

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2019.10.015

含惯容器的两级汽车悬架振动性能

李小彭^{1,2}, 李凡杰², 曹 洲², 杨龄雪²

(1. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 吉林 长春 130025; 2. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 在机电相似理论的基础上,基于“惯容器”具有与“电容器”相类似的通高频、阻低频的特性,建立了每一级中均含有“惯容器-弹簧-阻尼器”(inerters-spring-damper,ISD)的两级 ISD 悬架系统的单轮车辆模型. 仿真分析了汽车悬架的惯质系数对两级 ISD 悬架系统传递特性的影响,在频域和时域内分别探讨了随机和脉冲输入下汽车悬架系统的动力学响应. 研究表明:在满足车身加速度增益的要求下,适当提高惯质系数可以改善两级 ISD 悬架系统的减振性能. 两级 ISD 悬架具有比经典 ISD 悬架更好的低频减振性能. 与传统被动悬架相比,两级 ISD 悬架具有更好的综合减振性能.

关 键 词: 惯容器;汽车悬架;振动性能;两级减振;传递特性

中图分类号: U 463 文献标志码: A 文章编号: 1005-3026(2019)10-1448-06

Vibration Performance of Two-Stage Vehicle Suspension with Inerters

LI Xiao-peng^{1,2}, LI Fan-jie², CAO Zhou², YANG Ling-xue²

(1. State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819. Corresponding author: LI Xiao-peng, E-mail: xpli@me.neu.edu.cn)

Abstract: Based on the electromechanical similarity theory and the characteristics of the inerter, which is similar to the capacitor in the characteristics that high frequency can pass but low frequency cannot, a single wheel vehicle model of two-stage ISD suspension with "inerters-spring-damper" (ISD) in each level was established. The influence of the inertia coefficient of vehicle suspension on the transmission characteristics of the two-stage ISD suspension system was simulated and analyzed, and the dynamic response of the vehicle suspension system under random and pulse input was discussed in the frequency domain and the time domain respectively. The results showed that under the requirement of the acceleration gain of the vehicle body, the proper improvement of the inertia coefficient can improve the vibration damping performance of the two-stage ISD suspension system. The two-stage ISD suspension has a better low-frequency vibration damping performance than the classic ISD suspension. Compared with the traditional passive suspension, the two-stage ISD suspension has a better comprehensive vibration damping performance.

Key words: inerter; vehicle suspension; vibration performance; two-stage vibration reduction; transmission characteristics

汽车的悬架系统对车辆的乘坐舒适性、行驶安全性、操纵稳定性等起着重要的作用,对悬架系统的研究始终是汽车工程界的热点问题^[1-3]. 在汽车发展的近百年时间里,减振系统所采用的悬架都是传统被动悬架. 传统被动悬架由弹簧和阻

尼器并联构成,具有结构相对简单、造价较低等优势,以其特有的优势得到了广泛应用. 但是,传统被动悬架因其结构限制,不能够协调车辆平顺性与稳定性之间的矛盾,限制了悬架系统的减振性能. 基于惯容器、弹簧、阻尼器的汽车 ISD 悬架系

统,突破了原有的质量、弹簧、阻尼体系. ISD 悬架系统的提出,有助于实现对汽车减振技术的进一步提高.

2002 年,英国剑桥大学的 Smith 教授^[4]首次提出了惯容器的概念,并指出惯容器是与电容器相当的双端子设备. Shen 等^[5]提出一种 ISD 悬架结构,通过理论和实验证明了该 ISD 悬架结构能有效改善悬架系统的减振性能. Kuznetsov 等^[6]建立了含惯容器的 1/4 车辆模型,研究了不同道路参数对乘坐舒适性的影响. Hu 等^[7]在传统悬架基础上将阻尼器换为 ISD 拓扑结构,研究了不同 ISD 拓扑结构对减振性能的影响. 汪若尘等^[8]仿真分析了液压 ISD 悬架的动态特性,验证了液压 ISD 悬架的可行性. 朱翔等^[9]设计出一种含惯容器的反共振隔振器,该隔振器能够实现良好的低频线谱隔振.

