

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2019.08.014

# 滚动直线导轨热变形对接触刚度的影响

张耀满, 郑伟

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘要:** 以 HSR15A 滚动直线导轨为研究对象, 基于赫兹接触理论, 分析了滚动直线导轨在考虑预载和热变形情况下的弹性受力变形, 建立了滚动直线导轨结合面变形的几何关系, 从而推导出结合面热变形对接触刚度影响的理论模型. 通过有限元软件仿真分析了滚动直线导轨在不同垂直载荷下的温度分布, 以及热变形对滚动直线导轨刚度的影响规律. 分析结果表明: 随着垂直载荷的增大, 滚动直线导轨上滚道刚度逐渐增大, 下滚道刚度逐渐减小, 等效刚度也逐渐减小; 热变形可以使滚动直线导轨刚度减小, 且随着载荷的增加热变形对刚度的影响越来越显著.

**关键词:** 滚动直线导轨; 接触刚度; 热变形; 理论模型; 垂直载荷

中图分类号: TK 730.3 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2019)08-1139-05

## Influence of Thermal Deformation of Rolling Linear Guide on Contact Stiffness

ZHANG Yao-man, ZHENG Wei

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHANG Yao-man, E-mail: zhangyaoman@mail.neu.edu.cn)

**Abstract:** Taking an HSR15A rolling linear guide as a research object, its elastic deformation under the conditions of pre-loading and thermal deformation is analyzed on the basis of Hertz contact theory. The geometric relationship of the deformation of the rolling linear guide's joint surfaces is established, and the theoretical model for the influence of thermal deformation of joint surfaces on contact stiffness is derived. The temperature distribution of the rolling linear guide under different vertical loads and the influence of thermal deformation on the guides's stiffness are analyzed by using the finite element software. The results show that with the increase of vertical load, the stiffness of the upper raceway increases gradually, while the stiffness of the lower raceway decreases and the equivalent stiffness decreases also; the stiffness of the rolling linear guide can be reduced by thermal deformation, and the influence of the thermal deformation on the stiffness becomes more and more significant with the increase of vertical load.

**Key words:** rolling linear guide; contact stiffness; thermal deformation; theoretical model; vertical load

滚动直线导轨动静摩擦系数小, 定位精度高, 响应速度快, 被广泛运用在数控机床、加工中心等精密设备中. 摩擦热的产生机理、热变形的影响, 以及接触变形及结合面刚度变化是滚动直线导轨研究的主要方向. Zou 等<sup>[1]</sup>分析了摩擦力的形成机理, 得出摩擦热是滚动直线导轨的主要热源, 通过热力耦合得出导轨的变形量及热态特性.

Zhang 等<sup>[2]</sup>利用有限元方法分析了影响导轨热变形和导轨热-结构耦合的主要因素, 为分析热对刚度的影响和机床进给系统的设计提供了依据. Lee 等<sup>[3]</sup>研究了导轨热变形与导轨面摩擦系数的关系, 结果表明热变形会减少热接触的不均匀性, 而且导轨摩擦力会随着导轨的热变形而降低. Cheng 等<sup>[4]</sup>通过不同条件下的实验, 得出了滚动

