

充填体应力分布理论分析及数值模拟对比研究

闫保旭, 朱万成, 侯 晨, 贾瀚文

(东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 考虑充填采场上下盘倾角不等, 以及围岩与充填体交界面处由于剪切摩擦作用力会发生主应力方向的偏转, 在土力学理论的基础上, 引入考虑主应力方向发生偏转时的侧压力系数; 同时考虑水平微分单元体的受力平衡, 推导得出了充填体中的竖向应力解析表达式. 研究表明: 考虑主应力方向发生偏转时的侧压力系数随采场高度发生变化; 当充填采场下盘倾角相同时, 上盘倾角越大, 由围岩与充填体交界面处摩擦力引起的主应力方向偏转程度越小, 成拱效应越不显著; 充填体与围岩交界面处的摩擦角对充填体内部的成拱效应影响较大, 而充填体的内聚力对成拱效应影响相对较小.

关 键 词: 充填体; 侧压力系数; 理论解; 数值模拟; 成拱效应

中图分类号: TD 853. 34 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2019)12-1773-06

A Comparative Study on the Stress Distribution in Mine Backfill Through Theoretical and Numerical Analysis

YAN Bao-xu, ZHU Wan-cheng, HOU Chen, JIA Han-wen

(School of Resources & Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHU Wan-cheng, E-mail: zhuwancheng@mail.neu.edu.cn)

Abstract: Rotation of principal stress direction can occur due to the shear friction between the surrounding rock and the backfill, as well as the unequal wall inclinations of the backfilled stope. According to soil mechanics, the lateral pressure coefficient was introduced to consider the variation of the direction of the principal stress. Based on the force balance of the horizontal differential element, the analytical solution of vertical stress in backfill was derived. The results show that the introduced lateral pressure coefficient is a function of the backfilled stope height. For a constant footwall inclination angle, the larger the hang wall inclination angle is, the smaller the direction of the principal stress deflects due to the frictional forces in the interface between the surrounding rock and the backfill. Compared with the cohesion in the backfill, the friction angle at the interface between the backfill and the surrounding rock has a obvious influence on the arching effect of the backfill.

Key words: backfill; lateral pressure coefficient; theoretical analysis; numerical simulation; arching effect

地下矿山运用充填技术来实现采场的地压管理, 该过程可实现“经济、环保、安全和高效”采矿的目的^[1]. 一方面, 大部分充填料的来源为采矿过程中产生的尾砂等废弃物, 此过程可避免大量有害废弃物的地表堆存及建设大型尾矿库而存在的安全隐患; 另一方面, 充填入采场后可起到减

缓围岩体发生大变形和降低失稳垮落破坏的可能性, 从而降低了矿石的损失贫化率, 保障了矿山设备以及人员的安全^[2]. 其中, 为了让充填体的功能得到充分有效的发挥, 充填体充入采场后的应力发展规律以及与围岩体的相互作用关系是非常重要的理论问题^[3].

收稿日期: 2018-12-17

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFC0801607); 国家自然科学基金资助项目(51525402, 51874069, 51761135102); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N170108028, N170106003).

作者简介: 闫保旭(1992-), 男, 甘肃白银人, 东北大学博士研究生; 朱万成(1974-), 男, 新疆呼图壁人, 东北大学教授, 博士生导师.

充填体充入采场后,其与围岩的相互作用关系受到采场形状、原岩应力及开采条件等不同呈现出了复杂的力学响应.在岩土工程和充填采矿中,应力成拱效应已被证实是一种普遍存在的现象^[4].出现应力成拱效应的主要原因可归结为充填体内部及与围岩体之间的摩擦作用.此过程则会伴随着充填体内部应力的调整,其结果是充填体的自重应力会有一部分向围岩体发生应力转移,使得充填采场底部处的应力值相比自重应力有较大幅度的降低^[5].

众多学者基于应力成拱效应做了大量的研究工作,包括理论分析^[5-7]、数值模拟^[8]以及室内试验^[9].理论分析方面,Li 等^[10]提出了三维条件下竖向采场内部应力分布的解析表达式.Rajeev 等^[6]针对理论表达式中竖向应力分布的非均匀性,引入 \tanh 函数,得到了新的预测模型.然而,由于影响金属矿脉形成因素的复杂性,在具体采矿设计中,充填采场往往具有一定的倾角,且上下盘倾角也有可能不同^[11].