鉴于上述研究中的 ISD 悬架结构仅含单个惯容器,惯容器在悬架系统中起到的作用还有进一步提升的空间. 因此,本文提出一种优于经典 ISD 悬架结构的两级 ISD 汽车悬架结构,该悬架结构中的每一级均为三元件 ISD 结构. 两级 ISD 悬架系统进一步强化了惯容器在悬架系统中起到的作用,使悬架系统具有更好的低频减振性能,进一步改善汽车各性能指标,使其具有良好的综合减振性. 研究结果为 ISD 悬架的结构优化设计及两级 ISD 悬架在实际车体中的应用提供理论依据.

1 惯容器机电相似理论关系

机电相似理论是指在机械网络和电路网络之间存在一个标准化的类似,机械网络的力流对应电路网络的电流^[10]. 在这个类比中,弹簧对应于电感,阻尼器对应于电阻,质量块对应于电容. 在弹簧和阻尼器的情况下,这种类比是准确的,但在质量块的情况下是有限制的. 这是由于质量块的一个端点是重心,另一个端点是地面. 显然在电路网络中,不需要电容器的一端接地.

惯容器物理性质与质量块相似,但惯容器的两端均可在惯性空间作相对运动,是真正双端子装置^[4]. 惯容器不受接地约束,可以完美地对应于电容. 因此,在新的机械网络与电路网络中,惯容器和电容、弹簧和电感、阻尼器和电阻的对照关系如下:

$$\left. \begin{aligned} f &= b \frac{d(v_2 - v_1)}{dt}, i = C \frac{d(u_2 - u_1)}{dt}; \\ \frac{df}{dt} &= k(v_2 - v_1), \frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(u_2 - u_1); \\ f &= c(v_2 - v_1), i = \frac{1}{R}(u_2 - u_1). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: f 为机械元件受的力; t 为时间; i 为电流; b, k, c 分别为惯质系数、弹簧刚度、阻尼系数; C, L, R 分别为电容、电感、电阻; v_1, v_2 分别为机械元件两端的速率; u_1, u_2 分别为电路元件两端的电压.

2 两级 ISD 悬架建模

2.1 两级 ISD 悬架单轮模型

如图 1 所示,两级 ISD 悬架模型的每一级均含有惯容器,充分利用惯容器与电容相类似的“通高频、阻低频”的特性,进一步改善悬架的低频减振性能及车身加速度、悬架动行程、轮胎动载荷等各性能指标. 两级 ISD 悬架模型的第一级悬架是由弹簧、惯容器、阻尼器并联构成,第二级悬架是由惯容器和阻尼器串联后整体并联弹簧构成,第一级悬架与第二级悬架串联构成两级 ISD 悬架模型.

车身垂直运动方程为

$$m_a \ddot{z}_a = F. \quad (2)$$

非簧载质量垂直运动方程为

$$m_b \ddot{z}_b + k_t(z_b - z_o) + F = 0. \quad (3)$$

式中: m_a 为车身质量; m_b 为非簧载质量; F 为悬架对车身作用力; z_a 为车身垂向位移; z_b 为轮胎垂向位移; z_o 为路面垂向位移; k_t 为轮胎刚度.

