

基于 FastICA 的低信噪比雷达信号分选算法

王彬, 高冰, 谷沛尚, 辛凤鸣

(东北大学秦皇岛分校 计算机与通信工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘 要: 针对传统的基于参数的信号分选系统已无法适应当前复杂情况下的雷达信号分选问题, 将基于独立分量分析(ICA)的盲源分离算法引入雷达信号分选算法。快速 ICA(FastICA)算法结合了定点迭代和非高斯最大化算法, 具有稳定性好、收敛速度快、计算量小等优点。但该算法对噪声非常敏感, 无法在低信噪比情况下进行信号分选。针对这一缺点, 引入同步累加平均降噪算法, 并结合信号均衡、平滑处理进行改进, 使得新算法在低信噪比情况下对雷达信号进行分选。仿真表明改进后的算法在低信噪比情况下具有良好的分选效果, 并保留了原算法的优点。

关 键 词: 独立分量分析(ICA); 盲源分离; 信号分选; 快速 ICA; 同步累加平均降噪

中图分类号: TN 971. *1

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2019)11-1555-06

Low Signal to Noise Ratio Radar Signal Sorting Algorithm Based on FastICA

WANG Bin, GAO Bing, GU Pei-shang, XIN Feng-ming

(School of Computer & Communication Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China. Corresponding author: WANG Bin, E-mail: wangbinneu@qq.com)

Abstract: The traditional parameter-based signal sorting system cannot adapt to the problem of radar signal sorting in the current complex situation, and the blind source separation algorithm based on independent component analysis (ICA) is introduced into the radar signal sorting algorithm. FastICA algorithm combines fixed-point iteration and non-Gaussian maximization algorithm. It has the advantages of good stability, fast convergence and small calculation. However, this algorithm is very sensitive to noise and cannot be performed with low SNR. Aiming at this shortcoming, a synchronous cumulative average noise reduction algorithm is introduced, and signal equalization and smoothing to improve the original algorithm are combined, so that the new algorithm can sort the radar signals with low SNR. Simulation results show that the improved algorithm can achieve good sorting effect under low SNR and retain the advantages of the original algorithm.

Key words: independent component analysis (ICA); blind source separation; signal sorting; FastICA; synchronous accumulative average noise reduction

传统的雷达信号分选方法一般是针对信号的脉冲重复间隔、到达时间、到达方向角、载频以及脉宽这些参数进行研究。主要经过测量器对信号的这些参数统一编码后形成用来表征雷达脉冲信号特征的脉冲描述字(PDW), 再从错综复杂的含有多部信号的 PDW 脉冲流中将同一辐射源的脉冲序列分离出来。脉冲重复间隔(PRI)^[1]这一参

数作为信号的固有属性而在研究中成为被广泛关注的热点问题, 经过不断深入与探索, 实现各种算法的优化。但即使在优化之后, 基于参数的分选算法依旧无法克服运算量大、速度慢等缺点。同时, 对特殊雷达信号分选准确率不高是基于参数的分选算法最大的缺点。另外, 在新型雷达涌现的复杂环境中, 同时到达的信号以及脉冲重叠数目增多

等现象的出现导致传统分选算法越来越不适用. 在这种情况下,盲源分离算法成为信号处理领域的研究热点.

盲源分离^[2-5]算法最早是从 20 世纪 80 年代开始研究的,Herault 和 Jutten^[6]第一次提出了盲分离问题的模型是在 90 年代初,这使对盲源分离问题的研究进入了一个新的阶段.之后又有人提出了联合对角化的分离方法并对此深入研究,随着独立分量分析(ICA)理论和通过代价函数进行分离思想的提出,研究人员又将目光汇聚于此,开始了基于 ICA 的盲源分离算法研究,并提出了以信息极大为代价准则的分离方法.除此之外,通过对自然梯度算法的研究并经过理论推导与实验验证,证明了最大熵和极大似然与最小互信息等价并从而提出了欠定和超定情况下的自然梯度算法^[7-10].ICA 算法作为盲源分离的核心算法,被应用到各个领域包括雷达信号分选中^[11-12].其中,快速 ICA(FastICA)算法是最常见的 ICA 分选方法,FastICA 算法^[13]包括基于峭度、极大似然和最大负熵原理等形式,而本文研究的算法为基于最大负熵的 FastICA 算法.因为所处的环境不可能是理想环境,待分离信号一定被噪声所影响,所以如何提高 FastICA 算法的稳定性和应用性一直是近年来研究的热点.为了提高算法的稳定性,近年来学者们针对如何处理待分离信号中叠加的加性噪声问题的研究不断深入,并提出了包括傅里叶变换法、小波分析法^[14]等多种预处理方法.然而改进效果有限并且实现难度大,使得优化后的算法虽然克服一定程度的噪声影响但依然无法在低信噪比情况下实现.因此,本文主要针对基于最大负熵原理的 FastICA 算法对噪声干扰非常敏感,无法在低信噪比情况下完成信号分选的问题进行研究并提出了新的思路,最后在低信噪比情况下进行仿真验证,对 FastICA 算法进行优化并解决了上述问题.