直线导轨的黏滑现象和摩擦特性. 张耀满等<sup>[5]</sup>采用弹簧阻尼单元建立了导轨结合面的模型,通过模态试验与理论分析相结合的方法获得了直线导轨的特性参数. Mahdi 等<sup>[6]</sup>基于赫兹接触理论建立了静刚度数学模型,并且通过实验验证了各个方向的静刚度变化. Zou 等<sup>[7]</sup>通过建立刚度模型和实验验证得出:初期主要是热变形使接触刚度减小,随着运动行程的增加,结合面磨损对接触刚度的影响越来越大. Shaw 等<sup>[8]</sup>基于赫兹接触理论,假设没有预载和间隙的情况下,建立了静刚度理论模型,能够反映直线导轨的接触刚度随着垂直载荷的变化规律. 孙伟等<sup>[9]</sup>基于赫兹弹性接触理论,根据弹性变形协调条件,建立了导轨副接触区承载变形模型. Ohta 等<sup>[10]</sup>研究了预载滚动直线导轨的垂直刚度,建立了刚度模型,并且通过有限元方法进行评估,实验表明刚度模型的相对误差为 9% ~ 21%. 以往研究表明,摩擦热是滚动直线导轨的主要热源且热变形对接触刚度的影响较大;通常采用基于赫兹接触变形理论,将结合面的连接方式等效为弹簧阻尼连接,研究各个方向刚度的变化. 研究大多单独讨论热变形和受力变形对滚动直线导轨的影响,本文则同时考虑热变形和受力变形对结合面刚度的影响,建立了更加准确的刚度理论模型.

本文以 HSR15A 滚动直线导轨为研究对象,基于赫兹接触理论,考虑热变形对结合面刚度的影响,将结合面连接方式等效为若干弹簧单元连接,分析接触区域的弹性变形,建立了结合面变形几何模型. 采用有限元软件仿真分析垂直载荷和热特性对滚动直线导轨变形的影响,将仿真值应用到理论模型中,得到了结合面热变形对接触刚度影响的规律.

## 1 滚动直线导轨接触刚度的理论模型

滚动直线导轨在受到通过几何中心的垂直载荷作用时,滚珠与滚道的接触变形是结合面变形的形式. 将垂直载荷离散分布在受载区域上,每排滚珠都受到一个分散的垂直载荷  $F$ ,并将滚珠视为弹簧结构,如图 1 所示. 在图 1 中将滚道 1、滚道 2 定义为上滚道,将滚道 3、滚道 4 定义为下滚道.

由赫兹接触定律可知,滚动直线导轨在预载或受外载荷时,结合面接触处会产生椭圆接触变形,如图 2 a、图 2 b 所示. 滚珠与滚道椭圆的长半

轴  $a$  和短半轴  $b$  由式(1)、式(2)可得,式中  $C_a$  和  $C_b$  是与  $a$  和  $b$  相关的系数; $F(\rho_{b-c})$  为滚珠与滑块滚道接触区域的接触曲率之和; $\mu_b, \mu_c, E_b, E_c$  分别是滚珠和滚道的泊松比和弹性模量. 椭圆区域内任一点  $(x, y)$  的应力  $P$  可由式(3)求出,  $P_0$  是滚动直线导轨所受应力的最大值. 滚珠和滑块滚道的相对变形为  $\delta_{b-r}$ ,滚珠和导轨滚道的相对变形为  $\delta_{b-c}$ ,如式(4)、式(5)所示.

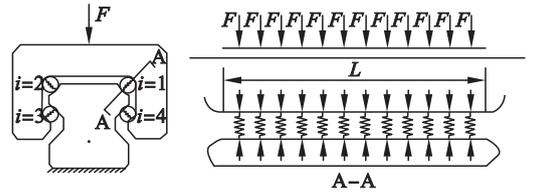


图 1 滚动直线导轨受力示意图

Fig. 1 Forces on the rolling linear guide

$$a = C_a \left[ \frac{3P}{8F(\rho_{b-c})} \left( \frac{4(1-\mu_b^2)}{E_b} + \frac{4(1-\mu_c^2)}{E_c} \right) \right]^{1/3}, \quad (1)$$

$$b = C_b \left[ \frac{3P}{8F(\rho_{b-c})} \left( \frac{4(1-\mu_b^2)}{E_b} + \frac{4(1-\mu_c^2)}{E_c} \right) \right]^{1/3}, \quad (2)$$

$$P = P_0 \left[ 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{b} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (3)$$