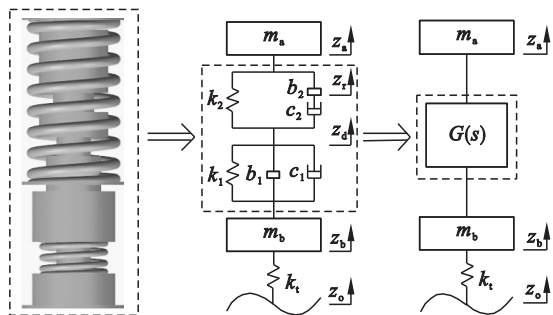


图 1 两级 ISD 悬架单轮模型

Fig. 1 Single wheel model of two-stage ISD suspension

2.2 传递特性分析

将两级 ISD 悬架系统的主体部分视为一个整体,不考虑悬架级间的作用力及位移,对悬架整体受力分析可得

$$F = -(\dot{z}_a - \dot{z}_b)G(s). \quad (4)$$

式中: $G(s)$ 为两级 ISD 悬架系统在复域内的速度

型机械阻抗。

对该模型的动力学方程进行拉普拉斯变换可得

$$\left. \begin{aligned} m_a s^2 Z_a &= -s(Z_a - Z_b)G(s), \\ m_b s^2 Z_b + k_t(Z_b - Z_o) - s(Z_a - Z_b)G(s) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: Z_a, Z_b, Z_o 分别为 z_a, z_b, z_o 在复域内的拉普拉斯变换形式; s 为拉普拉斯变换复变量。

根据悬架系统中各减振元件间的串、并联关系, 可得悬架系统的速度型机械阻抗表达式:

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s}{k_1 + b_1 s^2 + c_1 s} + \frac{b_2 s^2 + c_2 s}{b_2 k_2 s + b_2 c_2 s^2 + k_2 c_2}} \quad (6)$$

式中: k_1 为第一级悬架刚度; b_1 为第一级悬架惯质系数; c_1 为第一级悬架阻尼系数; k_2 为第二级悬架刚度; b_2 为第二级悬架惯质系数; c_2 为第二级悬架阻尼系数。

求解该模型拉普拉斯变换后的动力学方程可得

$$\frac{Z_a}{Z_b} = \frac{sG(s)}{m_a s^2 + sG(s)}, \quad (7)$$

$$\frac{Z_a}{Z_o} = \frac{k_t G(s)}{[m_a s + G(s)][m_b s^2 + sG(s) + k_t] - sG^2(s)}, \quad (8)$$

$$\frac{Z_b}{Z_o} = \frac{[m_a s + G(s)]k_t}{[m_a s + G(s)][m_b s^2 + sG(s) + k_t] - sG^2(s)}. \quad (9)$$

联立式(7)~式(9), 求解可得车身加速度 \ddot{z}_a 对路面垂向位移 z_o 的传递函数为

$$T_1 = \frac{k_t s^2 G(s)}{[m_a s + G(s)][m_b s^2 + sG(s) + k_t] - sG^2(s)}. \quad (10)$$

悬架动行程 $z_a - z_b$ 对路面垂向位移 z_o 的传递函数为

$$T_2 = \frac{-m_a s k_t}{[m_a s + G(s)][m_b s^2 + sG(s) + k_t] - sG^2(s)}. \quad (11)$$

轮胎动载荷 $(z_b - z_o)k_t$ 对路面垂向位移 z_o 的传递函数为

$$T_3 = \left\{ \frac{[m_a s + G(s)]k_t}{[m_a s + G(s)][m_b s^2 + sG(s) + k_t] - sG^2(s)} - 1 \right\} k_t. \quad (12)$$

2.3 运动微分方程

根据两级 ISD 悬架系统第一、二级间悬架作用力相等可得

$$F = -k_1(z_d - z_b) - b_1(\ddot{z}_d - \ddot{z}_b) - c_1(\dot{z}_d - \dot{z}_b) = -k_2(z_a - z_d) - u, \quad (13)$$