1 盲源分离算法

1.1 盲源分离原理

盲源分离是在盲信号处理中应用范围最为广泛的一个应用.所谓盲源分离就是通过计算分离矩阵,在源信号和传输信道均未知的情况下将源信号从混合信号中分离出来的过程,原理框图如图 1 所示.

盲源分离算法旨在分离独立的混合源,如图 1 所示,假设信源之间互相独立,信号源为 $S(t)$,

则观测矩阵 $X(t)$ 可以表示为

$$X(t) = AS(t). \quad (1)$$

其中, A 为线性算子.盲源分离的目的便是找到一个线性算子 W 重建源信号,重建信号 $Y(t)$ 即为

$$Y(t) = WX(t). \quad (2)$$

W 为 A 的逆运算时是最理想的状态,通常这种情况下,由于缺少源信号的先验知识,使得存在不确定性扩张因子,在一般情况下只能满足:

$$WA = PD. \quad (3)$$

其中: P 是置换矩阵; D 为对角阵.通过以上分析,可以看出盲源分离问题无法保证求解的唯一性,分离出来的信号在幅度、相位和顺序这几个方面存在主要差异.虽然分离出来的信号由于信号源的参数信息和传输信道的特性未知而缺乏相应的先验知识,但分离出来的信号波形仍与相应的源信号保持一致.

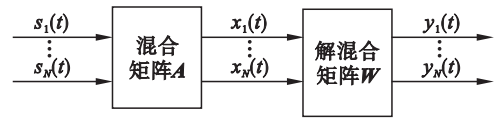


图 1 盲源分离原理

Fig. 1 Principle of blind source separation

1.2 含噪声盲源分离模型

n 部雷达辐射源的发射信号可以表示为 $s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t))^T \in \mathbf{R}^{n \times T_0}$, T_0 表示信号采样点数, n 个源信号在传播和接收过程中由于信号混叠所接收的混合信号表示为 $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))^T \in \mathbf{R}^{m \times T_0}$, m 为接收天线个数.

含噪盲源分离数学模型表示为

$$x(t) = As(t) + n(t), t = 1, 2, \dots, T_0. \quad (4)$$

式中: $A = (a_{ij})$ 为 $m \times n$ 的混合矩阵; $n(t) = (n_1(t), n_2(t), \dots, n_m(t))^T \in \mathbf{R}^{m \times T_0}$, 表示接收信号中具有 m 个加性噪声.由于盲源分离算法对噪声影响非常敏感,噪声的存在降低了信噪比,使得分选效果严重变差.

2 同步累加平均与 FastICA 综合分选算法

2.1 FastICA 算法

基于负熵最大化的 FastICA 算法中,随机变量的负熵表达式定义为

$$J(x) = H(x_g) - H(x). \quad (5)$$

其中, x_g 是与随机变量 x 具有相同协方差的高斯随机变量.

由于信号的先验知识有限并且随机变量的概率密度函数未知,因此在解决 ICA 问题时,无法直接用式(5)计算,所以通常采用高阶累积量近似估计信号的概率密度函数,进而负熵的近似表达式为

$$J(x) \propto \{E[G(x) - E[G(x_g)]]\}^2. \quad (6)$$

其中, $G(\cdot)$ 是非线性二次函数.