在考虑充填采场具有一定倾角的理论分析方面,Singh 等^[11]将前人假设的水平微分单元体改变为圆弧形微分单元体,得到了充填体内部应力分布在平面应变条件下的解析表达式.Ting 等^[12]得到了考虑充填采场上下盘倾角不同时充填体内部应力分布在平面应变条件下的理论模型,但作者不考虑微分单元体水平方向的受力平衡,且其理论表达式不能直接退化为考虑竖向采场的特殊情形.陈等^[13]对拱效应的研究表明,当上下盘具有不同的剪切阻力时,水平方向也应该满足受力平衡条件.而且 Ting 等^[12]也没有考虑在充填体与围岩体交界面处由于摩擦阻力的存在,会引起主应力发生一定的偏转,因而,在交界面处直接使用朗肯侧压力系数不符合朗肯的假设条件^[14].

本文针对研究充填采场上下盘倾角不等时,假设条件存在的不足和适用性问题,提出修正的理论模型.该模型首先考虑上下盘倾角不等及围岩与充填体交界面处由于剪切摩擦作用力,会发生主应力方向的偏转,在土力学理论的基础上,引入考虑主应力方向发生偏转时的侧压力系数;再同时考虑水平微分单元体的受力平衡,推导充填体中的竖向应力解析表达式,进而通过与文献结果、数值模拟结果对比验证本文提出修正理论模型的正确性.

1 侧压力系数

充填采场上下盘倾角不等时,假设充填体内由小主应力迹线形成的曲线为圆弧形^[11].如图 1 所示,根据朗肯土压力理论,充填体中的侧压力系数可定义为 $k = \sigma_3 / \sigma_1$,其中 σ_3 为最小主应力, σ_1 为最大主应力.如图 2 所示,由于在充填体与围岩交界面处受制于摩擦阻力的影响,主应力方向会有偏转角 $\alpha_A/2$,从而在交界面处的侧压力系数 $K_w = \sigma_h / \sigma_v$,不能直接采用 $k = \sigma_3 / \sigma_1$.因此,本文借鉴于黏性土中受挡土墙作用时侧压力系数的求解思路^[14],推导了充填体与围岩体交界面处的侧压力系数表达式.

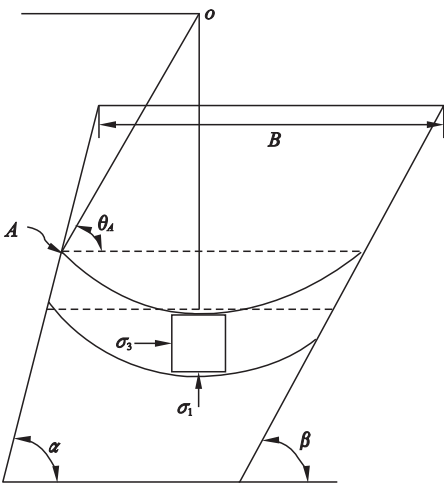


图 1 半圆弧形小主应力迹线
Fig. 1 The minimum principal stress trace for semi-circular arc

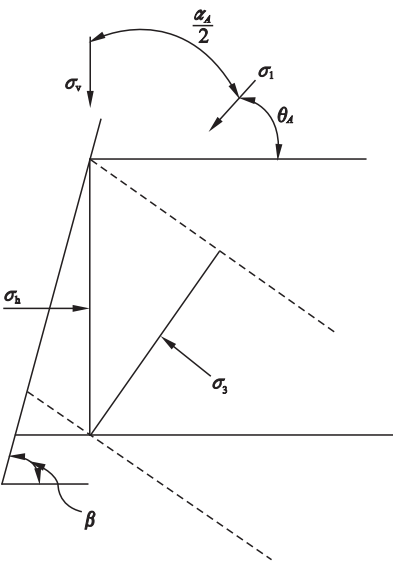


图 2 点 A 处的微分单元
Fig. 2 Differential element at point A

为简化理论推导,根据图 1 中点 A 的应力莫尔圆所处的坐标系 $\tau O\sigma$,将其 y 轴向左平移 $c\cot\varphi$ 的距离得到一个新的坐标系,即 $\tau' O'\sigma'$,如图 3 所示。