$$\delta_{b-r} = \varepsilon_{b-r} P^{2/3}, \quad (4)$$

$$\delta_{b-c} = \varepsilon_{b-c} P^{2/3}, \quad (5)$$

$\varepsilon_{b-r}$  和  $\varepsilon_{b-c}$  是椭圆接触区域的力-变形系数. 通常情况下,滑块滚道和导轨滚道的曲率半径一样,所以  $\varepsilon_{b-r} = \varepsilon_{b-c}$ . 基于以上分析,由式(4)、式(5)可以得出滑块滚道与导轨滚道的弹性趋近量  $\delta$ :

$$\delta = \delta_{b-r} + \delta_{b-c} = \varepsilon P^{2/3}. \quad (6)$$

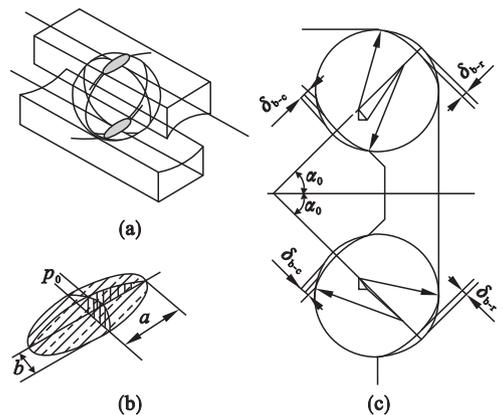


图 2 滚道结合面的变形

Fig. 2 Deformation of the raceway joint

(a)—结合面受力变形; (b)—椭圆变形;  
(c)—结合面变形几何关系.

本文通过描述导轨和滑块圆弧滚道曲率中心的变化来反映滚动直线导轨结合面的相对变形。由于滚动直线导轨左右两侧具有严格的对称性, 所以取右侧滚道的变形进行分析, 可以得到整个滚动直线导轨的弹性变形。右侧滚道曲率中心的变化如图 2c 所示, 为了更加清楚地表示滚道曲率中心的变化, 单独画出上、下滚道曲率中心受力和受热后的变化, 如图 3 所示。\$\alpha\_0\$ 为初始接触角, \$\beta\_i, \gamma\_i\$ 是变形后的接触角; \$S\_i, N\_i\$ 为滚道曲率中心距; \$v\_i\$ 为滑块受力后垂直方向的变形; \$\tau\_i\$ 为滑块受力后水平方向的变形; \$\delta\_{Tr,i}, \delta\_{Tc,i}\$ 为导轨和滑块热变形; 其中, \$i=1, 4\$。从图 3 中可以看出, 伴随着滚道曲率中心位置的变化, 接触角也发生了相应的变化。接触角反映了变形和应力的方向, 对接触刚度的影响很大。