FastICA 算法实质是选取合适的变换矩阵 \mathbf{W} ,使得负熵 $J(\mathbf{W}^T x)$ 的值最大. 因为在均值为 0, 方差为 1 的情况下,求解 $J(\mathbf{W}^T x)$ 的最大值可以等价于求 $E(G\mathbf{W}^T x)$ 的最大值,因此在算法开始前还需中心化和白化两个步骤进行预处理,从而使问题转化为在满足 $E(G\mathbf{W}^T x) = \|\mathbf{W}\|^2 = 1$ 的条件下求取 $E(G\mathbf{W}^T x)$ 的极大值. 使用牛顿法计算与化简,可以得到迭代公式:

$$\mathbf{W}_{k+1} = E\{xg(\mathbf{W}_k^T x)\} - E\{g'(\mathbf{W}_k^T x)\} \mathbf{W}_k. \quad (7)$$

归一化得

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_{k+1} / \|\mathbf{W}_{k+1}\|. \quad (8)$$

其中: $g(\cdot)$ 是 $G(\cdot)$ 的一阶导数; $g'(\cdot)$ 是 $G(\cdot)$ 的二阶的导数,

$G(\cdot)$ 有几种常用表达形式,本算法使用的形式为

$$G(x) = -\exp(-\frac{x^2}{2}), \quad (9)$$

$$g(x) = x\exp(-\frac{x^2}{2}), \quad (10)$$

$$g'(x) = (1-x)^2\exp(-\frac{1}{2}). \quad (11)$$

可以看出在进行迭代运算时,因为每次迭代只能分离出一个独立分量,所以如果想要对多个独立分量进行提取就需要进行多次迭代. 想要确保每次提取出的都是新分量,可以通过进行施密特正交化的分解方法在每次迭代后进行处理,从而实现去掉分离后变量的效果.

根据以上分析, FastICA 算法流程如下:

- 1) 观测信号预处理: 中心化、白化, 得到均值为 0 且不相关的观测信号;
- 2) 设 m 为待分离信号总数, 令 p 的值为 1;
- 3) 随机选取 \mathbf{W}_p 并初始化, $\mathbf{W}_p = \mathbf{W}_p / \|\mathbf{W}_p\|$;
- 4) 更新 \mathbf{W}_p , 令
$$\mathbf{W}_{p+1} = E\{xg(\mathbf{W}_p^T x)\} - E\{g'(\mathbf{W}_p^T x)\} \mathbf{W}_p;$$
- 5) 正交化 \mathbf{W}_p , 通过公式
$$\mathbf{W}_p(k+1) = \mathbf{W}_p(k+1) - \sum_{i=1}^{p-1} (\mathbf{W}_p^T(k+1) \mathbf{W}_i) \mathbf{W}_i;$$
- 6) 归一化 \mathbf{W}_p , 通过公式 $\mathbf{W}_p = \mathbf{W}_p / \|\mathbf{W}_p\|$;

- 7) 对 \mathbf{W}_p 进行敛散性分析, 若收敛则转至第 4 步, 否则转至下一步;
- 8) 令 $p = p + 1$, 如果不大于 m , 则转至第 3 步, 否则分离出一个独立分量, 算法结束.

2.2 同步累加平均算法

设输入信号 $\mathbf{y}(t)$ 是有用信号和噪声形成的混合信号, 数学形式可以表示为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t). \quad (12)$$

式中: $\mathbf{s}(t)$ 为有用的周期信号; $\mathbf{n}(t)$ 为噪声信号. 如果起始采样时刻为 t_k , 采样周期为 T , 则第 i 个采样点信号为

$$\mathbf{y}(t_k + iT) = \mathbf{s}(t_k + iT) + \mathbf{n}(t_k + iT). \quad (13)$$

式中: i 为采样序列数.

对于周期信号 $\mathbf{s}(t)$ 来说, 对不同的采样周期在同步状态下采样, t_k 时刻有相同的采样值. 因此

$$\mathbf{s}(t_k + iT) = \mathbf{s}(t_k). \quad (14)$$

经过 q 次重复采样后, 第 i 个采样数据的累加值为

$$\sum_{i=1}^q \mathbf{y}(t_k + iT) = \sum_{i=1}^q \mathbf{s}(t_k + iT) + \sum_{i=1}^q \mathbf{n}(t_k + iT). \quad (15)$$

经过 q 次累加后的信号

$$\sum_{i=1}^q \mathbf{s}(t_k + iT) = q\mathbf{s}(t_k). \quad (16)$$

经过 q 次累加的噪声根据统计平均值

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^q \mathbf{n}(t_k + iT) &= \\ \sqrt{n_1^2(t_k + T) + n_2^2(t_k + 2T) + \cdots + n_q^2(t_k + qT)}. \end{aligned} \quad (17)$$