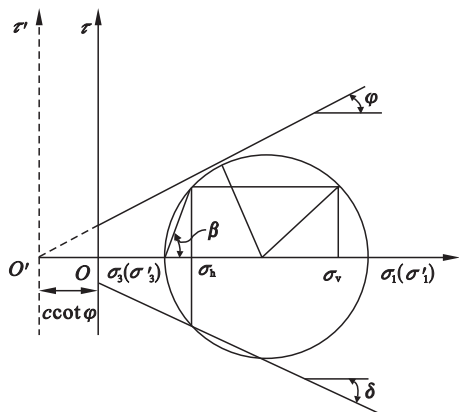


图 3 点 A 处的应力莫尔圆

Fig. 3 Mohr stress circle at point A

新旧坐标系转换关系为

$$\left. \begin{aligned} \sigma' &= \sigma + c\cot\varphi; \\ \tau' &= \tau. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

根据点 A 处的应力莫尔圆,主应力的旋转角可用式(2)表示:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_A &= \arcsin\left(\frac{\sin\delta}{\sin\varphi}\right) - \delta; \\ \theta_A &= \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_A}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

则任意一点处的水平应力表达式如式(3)所示:

$$\sigma'_h = \sigma'_1 \cos^2\theta + \sigma'_3 \sin^2\theta. \quad (3)$$

由于 $\sigma'_h + \sigma'_v = \sigma'_1 + \sigma'_3$,故得到

$$\sigma'_v = \sigma'_1 (\sin^2\theta + k\cos^2\theta). \quad (4)$$

其中: k 为朗肯侧压力系数, $k = \sigma'_3/\sigma'_1$ 。

根据主应力迹线形成的圆弧形微分条带单元体的受力分析得

$$dV' = \sigma'_v dl. \quad (5)$$

圆弧形微分单元体上所受到的竖向平均应力如式(6)所示:

$$\overline{\sigma'_v} = \frac{V'}{B'_h} = \frac{1}{R} \int_{\theta_A}^{\frac{\pi}{2}} \sigma'_1 (\sin^2\theta + k\cos^2\theta) R \frac{\sin\theta}{\cos\theta_A} d\theta. \quad (6)$$

对式(6)积分得

$$\overline{\sigma'_v} = \sigma'_1 \left(1 - \frac{1-k}{3} \cos^2\theta_A\right). \quad (7)$$

根据文献[14]定义的无黏性土中侧压力系数求解方法,得到在点 A 处的侧压力系数为

$$K_w = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_h - c\cot\varphi}{\sigma'_v - c\cot\varphi}. \quad (8)$$

将式(3),式(4),式(7)代入式(8)得到式(9):

$$K_w = \frac{3(\cos^2\theta_A + k\sin^2\theta_A) - \frac{3c}{\gamma h \tan\varphi + c}}{3 - (1-k)\cos^2\theta_A - \frac{3c}{\gamma h \tan\varphi + c}}. \quad (9)$$

由于 K_w 中分子分母含有 h 不便求解,故由侧向主动侧压力系数变换原理,根据文献[14]得到的无黏性土侧压力系数为 K'_w ,则得式(10):

$$K_w = K'_w + (K'_w - 1) \frac{c\cot\varphi}{\sigma'_v}. \quad (10)$$

2 上下盘倾角不同时充填采场内部应力分布的解析表达式

考虑实际矿床的赋存条件和采矿方法,充填采场上下盘倾角不同时的理论模型简化为图 4 所示,充填采场上部宽度为 B ,下部宽度为 B_{bot} ,上下盘倾角分别为 α, β . 微分单元体受到的上下盘法向力分别为 F_{n1} 和 F_{n2} ,上下盘剪切摩擦力 S_1 和 S_2 . 充填采场的高度为 H ,充填采场顶部应力为 q ,由于充填体通常不能接顶,因此本文认为 $q=0$.