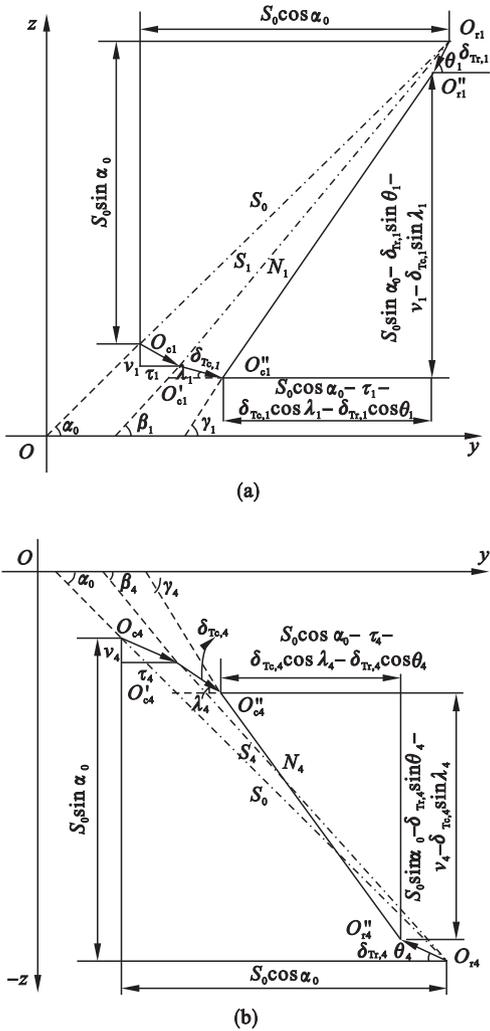


图 3 滚道曲率中心变化

Fig. 3 Curvature center change of the raceway  
(a) —上滚道; (b) —下滚道。

考虑在预载的情况下, 滚道曲率中心的初始位置可以表示为

$$S_0 = R_r + R_c - d. \quad (7)$$

式中: \$R\_r, R\_c\$ 为导轨和滑块的滚道曲率半径; \$d\$ 为滚珠名义直径。受载后, 滚道曲率中心距离为

$$S_i = \sqrt{(S_0 \sin \alpha_0 + \nu_i)^2 + (S_0 \cos \alpha_0 - \tau_i)^2}, i=1, 2; \quad (8)$$

$$S_i = \sqrt{(S_0 \sin \alpha_0 - \nu_i)^2 + (S_0 \cos \alpha_0 - \tau_i)^2}, i=3, 4. \quad (9)$$

接触角为

$$\cos \beta_i = \frac{S_0 \cos \alpha_0 - \tau_i}{S_i}. \quad (10)$$

对滑块进行受力分析, 可得垂直力和滚珠受力的表达式为

$$F + 2P_4 \sin \beta_4 = 2P_1 \sin \beta_1. \quad (11)$$

根据变形几何关系, 滚动直线导轨的滚道弹性趋近量 \$\delta\$ 也可以表示为

$$\delta = S_i - m_0. \quad (12)$$

式中 \$m\_0\$ 为预紧产生的变形。\$m\_0 = R\_c + R\_r - d\_b, d\_b\$ 为滚珠的实际安装直径。由式(6)和式(12)可以求得接触应力 \$P\_i\$, 由式(11)求得载荷 \$F\$。对式(6)求导, 可以得到滚道刚度的表达式:

$$k_i = \frac{3}{2} (\varepsilon_i)^{-1} P_i^{1/3}. \quad (13)$$

根据弹簧模型串并联关系, 滚动直线导轨等效刚度可以表示为

$$k_E = \frac{2k_1 k_4 \sin \beta_1 \sin \beta_4}{k_1 \sin \beta_1 + k_4 \sin \beta_4}. \quad (14)$$

滚动直线导轨在工作过程中会产生摩擦热, 由摩擦热引起的热变形对滚动直线导轨的刚度产生较大影响, 如图 3 所示, 因此不可忽略热变形对刚度的影响。假设滚动直线导轨在受力和受热后结合面产生的变形为 \$\delta'\$, 根据式(6), 可得

$$\delta' = \varepsilon (P')^{2/3}. \quad (15)$$

由于热变形的存在, 接触角可以表示为

$$\sin \gamma_i = \frac{S_i \sin \beta_i \pm \delta_{Tc,i} \sin \lambda_i - \delta_{Tr,i} \sin \theta_i}{\sqrt{(S_i \sin \beta_i \pm \delta_{Tc,i} \sin \lambda_i - \delta_{Tr,i} \sin \theta_i)^2 + (S_i \cos \beta_i - \delta_{Tc,i} \cos \lambda_i - \delta_{Tr,i} \cos \theta_i)^2}}. \quad (16)$$

由变形几何关系, 可以得到受力变形与热变形的关系为

$$\delta'_i = \delta_i - \frac{\delta_{Tc,i} \sin \gamma_i + \delta_{Tr,i} \sin \theta_i}{\sin \gamma_i}. \quad (17)$$

对式(15)求导, 并且由式(17)可得, 考虑热变形后的滚动直线导轨结合面刚度计算公式为

$$k'_i = \frac{3}{2} \varepsilon_i^{-3/2} \left[ \left( \delta_i - \frac{\delta_{Tc,i} \sin \lambda_i + \delta_{Tr,i} \sin \theta_i}{\sin \gamma_i} \right)^2 \right]^{0.25}. \quad (18)$$