设每次采样噪声有效值平均为 $\overline{\mathbf{n}(t)}$, 经过 q 次采样后:

$$\sum_{i=1}^q \mathbf{n}(t_k + iT) = \sqrt{q[\overline{\mathbf{n}(t)}]^2} = \sqrt{q} \times \overline{\mathbf{n}(t)}. \quad (18)$$

则经过 q 次累加后的信噪比

$$\text{SNR}_{\text{out}} = \frac{S}{N} = \frac{q\mathbf{s}(t_k)}{\sqrt{q} \times \overline{\mathbf{n}(t)}} = \sqrt{q} \times \left(\frac{S}{N}\right)_{\text{in}}. \quad (19)$$

由式(19)可以看出: 在对信号进行 q 次采样累加后, 会增加输入信号的信噪比, 并且输入信号信噪比与累加次数的平方根成正比. 所以可以得出结论: 当累加的次数足够大时, 便可以提取强噪声中的有用信号, 从而使信噪比有所改善. 并且累加次数越多, 改善的效果越好, 所以, 本文引入该算法结合 FastICA 算法, 使低信噪比情况下依然可以完成信号分选. 同时, 为了更好地降低噪声干扰引起的码间串扰等不利因素, 在对信号预处理

的过程中加入均衡与平滑处理,在处理输入信号得到训练序列后进行卷积和平滑处理,从而进一步改善信噪比.

2.3 综合分选算法

根据以上分析,本文提出一种综合分选算法,针对 FastICA 算法对噪声影响敏感,无法对低信噪比含噪信号进行分选的缺点,对 FastICA 算法进行优化(图 2). 具体分选算法步骤:

- 1) 观测信号为低信噪比信号 $s(t)$ 建立含噪盲源分离模型,并对信号进行 q 次累加处理;
- 2) 更新输入信号 $s(t)$, 计算含噪信号的有效平均值, $\overline{y(t)} = \overline{s(t)} + \overline{n(t)}$;
- 3) 对信号进行均衡、平滑预处理;
- 4) 使用 FastICA 分离盲源信号;
- 5) 平滑分离后的信号,观测分离结果.



图 2 综合分选算法

Fig. 2 Comprehensive sorting algorithm

2.4 相似系数

相似系数是指源信号与分离后的信号之间一致性程度,为了便于比较以及避免反相的影响一般取相似系数的绝对值. 计算公式为

$$\xi_{ij} = \zeta(s_i, y_j) = \left| \frac{\sum_{t=1}^M s_i(t)y_j(t)}{\sqrt{\sum_{t=1}^M s_i^2(t) \sum_{t=1}^M y_j^2(t)}} \right|. \tag{20}$$

式中: $s_i(t)$ 为信号源的第 i 个分量, $y_j(t)$ 为分离后的与 $s_i(t)$ 相对应的第 j 个分量; $i, j = 1, 2, \dots, N$. 可以看出,相关系数越接近 1 表示分离后的信号与源信号的一致性越高,算法的分离效果也好,当相关系数为 1 时分离效果显然是最好的.

3 仿真分析

为了对本文提出的算法进行验证,对正弦信号、方波信号以及锯齿波信号这三种典型信号进行混叠分选仿真. 加入随机噪声并使用 FastICA 算法对信噪比为 40, 20, 5 dB 情况下的观测信号进行分选,分选结果如图 3 ~ 图 6 所示. 并且对 40, 5 和 0 dB 情况下进行相似系数分析,如表 1 所示.

通过观察仿真结果波形可知,在信噪比大于 20 dB 时, FastICA 算法可以很好地对信号进行分

选,在信噪比小于 20 dB 的时候,分选效果明显降低,可见该算法对噪声影响非常敏感. 在信噪比为 5 dB 时可以看出,算法已经完全失效,分选失败. 经过相似系数分析可以看出信噪比为 40 dB 时,可以达到 0.9 以上的相似度,具有很高的相似度,由于盲源分离具有无序性,因此不能保证每组分离后的信号和源信号都一一对应,观察数据可以发现,当完全对应时,具有很高的相似度. 而在低信噪比 5 dB 时,从波形上看算法已经失效,但相似度上可以发现虽然仍具有一定相似度,但相似度明显降低. 当信噪比为 0 dB 时可以看出相似系数降至 0.6,可见低信噪比下算法已经失效. 因此,证明 FastICA 算法无法在低信噪比情况下完成信号分选.