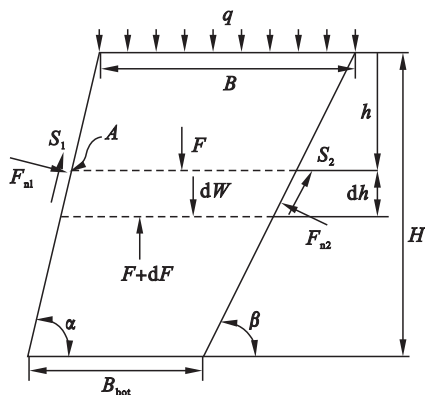


图 4 上下盘倾角不同($\alpha \neq \beta$)的倾斜采场示意图

Fig. 4 Schematic diagram of an inclined stope with non-parallel walls ($\alpha \neq \beta$)

如图 4 所示,充填采场深度 h 处的宽度 B_h 可用式(11)表示:

$$B_h = B - h(\cot\alpha - \cot\beta). \quad (11)$$

微分单元体的重力为

$$dW = \gamma B_h dh. \quad (12)$$

其中, γ 为充填体容重, N/m^3 。

微分单元体顶部和底部所受到的竖直方向作用力分别为

$$F = \sigma'_v B_h, \quad (13)$$

$$F + dF = (\sigma'_v + d\sigma'_v)(B_h + dB_h). \quad (14)$$

上下盘交界面处的剪切作用力为

$S_i = (c_{int} + \sigma_{ni} \tan \delta) dh / \sin \alpha, (i = 1, 2) . \quad (15)$
其中, σ_n 为交界面处的正应力, Pa.

上盘斜面上一点的应力状态:
 $\sigma_n = \sigma_h \sin^2 \alpha + \sigma_v \cos^2 \alpha + \tau_{hv} \sin 2\alpha . \quad (16)$

根据微分单元体在水平和竖向的受力平衡可得式(17)和式(18):

$$F_{n1} \sin \alpha - F_{n2} \sin \beta + S_2 \cos \beta + S_1 \cos \alpha = 0, \quad (17)$$
$$dF + S_2 \sin \beta + S_1 \sin \alpha + F_{n2} \cos \beta - F_{n1} \cos \alpha - dW = 0 . \quad (18)$$

由式(17), 式(18)得到下盘斜面上的正应力为

$$\sigma_{n2} = \frac{1 + \tan \delta \cot \alpha}{1 - \tan \delta \cot \beta} \sigma_{n1} + \frac{c_b (\cot \alpha + \cot \beta)}{1 - \tan \delta \cot \beta} . \quad (19)$$

由式(17), 式(18), 式(19)得微分方程为

$$\frac{d\sigma_v}{h} + \sigma_v \frac{R}{B + hD} = \gamma - \frac{L}{B + hD} . \quad (20)$$

求解微分方程式(20), 得出充填体内部竖向应力 σ_v 和水平方向的应力 σ_h 的表达式为

$$\sigma_v = \left(\frac{\gamma B - L(1 + \frac{D}{R})}{R + D} \right) \left(1 - \left(1 + \frac{D}{B} h \right)^{-\frac{R}{D}} \right) + \frac{D}{R + D} \gamma h + q \left(1 + \frac{D}{B} h \right)^{-\frac{R}{D}} , \quad (21)$$

$$\sigma_h = K_w \sigma_v . \quad (22)$$

式中:
 $D = \cot \alpha - \cot \beta;$
 $M = \frac{\tan \delta (2 + D \tan \delta + 2 \cot \alpha \cot \beta) - D}{1 - \tan \delta \cot \beta};$
 $L = \frac{c_{int} (2 + D \tan \delta + \cot \beta \cot \alpha + \cot^2 \beta) + c_b \sin 2\alpha}{1 - \tan \delta \cot \beta} + (K'_w - 1) c_b \cot \varphi TM;$
 $R = D + KM, K = K'_w T + \cos^2 \alpha, T = \sin^2 \alpha + \sin 2\alpha \tan \delta.$

式(21), 式(22)是针对上下盘倾角不等($\alpha \neq \beta$)且小于 90° 时的应力解答, 而当 $\alpha = \beta$ 时, 将不适用. 要得到 $\alpha = \beta$, 应对式(21)取极限.

可以看出, 当 $\alpha = \beta$ 时, 其形式与陈等^[13]以及Ting等^[15]得出的上下盘倾角相同时的解答一致. 从本文得到的解答可以看出, 得到的侧压力系数考虑了围岩体与充填体界面存在摩擦阻力时主应力方向发生的偏转. 考虑交界面不同摩擦角存在时, 具有不同的侧压力系数.