$$u = b_2(\ddot{z}_a - \ddot{z}_r) = c_2(\dot{z}_r - \dot{z}_d). \quad (14)$$

式中: z_d 为悬架级间公共端垂向位移; z_r 为第二级悬架惯容器垂向位移。

令

$$x_1 = z_a, x_2 = \dot{z}_a, x_3 = z_b, x_4 = \dot{z}_b,$$

$$x_5 = z_d, x_6 = \dot{z}_d, x_7 = z_r, x_8 = \dot{z}_r.$$

则系统的状态方程组可表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{m_a}[-k_2(x_1 - x_5) - c_2(x_8 - x_6)]; \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m_b}[-k_t(x_3 - z_o) + k_2(x_1 - x_5) + c_2(x_8 - x_6)]; \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{b_1}[k_2(x_1 - x_5) + c_2(x_8 - x_6) - k_1(x_5 - x_3) - c_1(x_6 - x_4)] + \frac{1}{m_b}[-k_t(x_3 - z_o) + k_2(x_1 - x_5) + c_2(x_8 - x_6)]; \\ \dot{x}_7 &= x_8, \\ \dot{x}_8 &= \frac{1}{m_a}[-k_2(x_1 - x_5) - c_2(x_8 - x_6)] - \frac{c_2}{b_2}(x_8 - x_6). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

3 惯质系数对传递特性的影响

数值仿真所用的参数如表 1 所示. 其中, 与两级 ISD 悬架作比较的传统被动悬架与经典 ISD 悬架模型的参数均为已经被广泛认可的参数, 并且选取该参数的传统被动悬架与经典 ISD 悬架具有较好的减振效果, 有利于凸显两级 ISD 悬架的优越性。

为了更好地分析两级 ISD 悬架系统中惯容器对减振性能的影响, 保持表 1 中的其他参数不变, 仅改变两级 ISD 悬架系统中第二级悬架的惯质系数 b_2 , 通过数值仿真得出两级 ISD 悬架系统在第二级悬架的惯质系数 b_2 分别取 125, 250, 500 kg 时的传递特性曲线, 并与传统被动悬架对比. 车身加速度增益、悬架动行程增益、轮胎动载荷增益等传递函数增益如图 2 所示。

表 1 模型参数
Table 1 Model parameters

参数	数值
车身质量 m_a/kg	320
非簧载质量 m_b/kg	40
轮胎刚度 $k_t/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	190
第一级悬架刚度 $k_1/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	15
第一级悬架惯质系数 b_1/kg	500
第一级悬架阻尼系数 $c_1/(\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	2.6
第二级悬架刚度 $k_2/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	22
第二级悬架惯质系数 b_2/kg	500
第二级悬架阻尼系数 $c_2/(\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	1
传统被动悬架刚度 $k/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	22
传统被动悬架阻尼系数 $c/(\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	1
经典 ISD 悬架主刚度 $k_{31}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	22
经典 ISD 悬架副刚度 $k_{32}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	10
经典 ISD 悬架阻尼系数 $c_3/(\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	1.067
经典 ISD 悬架惯质系数 b_3/kg	217

由图 2 可知,当两级 ISD 悬架系统中第二级悬架的惯质系数 $b_2 = 500\text{ kg}$ 时,两级 ISD 悬架在高频段与传统被动悬架性能相当,但在 1 Hz 附近的低频段的共振峰值明显降低,说明惯容器具有良好的低频减振性能,惯容器的引入有效改善了悬架系统在低频段的减振性能;随着惯质系数的增大,车身加速度增益、悬架动行程增益、轮胎动载荷增益在偏频处的共振频率均出现滞后,这是由于惯质系数增大后惯容器对系统产生的阻尼作用增大;随着惯质系数的增大,车身加速度增益在偏频处逐渐增大,而悬架动行程增益和轮胎动载荷增益在偏频处逐渐减小. 因此,在满足车身加速度增益的要求下,适当提高惯质系数可以改善悬架的减振性能.