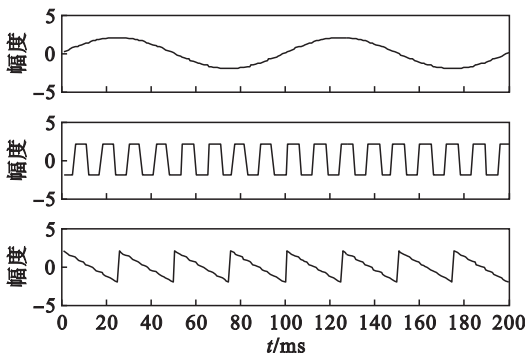


图 3 原始观测信号

Fig. 3 Original observation signal

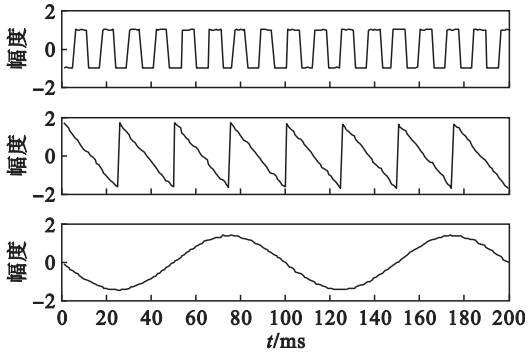


图 4 信噪比为 40 dB 时 FastICA 分选

Fig. 4 FastICA sorting with SNR of 40 dB

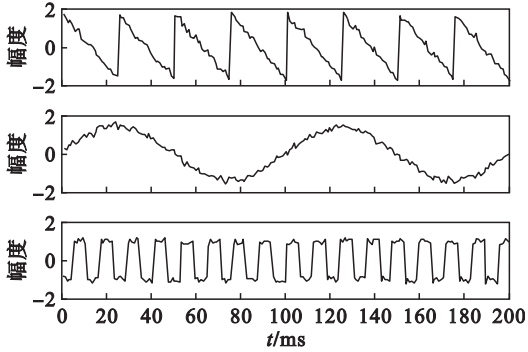


图 5 信噪比为 20 dB 时 FastICA 分选

Fig. 5 FastICA sorting with SNR of 20 dB

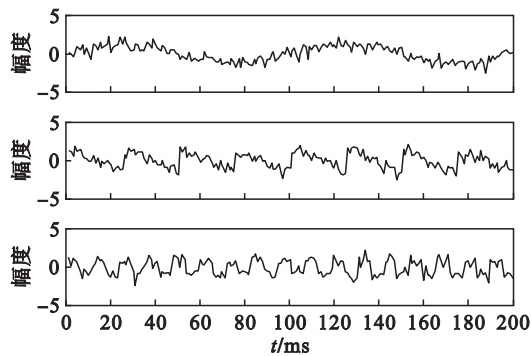


图 6 信噪比为 5 dB 时 FastICA 分选
Fig. 6 FastICA sorting with SNR of 5 dB

表 1 相似系数统计表			
Table 1 Statistical table of similarity coefficient			
SNR/dB		相似系数	
40	0.999	0.003	0.039
	0.999	0.005	0.041
	0.999	0.999	0.993
5	0.047	0.001	0.137
	0.874	0.108	0.123
	0.031	0.018	0.879
0	0.486	0.613	0.611
	0.067	0.124	0.644
	0.076	0.077	0.681

使用本文提出的综合分选算法,对信噪比为 10 dB,5 dB,0 dB 和 -10 dB 的混叠信号进行分选,分选结果如图 7 ~ 图 11 所示,并在低信噪比下对分离结果进行相似系数分析,结果如表 2 所示.

