

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2020.03.019

Cu^{2+} 诱导黄铁矿合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的生长机理

周鹏飞, 张威, 赵思凯, 沈岩柏

(东北大学资源与土木工程学院, 辽宁沈阳 110819)

摘要: 以黄铁矿为原料, 通过焙烧、化学浸出、除杂得到 Fe^{3+} 浸出液, 随后采用水热合成法通过加入适量 Cu^{2+} 溶液成功诱导合成出 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体, 利用 X 射线衍射、扫描电子显微镜、傅里叶红外光谱对所获产物的结构和形貌进行表征, 并对其成核及晶体生长过程进行探讨。研究表明, Cu^{2+} 诱导黄铁矿合成的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体具有六方相晶体结构, 其粒径在 500 nm 左右。通过对不同水热时间所获产物的形貌进行观察并结合溶液化学计算分析, 可以推断 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的形成是沉淀-溶解-再结晶的过程, Cu^{2+} 的存在主要起到诱导 Fe_2O_3 晶核在生长过程中趋向形成多面体结构的作用。

关键词: $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$; 纳米多面体; 水热法; 晶体生长; 溶液化学

中图分类号: TD 951

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2020)03-0408-05

Growth Mechanism of $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ Nanopolyhedra Synthesized from Pyrite by Cu^{2+} Inducement

ZHOU Peng-fei, ZHANG Wei, ZHAO Si-kai, SHEN Yan-bai

(School of Resources & Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: SHEN Yan-bai, E-mail: shenyanbai@mail.neu.edu.cn)

Abstract: Taking pyrite as the iron source, Fe^{3+} leaching solution was obtained through roasting, chemical leaching and impurity removal. Then, $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ nanopolyhedra was synthesized by hydrothermal method via Cu^{2+} inducement. The structure and morphology of $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ nanopolyhedra were characterized by X-ray diffraction (XRD), scanning electron microscopy (SEM) and Fourier transform infrared spectroscopy (FTIR) to investigate their nucleation and crystal growth. The results showed that $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ nanopolyhedra with a hexagonal structure was about 500 nm in grain size. Based on the morphology observation of the as-prepared products synthesized at different hydrothermal times and the analysis result of solution chemistry calculations, it is concluded that the formation of $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ nanopolyhedra is followed by the precipitation, dissolution and recrystallization. The presence of Cu^{2+} mainly induces the crystal nucleus of $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ so as to form nanopolyhedra structure in the process of growth.

Key words: $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$; nanopolyhedra; hydrothermal method; crystal growth; solution chemistry

黄铁矿是地壳中分布最为广泛的一种硫化物矿物, 通常与黄铜矿、铅锌矿等共生, 其主要成分为二硫化亚铁 (FeS_2), 因此工业上又被称为硫铁矿, 主要用于生产硫酸和硫磺。黄铁矿在氧化气氛中经高温焙烧用于生产硫酸后, 形成的黄铁矿烧

渣除含 Fe_2O_3 , Fe_3O_4 , SiO_2 等主要成分外, 还含有 Cu, Zn, S 等共生元素。长期以来, 黄铁矿烧渣一般进行堆填处理, 不仅造成了资源浪费, 还对周围大气、土壤及水体等环境构成威胁。国内外学者围绕黄铁矿烧渣的综合利用进行了大量研究, 包括

收稿日期: 2019-05-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51674067, 51422402); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(N180102032, N180408018, N180106002); 矿物加工科学与技术国家重点实验室开放基金资助项目(BGRIMM-KJSKL-2019-12); 辽宁省“兴辽英才计划”项目(XLYC1807160); 辽宁“百千万人才工程”培养经费资助项目(201892127)。

作者简介: 周鹏飞(1992-), 男, 河北邯郸人, 东北大学博士研究生; 沈岩柏(1978-), 男, 黑龙江密山人, 东北大学教授, 博士生导师。

将其用于建筑材料、铁系颜料及贵金属回收原料等^[1-2]用途,其应用范围还有待进一步扩大。

$\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 是一种较为典型的窄禁带(2.1 eV)n型金属氧化物半导体材料,由于其具有价格低廉、原料易得、绿色环保等一系列优点,已在催化剂、气敏材料、颜料以及锂电池材料等^[3-6]领域得到广泛应用。文献中已有报道通过水热法、溶胶-凝胶法及静电纺丝法等方法成功合成出多种 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米结构,包括纳米颗粒、纳米线及纳米片等^[7]。其中,水热法制备方法简单、晶体纯度高、成本低、能合成多种形貌,因而在合成纳米材料方面应用普遍。然而,对水热法制备 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米材料过程中晶核的形成及晶体的生长过程则研究较少。