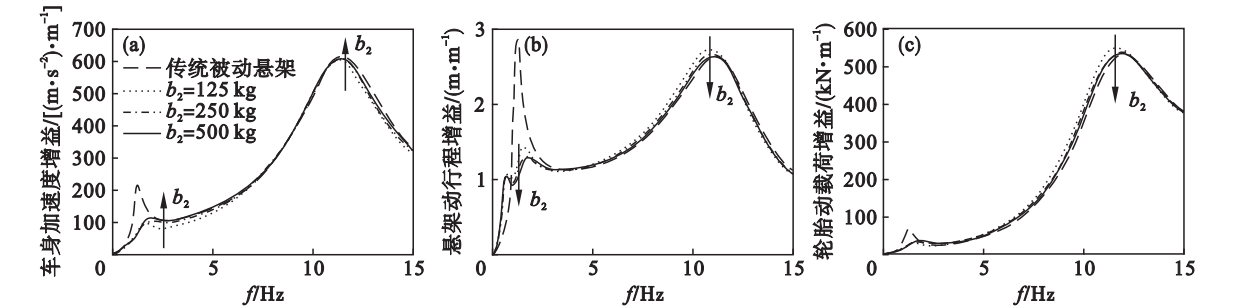


图 2 传递函数增益
Fig. 2 Transfer function gain

(a)—车身加速度增益; (b)—悬架动行程增益; (c)—轮胎动载荷增益.

4 两级 ISD 悬架系统的振动响应

4.1 随机输入下的振动响应

为了验证两级 ISD 悬架与其他 ISD 悬架的优越性,将其与一种已经被广泛认可的经典 ISD 悬架进行性能对比,经典 ISD 悬架结构如图 3^[5]所示.

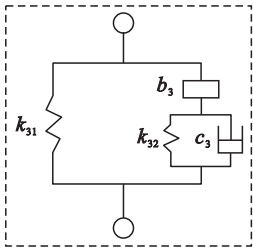


图 3 经典 ISD 悬架
Fig. 3 Classic ISD suspension

为了准确模拟车辆行驶时复杂的路况环境,采用随机输入信号作为系统的激励,车辆以 $v = 25\text{ m/s}$ 的速度,驶过路面不平度系数为 $G_0 = 5 \times 10^{-6}\text{ m}^3/\text{周}$ 的路面,指数 $p = 2.5$,路面随机输入模

型的频域表达式为

$$S(f) = G_0 v^{p-1} / f^p. \tag{16}$$

两级 ISD 悬架与经典 ISD 悬架及传统被动悬架在式 (16) 所示的随机信号输入下频域内的振动响应如图 4 所示. 由图 4 可知,与传统被动悬架相比,两级 ISD 悬架与经典 ISD 悬架的车身加速度功率谱密度、悬架动行程功率谱密度、轮胎动载荷功率谱密度的幅值在低频段均有一定程度的改善,并且两级 ISD 悬架各性能评价指标的改善程度远高于经典 ISD 悬架. 两级 ISD 悬架与经典 ISD 悬架及传统被动悬架随机响应的低频共振峰值和均方根值如表 2 所示. 由表 2 可知,与传统被动悬架相比,两级 ISD 悬架系统的车身加速度功率谱密度、悬架动行程功率谱密度、轮胎动载荷功率谱密度的低频共振峰值分别提高了 88.3%, 37.9%, 88.0%, 相应的均方根值分别提高了 75.2%, 35.7%, 34.5%. 与经典 ISD 悬架相比,两级 ISD 悬架系统的车身加速度功率谱密度、悬架动行程功率谱密度、轮胎动载荷功率谱密度的低频共振峰值分别提高了 63.9%, 35.7%, 64.3%. 说明两级 ISD 悬架与传统被动悬架及经典 ISD

悬架相比具有更好的低频减振性,更加适合应用到车辆系统中.