## 2 滚动直线导轨接触刚度的仿真分析

### 2.1 静力仿真

滚动直线导轨静力仿真分析是为了获得在不同载荷下,滚动直线导轨刚度理论计算中所需要的变形量,并且在一定程度上验证理论模型的正确性。

首先,通过软件建立滚动直线导轨的三维仿真模型,在建模过程中忽略滑块的螺纹孔、倒角、回珠滚道等不重要的几何特征,然后导入到 ANSYS Workbench 中进行仿真分析. 在分析过程中先进行接触类型的设置. 将滚动直线导轨中的滚道与滚珠的接触设置为摩擦接触类型,将滚珠与滚珠的接触设置为绑定类型. 然后对滚动直线导轨进行网格划分,利用六面体单元来划分网格,利用面尺寸(face sizing)设置导轨滚道和滑块滚道接触面的尺寸为 1 mm,滚珠表面尺寸为 0.5 mm,其他尺寸为 2 mm,其他设置为默认. 网格畸变率为 0.33,网格质量良好,如图 4 所示.

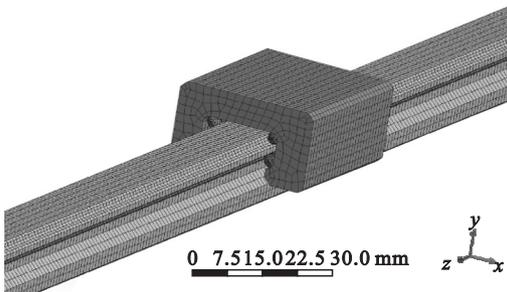


图 4 滚动直线导轨网格划分

Fig. 4 Grid division of the rolling linear guide

载荷及约束条件设置:添加“fixed support”固定导轨底面,约束滚珠沿滚道方向的自由度;为了抑制滑块发生俯仰偏转,对滑块表面施加“remote displacement”;设置绕  $x, y, z$  的旋转自由度为 0;施加垂直载荷. 通过求解可以得到滑块与导轨的变形云图,如图 5 所示.

按照同样的加载方式及约束条件,施加不同的平均垂直载荷,得到不同载荷下的滑块水平、竖直方向的变形,代入到理论公式中可以得出上下滚道的刚度以及导轨副的等效刚度值,绘制不同垂直载荷下的刚度值,如图 6 所示. 可以看出,随着载荷的增大,上滚道的接触刚度不断增大,且呈线性变化;而下滚道的接触刚度逐渐减小,下滚道刚度受载荷影响相较上滚道更大. 滚动直线导轨的等效刚度随着载荷的增大而减小,在载荷较大

的范围内等效刚度下降更为明显,得出下滚道刚度对滚动直线导轨等效刚度的影响更大. 这是由于下滚道在承受较大载荷时滚珠与滚道逐渐分离,接触变形逐渐减小,导致下滚道刚度变化较大.

