis of wavelet basis functions for ECG signal compression through compressive sensing [J]. *International Journal of Computer Science and Telecommunications*, 2012, 3(4):23-31.

(下转第 1098 页)