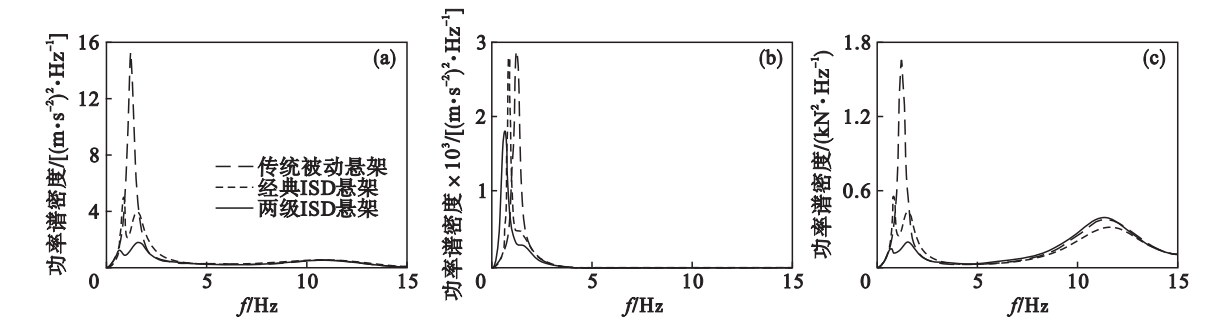


图 4 系统振动响应的功率谱密度
Fig. 4 Power spectral density of system vibration response
(a)—车身加速度; (b)—悬架动行程; (c)—轮胎动载荷.

表 2 随机响应的低频共振峰值和均方根值				
Table 2 Low frequency resonance peak values and RMS values of random response				
评价指标		传统被动悬架	经典 ISD 悬架	两级 ISD 悬架
车身加速度功率谱密度/ $[(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})^2\cdot\text{Hz}^{-1}]$	低频共振峰值	15.44	4.99	1.80
	均方根值	2.26	1.09	0.56
悬架动行程功率谱密度 $\times 10^3/[(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})^2\cdot\text{Hz}^{-1}]$	低频共振峰值	2.90	2.80	1.80
	均方根值	0.42	0.30	0.27
轮胎动载荷功率谱密度/ $(\text{kN}^2\cdot\text{Hz}^{-1})$	低频共振峰值	1.67	0.56	0.20
	均方根值	0.29	0.19	0.19

4.2 脉冲输入下的振动响应

路面不平度的高度 $h = 0.05\text{ m}$, 车速 $v = 25\text{ m/s}$, 半波长 $l = 10\text{ m}$, 路面脉冲输入模型的时域表达式为

$$z_o = h\sin\left(\frac{\pi v}{l}t\right).$$
 (17)

仿真时长为 5 s, 脉冲输入下悬架系统的脉冲响应如图 5 所示, 与传统被动悬架相比, 车身加速度、悬架动行程、轮胎动载荷的振动幅度明显降低. 如表 3 所示, 与传统被动悬架相比, 车身加速度、悬架动行程、轮胎动载荷的峰峰值分别改善了

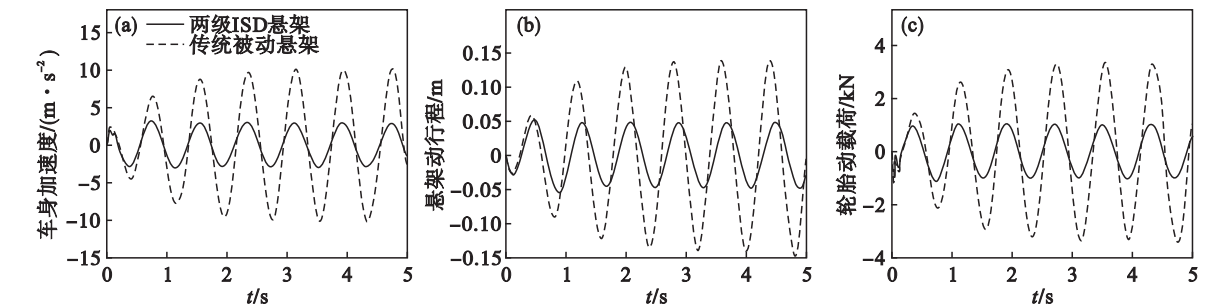


图 5 系统的脉冲响应
Fig. 5 Impulse response of the system
(a)—车身加速度; (b)—悬架动行程; (c)—轮胎动载荷.

表 3 脉冲响应的峰峰值和均方根值				
Table 3 Peak to peak and RMS values of impulse response				
评价指标		传统被动悬架	两级 ISD 悬架	性能改善/%
车身加速度/ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	峰峰值	20.71	6.22	70.0
	均方根值	6.22	2.01	67.7
悬架动行程/m	峰峰值	0.28	0.11	60.7
	均方根值	0.08	0.03	62.5
轮胎动载荷/kN	峰峰值	6.80	2.22	67.4
	均方根值	2.06	0.71	65.5

70.0% ,60.7% ,67.4% ,均方根值分别改善了 67.7% ,62.5% ,65.5% .说明两级 ISD 悬架系统具有优秀的动态减振特性,提高了汽车的各项性能指标.