3 数值模拟与解析解对比

对于充填采场计算模型边界范围的确定是非

常重要的, 模型边界范围选取过大将会造成计算时间上不必要的浪费, 范围太小将会由于边界的影响而使得计算结果不合理. 因此本文通过对模型边界范围进行试算, 分析计算结果直至对于边界范围不具有敏感性时, 选取该条件下的边界范围作为本文模型建立的依据. 然后通过对模型进行初始原岩应力的构造, 开挖, 以及回填采场来分析充填体内部的应力分布规律. 通过对边界范围影响敏感性分析, 计算模型的边界选 $300 \text{ m} \times 300 \text{ m}$ 时, 能够消除模型边界的影响. 采场埋深为 500 m . 模型左右边界位移固定, 顶部施加 13.5 MPa 压应力, 模拟上覆岩层产生的自重应力. 初始应力生成后, 根据文献[16]的模拟方法, 本文采用一次性开挖形成充填采场后计算至应力平衡, 经过围岩体应力重分布调整后, 分 4 次回填采场. 采用 4 次的原因在于文献[16]研究表明, 回填次数太少时会使充填体内部应力超过自重应力, 从而使计算结果不合理. 回填次数大于 4 次时, 能够消除回填次数对充填体内部应力分布的影响. 充填采场的几何尺寸如表 1 所示.

表 1 充填采场的几何参数			
Table 1 Geometric parameters of backfilled stopes			
实例	宽度 B/m	上盘倾角 $\alpha/(^\circ)$	下盘倾角 $\beta/(^\circ)$
(a)	17.38	80	70
(b)	28.2	90	70

本文假设围岩为各向同性弹性体, 充填体采用弹塑性摩尔库伦本构模型, 数值计算模型如图 5 所示. 本文主要研究充填采场上下盘倾角对充填体内部应力分布产生的影响, 不考虑充填体和围岩体具体的物理化学性质. 因而, 参考文献[17], 选取确定了充填体与围岩具体力学参数见表 2.

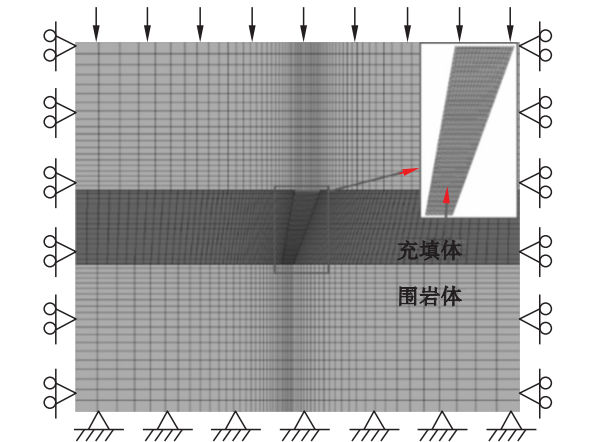


图 5 数值计算模型
Fig. 5 Numerical model

表 2 数值模型所需参数^[17]

Table 2 Mechanical parameters of the numerical model

参数	充填体	围岩体
弹性模量/GPa	0.3	30
泊松比	0.33	0.3
密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	1 800	2 700
内聚力/kPa	0	—
抗拉强度/MPa	0	—
内摩擦角/($^{\circ}$)	30	—
界面内摩擦角/($^{\circ}$)	21	—

从图 6 中可看出,充填采场下盘倾角相同时,充填体内部的竖向应力分布受上盘倾角影响较大,上盘倾角越大,由围岩与充填体交界面处摩擦力引起的主应力方向偏转程度越小,成拱效应越不显著,在采场底部的竖向应力降低程度越小.随着上盘倾角的增大,充填体内部的竖向应力最大值由采场底部向下盘的中部转移.

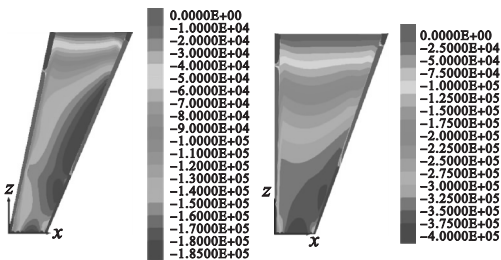


图 6 充填采场内竖向应力云图(单位:Pa)
Fig. 6 Contour of the vertical stress(unit:Pa)
(a)—实例(a); (b)—实例(b).

从图 7 中可看出,本文考虑主应力方向发生偏转的理论解答的上下边界能够包含数值模拟结果.而 Ting 等^[12]的解答在实例(a)的条件下,明显偏离数值模拟结果,从而证明了本文的解答能更好地适用上下盘具有不同倾角的情形.