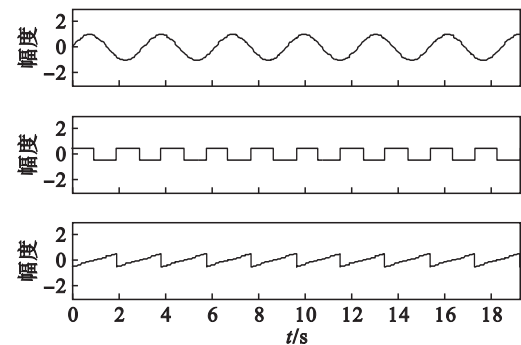


图 7 原始观测信号
Fig. 7 Original observation signal

仿真结果说明,通过从波形上的观察可以看出,本文提出的综合分选算法实现了 FastICA 算法在低信噪比情况下对混叠的雷达信号进行分选.并且即使在信噪比为 -10 dB 的极端情况下也基本可以完成分选,不过由于噪声过大,难免会对分选后的信号产生抖动影响,使得分选效果有

所降低.在信噪比为 0 dB 到 20 dB 的范围内则可以很好地完成信号分选,减弱了 FastICA 算法对噪声的敏感度.从相似系数分析可以看出,本文提出的综合算法在低信噪比情况下依然具有很高的相似度,相关系数最高均可达到 0.9 以上,从而证明了本算法具有良好的分选效果.

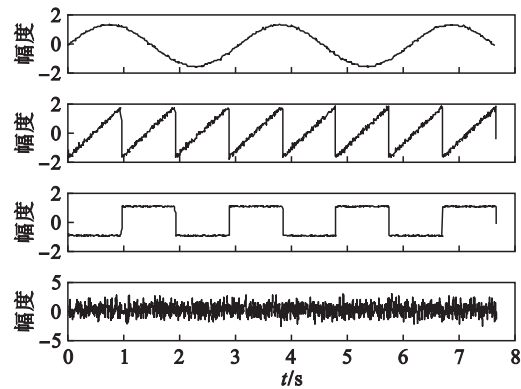


图 8 信噪比为 10 dB 时综合分选算法
Fig. 8 Comprehensive sorting algorithm with SNR of 10 dB

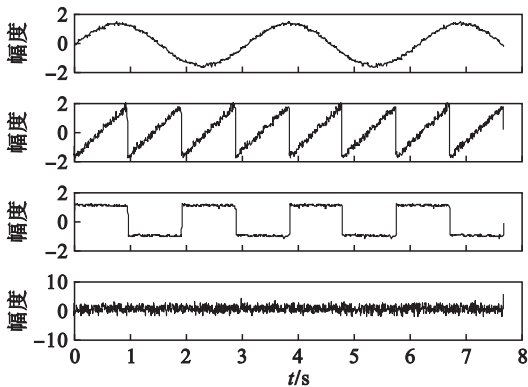


图 9 信噪比为 5 dB 综合分选算法
Fig. 9 Comprehensive sorting algorithm with SNR of 5 dB

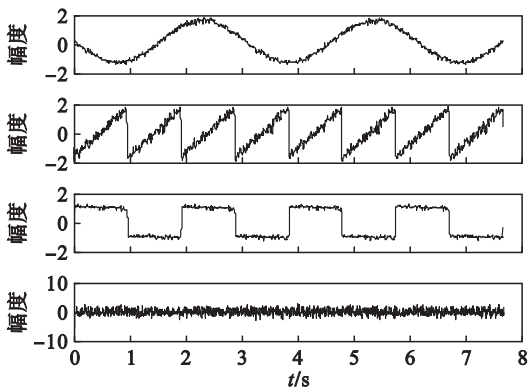


图 10 信噪比为 0 dB 综合分选算法
Fig. 10 Comprehensive sorting algorithm with SNR of 0 dB

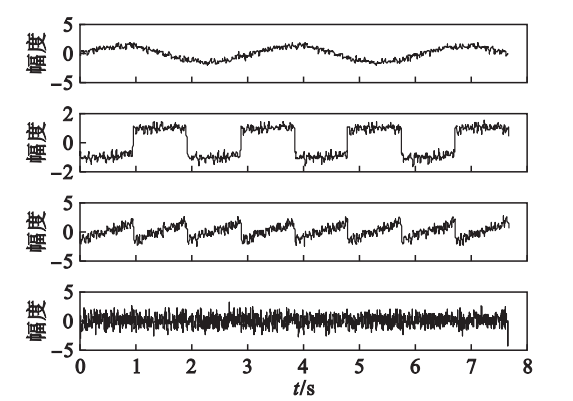


图 11 信噪比为 -10 dB 综合分选算法
Fig. 11 Comprehensive sorting algorithm with SNR of -10 dB