5 结 论

- 1) 惯质系数越大,车身加速度增益越大,悬架动行程增益和轮胎动载荷增益越小,在一定范围内适当增大惯质系数可以提高悬架系统的减振性能.
- 2) 随着惯质系数的增大,各传递函数增益在偏频处的共振频率均出现滞后现象,这是由于惯质系数增大后惯容器对系统产生的阻尼作用增大,进而产生相位滞后现象.
- 3) 两级 ISD 悬架与经典 ISD 悬架均能有效抑制汽车系统的低频共振,并且两级 ISD 悬架具有比经典 ISD 悬架更加优秀的低频减振性能,两级 ISD 悬架更加适合应用到汽车减振系统中.
- 4) 与传统被动悬架相比,两级 ISD 悬架的车身加速度、悬架动行程、轮胎动载荷峰峰值分别改善了 70.0% ,60.7% ,67.4% ,均方根值分别改善了 67.7% ,62.5% ,65.5% .两级 ISD 悬架有效提高了汽车的乘坐舒适性、行驶安全性、操纵稳定性.

参考文献：

[1] Yao G Z, Yap F F, Chen G, et al. MR damper and its application for semi-active control of vehicle suspension system[J]. *Mechatronics*,2002,12(7) :963 – 973.

[2] 李朝峰,王得刚,刘杰,等. 11 自由度非线性车辆平顺性模

型的研究及应用[J]. *东北大学学报(自然科学版)*,2009,30(6) :857 – 860.

(Li Chao-feng, Wang De-gang, Liu Jie, et al. Study and application of 11-dof nonlinear ride comfort model for vehicle [J]. *Journal of Northeastern University(Natural Science)*, 2009,30(6) :857 – 860.)

[3] Qin Y, Dong M, Zhao F, et al. Road profile classification for vehicle semi-active suspension system based on adaptive neuro-fuzzy inference system [C]// IEEE Conference on Decision and Control. Osaka;IEEE,2015:1533 – 1538.

[4] Smith M C. Synthesis of mechanical networks; the inerter [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47 (10) :1648 – 1662.

[5] Shen Y, Chen L, Yang X, et al. Improved design of dynamic vibration absorber by using the inerter and its application in vehicle suspension [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016,361:148 – 158.

[6] Kuznetsov A, Mammadov M, Sultan I, et al. Optimization of improved suspension system with inerter device of the quarter-car model in vibration analysis [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2011,81(10) :1427 – 1437.

[7] Hu Y, Chen M Z Q. Performance evaluation for inerter-based dynamic vibration absorbers [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*,2015,99:297 – 307.

[8] 汪若尘,叶青,孙泽宇,等. 液压互联 ISD 悬架系统模式切换研究[J]. *机械工程学报*,2017,53(6) :110 – 115.

(Wang Ruo-chen, Ye Qing, Sun Ze-yu, et al. Study of mode switch of the hydraulically interconnected inerter-spring-damper suspension system [J]. *Journal of Mechanical Engineering*,2017,53(6) :110 – 115.)

[9] 朱翔,殷学吉,李天匀,等. 基于惯容器的动力反共振隔振器隔振特性分析[J]. *哈尔滨工程大学学报*,2016,37(10) :1318 – 1322.

(Zhu Xiang, Yin Xue-ji, Li Tian-yun, et al. Analysis of the vibration isolation characteristics of dynamic anti-resonance isolators based on an inerter [J]. *Journal of Harbin Engineering University*,2016,37(10) :1318 – 1322.)

[10] Papageorgiou C, Smith M C. Positive real synthesis using matrix inequalities for mechanical networks; application to vehicle suspension [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*,2006,14(3) :423 – 435.