限于篇幅,本文选择实例(a)分析充填体内聚力、内摩擦角和交界面处的内聚力、内摩擦角之间的关系对充填体内部应力分布的影响,理论分析结果如图 8 所示.

从图 8a 可看出,当充填体内聚力 c_b 和充填体与围岩体交界面处的内聚力 c_{int} 成 0.5 倍关系时,充填体内聚力的变化对其内部的应力分布影响较小.而从图 8b 可看出,充填体内部的应力分布对充填体及交界面处的摩擦角非常敏感,交界面处的内摩擦角越大,充填采场底部的竖向应力相对于自重应力降低程度越显著.当交界面处的内

摩擦角较小时,即成拱效应减弱,再次验证了充填体内的成拱效应主要受到界面摩擦力的影响.因此,充填体与围岩交界面处产生的摩擦力对充填体内部的成拱效应影响较大,而充填体的内聚力对成拱效应影响相对较小.

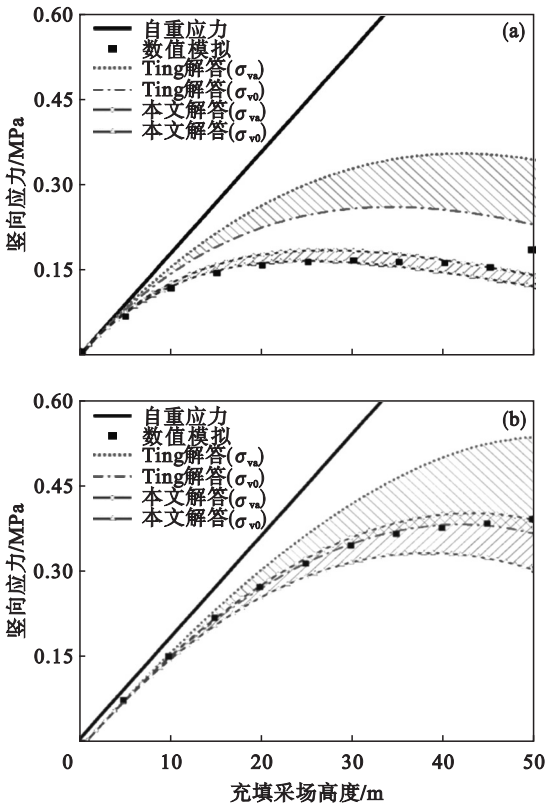
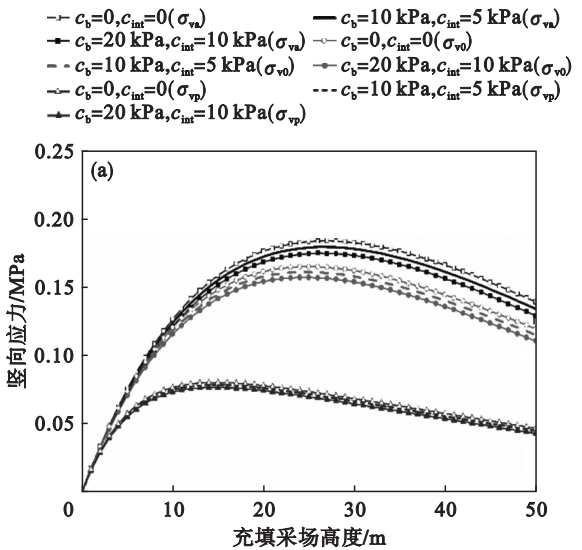


图 7 不同采场几何尺寸下理论解与数值模拟结果对比
Fig. 7 Comparison on the vertical stress in backfilled slope between analytical and numerical results
(a)—实例(a); (b)—实例(b).