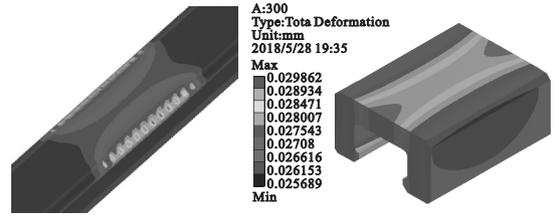


图 5 滚动直线导轨变形云图

Fig. 5 Deformation cloud chart of the rolling linear guide

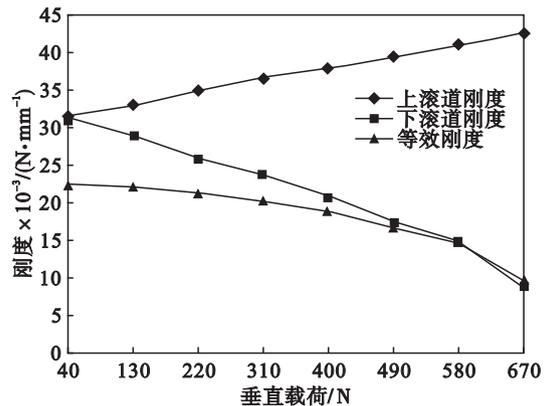


图 6 刚度随载荷的变化

Fig. 6 Stiffness variation with load

### 2.2 热变形仿真

滚动直线导轨的热-结构耦合分析是为了仿真在摩擦热的作用下滚动直线导轨的温度分布及热变形. 在温度场分析过程中,几何模型、接触设置、网格划分依然沿用静力仿真中的设置. 载荷及约束条件设置中,设置不同垂直载荷下的热流密度,设置滑块与导轨各个表面的对流散热系数、环境温度,不考虑电机的热辐射和空气流动的影响. 求解后可以得到整个滚动直线导轨的温度场分布. 将得到的温度场作为静力结构分析的载荷及约束边界条件,导入到静力结构场中,并且设置底面为固定约束,约束底面温度引起的变形,得到滚动直线导轨热变形云图,如图 7 所示.

按照同样的热-结构耦合方式,仿真不同垂直载荷下由摩擦热引起的热变形. 将滑块竖直方向的变形和滚道变形代入到理论公式中可以得出考虑热变形影响后的刚度随载荷的变化情况,如图 8 所示. 比较图 6 与图 8 可以看出,考虑热变形下的静刚度与只考虑静力作用下的刚度变化相一致,但热变形下刚度值的降低较为明显.

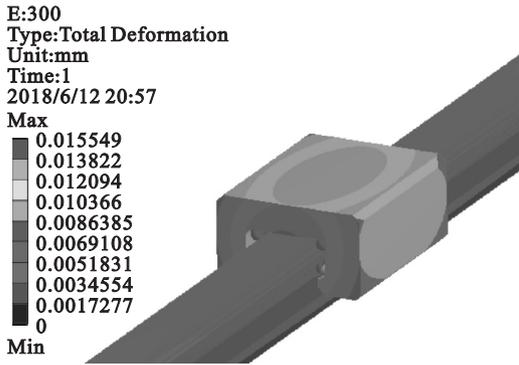


图 7 热变形位移云图

Fig. 7 Cloud chart of thermal deformation displacement

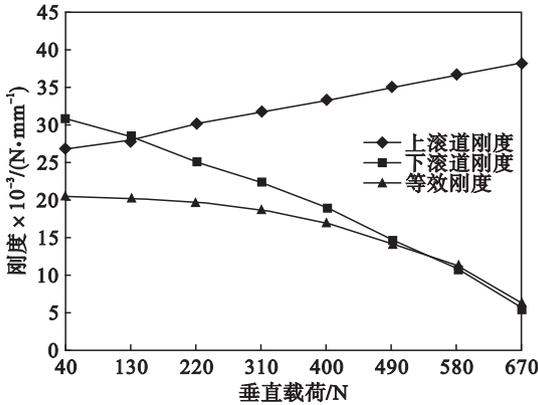


图 8 热变形后刚度随载荷的变化

Fig. 8 Stiffness variation with load after thermal deformation

为了更加清楚地说明热变形对接触刚度的影响,用考虑热变形后刚度降低的百分比来分析刚度的变化.图 9 描述了热变形影响下刚度降低的百分比随载荷的变化关系.