表 2 相似系数统计表			
Table 2 Statistical table of similarity coefficient			
SNR/dB	相似系数		
10	0.983	0.998	0.497
	0.001	0.998	0.004
	0.983	0.021	0.855
0	0.980	0.996	0.490
	0.008	0.995	0.004
	0.002	0.995	0.001
-10	0.042	0.966	0.020
	0.950	0.072	0.160
	0.009	0.001	0.885

4 结 语

本文首先分析了 FastICA 算法的局限性,由于该算法有低信噪比情况下失效的缺点,使得传统算法大多在无噪声的理想条件下进行,但实际情况一定会有噪声影响. 因此,本文提出引入同步累加平均算法以及信号均衡、平滑处理,通过理论分析,得出该算法可以增强有用信号,改善信噪比,通过仿真证明了本文提出的综合算法可以实现低信噪比情况下的信号分选,并可以获得较好的分选效果.

参考文献:

[1] Xi Y, Wu X, Wu Y, et al. A fast and real-time PRI transform algorithm for deinter leaving large PRI jitter signals[C]//中国控制会议. 武汉,2018;1029 – 1033.
(Xi Y, Wu X, Wu Y, et al. A fast and real-time PRI transform algorithm for deinter leaving large PRI jitter signals [C]//37th China Control Conference. Wuhan, 2018;1029 – 1033.)

[2] Naik G R, Wang W. Blind source separation: advances in theory, algorithms and applications [M]. Berlin: Springer Publishing Company, Incorporated, 2014;35 – 37.

[3] Sahroni A, Setiawan H, Marfianti E. Performance of blind source separation (BSS) techniques for mixed source signals of EEG, ECG, and voice signal [C]//2014 IEEE 7th International Workshop on Computational Intelligence and Applications (IWCIA). Hiroshima, 2014;213 – 217.

[4] Yin H W, Li G L, Lu C H. Step adaptive normalization blind source separation algorithm [J]. *Advanced Materials Research*, 2014, 1049/1050:1407 – 1412.

[5] Xu P, Yuan Z, Jian W, et al. Variable step-size method based on a reference separation system for source separation [J]. *Journal of Sensors*, 2015 (5) :56 – 58.

[6] Cichocki A, Bogner R E, Moszczyński L, et al. Modified Herault-Jutten algorithms for blind separation of sources [J]. *Digital Signal Processing*, 1997, 7 (2) :80 – 93.

[7] Zhao L, Liu S. Undetermined blind source separation based on weighted least square support vector machine [J]. *Telecommunication Engineering*, 2015 (11) :1200 – 1205.

[8] Zhou X. Application of blind source separation algorithm in ECG signal based on adaptive variable step length natural gradient algorithm [J]. *Advances in Information Sciences & Service Sciences*, 2012, 4 (13) :10 – 17.

[9] Dong Y, Zhang J. Variable step-size blind source separation algorithm based on orthogonal gradient [C]//2012 IEEE Symposium on Electrical & Electronics Engineering (EEESYM). Kuala Lumpur, 2012;304 – 307.

[10] 陆凤波. 复杂电磁环境下的欠定盲源分离技术研究 [D]. 长沙:国防科学技术大学, 2011.
(Lu Feng-bo. Undetermined blind source separation in complex electromagnetic environment [D]. Changsha: National University of Defense Science and Technology, 2011.)

[11] 张一川. 盲源分离算法及其在雷达信号分选中的应用 [D]. 西安:西安电子科技大学, 2013.
(Zhang Yi-chuan. Blind source separation algorithm and its application in radar signal sorting [D]. Xi'an: Xi'an University of Electronic Science and Technology, 2013.)

[12] 张莉莉. 基于改进 ICA 算法的语音分离研究 [D]. 南京:南京大学, 2017.
(Zhang Li-li. Speech separation research based on improved ICA algorithm [D]. Nanjing: Nanjing University, 2017.)

[13] Hesse C W, James C J. The FastICA algorithm with spatial constraints [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12 (11) :792 – 795.

[14] 王川川, 曾勇虎, 赵明洋, 等. 基于小波降噪和盲源分离算法的信号分离方法研究 [J]. *光电与控制*, 2017 (7) :7 – 11.
(Wang Chuan-chuan, Zeng Yong-hu, Zhao Ming-yang, et al. Research on signal separation methods based on wavelet denoising and blind source separation [J]. *Electro-Optic and Control*, 2017 (7) :7 – 11.)