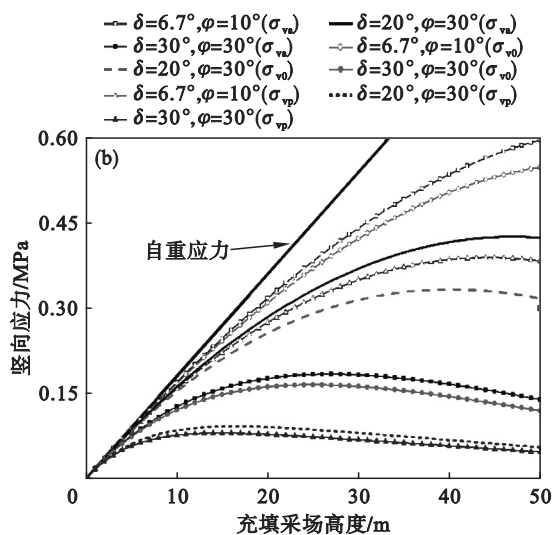


图 8 充填体内部的竖向应力受充填体的内聚力及摩擦角的影响(实例(a))

Fig. 8 The influence of the cohesion and friction angle on the vertical stress in backfill with respect to case (a)

(a)—内聚力;(b)—摩擦角.

4 结 论

1) 考虑主应力方向发生偏转时的侧压力系数及水平微分单元体受力平衡时的理论预测模型相比 Ting 等^[12]得到的解答,充填体内部的成拱效应更加显著.

2) 当充填采场下盘倾角相同时,上盘倾角越大,由围岩与充填体交界面处摩擦力引起的主应力方向偏转程度越小,成拱效应越不显著.

3) 充填体与围岩交界面处的摩擦角对充填体内部的成拱效应影响较大,而充填体的内聚力对成拱效应影响相对较小.

参考文献:

[1] Cui L, Fall M. Mathematical modelling of cemented tailings backfill; a review [J]. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 2019, 33(6): 389–408.
[2] Qi C C, Fourie A. Numerical investigation of the stress distribution in backfilled stopes considering creep behaviour of rock mass [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2019, 52(9): 3353–3371.

[3] Yan B, Zhu W C, Hou C, et al. A three-dimensional analytical solution to the arching effect in inclined backfilled stopes [J]. *Geomechanics and Geoengineering*, 2019, 14(2): 136–147.
[4] Thompson B D, Bawden W F, Grabinsky M W. In situ measurements of cemented paste backfill at the Cayeli Mine [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2012, 49(7): 755–772.
[5] Widiisinghe S, Sivakugan N. Vertical stress isobars for silos and square backfilled mine stopes [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2015, 16(2): 06015003.
[6] Rajeev P, Sumanasekera P R, Sivakugan N. Lateral variation of the vertical stress in underground mine stopes filled with granular backfills [J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2015, 34(2): 481–492.
[7] Sivakugan N, Widiisinghe S, Wang V Z. Vertical stress determination within backfilled mine stopes [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2014, 14(5): 06014011.
[8] Fahey M, Helinski M, Fourie A. Some aspects of the mechanics of arching in backfilled stopes [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2009, 46(11): 1322–1336.
[9] Ting C H, Sivakugan N, Shukla S K. Laboratory simulation of the stresses within inclined stopes [J]. *Geotechnical Testing Journal*, 2009, 35(2): 280–294.
[10] Li L, Aubertin M, Belem T. Formulation of a three dimensional analytical solution to evaluate stresses in backfilled vertical narrow openings [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2005, 42(6): 1705–1717.
[11] Singh S, Shukla S K, Sivakugan N. Arching in inclined and vertical mine stopes [J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2011, 29(5): 685–693.
[12] Ting C H, Sivakugan N, Read W, et al. Analytical expression for vertical stress within an inclined mine stope with non-parallel walls [J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2014, 32(2): 577–586.
[13] 陈国舟, 周国庆. 考虑土拱效应的倾斜滑移面间竖向应力研究 [J]. *岩土力学*, 2013, 34(9): 2643–2648.
(Chen Guo-zhou, Zhou Guo-qing. Study of vertical stress within inclined slip surfaces considering soil arching [J]. *Rock & Soil Mechanics*, 2013, 34(9): 2643–2648.)
[14] Paik K H, Salgado R. Estimation of active earth pressure against rigid retaining walls considering arching effects [J]. *Géotechnique*, 2003, 53(7): 643–653.
[15] Ting C H, Shukla S K, Nagaratnam S M. Arching in soils applied to inclined mine stopes [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2010, 11(1): 29–35.
[16] Falaknaz N, Aubertin M, Li L. Numerical analyses of the stress state in two neighboring stopes excavated and backfilled in sequence [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2015, 15(6): 04015005.
[17] Jahanbakhshzadeh A, Aubertin M, Li L. A new analytical solution for the stress state in inclined backfilled mine stopes [J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2017, 35(3): 1151–1167.