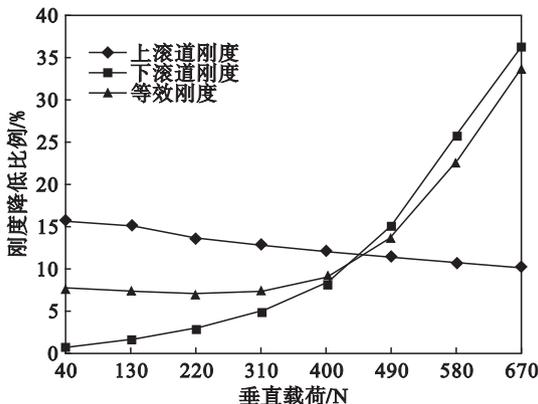


图 9 刚度降低百分比随载荷的变化

Fig. 9 Stiffness reduction percentage varying with load

从图 9 中可以看出,热变形对上滚道静刚度影响逐渐减小,对下滚道刚度的影响逐渐增大.这是因为上滚道随载荷的增加,变形越来越大,热变形在总变形中的比例逐渐减小;而下滚道随着载荷的增大,接触力逐渐减小,受力变形也逐渐减小,所以热变形的影响越来越突出,且要远大于热

变形对上滚道的影响.总之,热变形对滚动直线导轨的刚度影响显著,而且随着垂直载荷的增大,热变形对静刚度的影响也越来越大.热变形对滚动直线导轨的接触刚度影响占刚度变化的 13%~35%.

### 3 结 论

1) 随着载荷的增大,上滚道接触刚度不断增大,且呈线性变化;下滚道接触刚度随着载荷的增大而逐渐减小;等效刚度随着载荷的增大也在减小.

2) 考虑热变形下的结合面刚度与只考虑静力作用下的刚度随载荷变化一致,但热变形下的刚度值有所降低,而且降幅较为明显.

3) 随着载荷的增加,热变形对上滚道静刚度的影响逐渐减小,对下滚道静刚度的影响逐渐增加,对等效刚度的影响也逐渐增加.热变形对滚动直线导轨的接触刚度影响占刚度变化的 13%~35%.

### 参考文献:

- [1] Zou H T, Wang B L, Wang F F. Heat generation and transfer of linear rolling guides under starved lubrication[J]. *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology*, 2016, 3(5): 4861 - 4865.
- [2] Zhang J, Feng P, Chen C, et al. A method for thermal performance modeling and simulation of machine tools[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2013, 68(5/6/7/8): 1517 - 1527.
- [3] Lee S, Yoo J, Yang M. Effect of thermal deformation on machine tool slide guide motion[J]. *Tribology International*, 2003, 36(1): 41 - 47.
- [4] Cheng D, Yang W, Park J, et al. Friction experiment of linear motion roller guide THK SRG25[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2014, 15(3): 545 - 551.
- [5] 张耀满,刘春时,谢志坤,等.数控机床直线滚动导轨结合面有限元分析[J]. *制造技术与机床*, 2007(7): 75 - 78. (Zhang Yao-man, Liu Chun-shi, Xie Zhi-kun, et al. Finite element analysis of linear rolling guide surface of CNC machine tool [J]. *Manufacturing Technology and Machine Tools*, 2007(7): 75 - 78.)
- [6] Mahdi R, Stephan K, Friedrich B. Experimental investigations on stick-slip phenomenon and friction characteristics of linear guides[J]. *Procedia Engineering*, 2015, 100: 1023 - 1031.
- [7] Zou H T, Wang B L. Investigation of the contact stiffness variation of linear rolling guides due to the effects of friction and wear during operation [J]. *Tribology International*, 2015, 92: 472 - 484.
- [8] Shaw D, Su W L. Stiffness analysis of linear guideways without preload [J]. *Journal of Mechanics*, 2013, 29(2): 281 - 286.
- [9] 孙伟,孔祥希,闻邦椿,等.直线滚动导轨的 Hertz 接触建模及接触刚度的理论求解[J]. *工程力学*, 2013, 30(7): 230 - 234. (Sun Wei, Kong Xiang-xi, Wen Bang-chun, et al. Hertz contact modeling of linear rolling guide and theoretical solution of contact stiffness [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(7): 230 - 234.)
- [10] Ohta H, Tanaka K. Vertical stiffness of preloaded linear guideway type ball bearings incorporating the flexibility of the carriage and rail [J]. *Journal of Tribology*, 2010, 132(1): 011102-1 - 9.