本文在我国黄铁矿烧渣资源综合利用现状的基础上,以黄铁矿为铁源,经高温焙烧获得烧渣后再经酸浸过滤处理,得到含 Fe^{3+} 的浸出液,并将其用于制备 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米材料。考虑到烧渣浸出液中共生的 Cu^{2+} 、 Zn^{2+} 等金属离子会对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 晶体的生长起到诱导作用^[8],本文将选择性地 在 Fe^{3+} 浸出液中掺入 Cu^{2+} 以诱导合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体。通过对不同水热时间所获得产物的形貌进行观察并结合溶液化学计算分析,对 Cu^{2+} 诱导黄铁矿合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的生长过程进行了分析和探讨。

1 实验

1.1 制备方法

首先取 0.3 g 黄铁矿纯矿物置于管式炉中在 800 °C 下焙烧 3 h,将焙烧后的产物浸入盐酸溶液中进行加温浸出,所得酸性悬浊液经过滤除杂后得到浓度为 0.35 mol/L 的 Fe^{3+} 浸出液。浸出过程的条件为:浸出温度 80 °C,浸出时间 4 h,液固比 20:1,盐酸浓度 1.4 mol/L。取 20 mL Fe^{3+} 浸出液,加入 2 mL 浓度为 0.035 mol/L 的 CuCl_2 溶液,逐滴加入 3 mol/L 的 NaOH 溶液将混合溶液的 pH 值调整为 13,磁力搅拌 30 min 后将所得混合溶液移入 200 mL 反应釜中在 180 °C 条件下进行水热反应。为了考察 Cu^{2+} 诱导合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的结晶及生长过程,分别取不同水热时间条件下所获产物进行形貌观察。

1.2 表征方法

采用荷兰帕纳科公司的 X'Pert Pro 型 X 射线衍射仪(XRD)对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的物相组成进行分析,利用日本日立公司的 S-4800 型

场发射扫描电子显微镜(SEM)对 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的微观形貌进行观察,利用美国热电集团的 NICOLET 380 傅里叶红外光谱仪分析样品中存在的化学键。

2 实验结果与讨论

2.1 XRD 分析

图 1 为在水热反应 6 h 时所获产物的 XRD 衍射图谱。从图中可以看出,所获产物衍射图谱中的各衍射峰对应晶面分别为 (012), (104), (110), (113), (024), (116), (214), (300) 和 (119),与标准图谱 JCPDS PDF #33-0664 相符合,为六方相晶体结构的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ ^[9-11]。此外,各衍射峰较为尖锐且强度较大,无其他杂质衍射峰,表明所获产物的结晶度和纯度较高。需要指出的是,由于 Cu^{2+} 的掺杂量较小,因此并未在 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的 XRD 衍射图谱中发现与 Cu 相关的衍射峰。

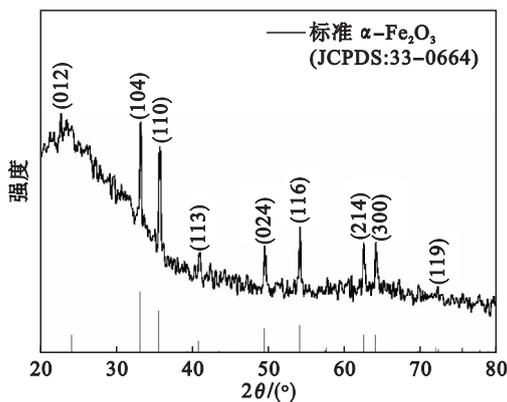


图 1 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的 XRD 图谱
Fig. 1 XRD pattern of $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ nanopolyhedra

2.2 SEM 分析

水热反应 6 h 时所获 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米材料的 SEM 照片如图 2 所示。其中,图 2a ~ 2b 为未掺杂 Cu^{2+} 时所获的水热产物的 SEM 照片,可以看出所获 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米材料的形貌为纳米片,其尺寸不均一,厚度较大,约为 300 nm;图 2c 和 2d 为 Cu^{2+} 诱导合成的 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体材料,可以看出掺杂少量 Cu^{2+} 时所获产物呈立面体结构,结晶状况良好,每个晶面较为平整光滑,无明显凹陷孔洞等,且晶面上生长有三棱锥状微晶;所获纳米多面体的单个粒径在 500 nm 左右,分散性好且无团聚现象,形貌较为均匀一致。

2.3 FTIR 分析

图 3 所示为 Cu^{2+} 诱导合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多

面体的红外光谱图,用以探讨 α - Fe_2O_3 纳米材料中存在的各种化学键.通过分析可知,图3中波数为 3450 cm^{-1} 处的吸收峰是材料表面缔和的O—H键的特征峰,波数为 1627 cm^{-1} 处的吸收峰是由自由水中O—H键的弯曲振动所致,这主要是因为空气中的水分子吸附在样品表面所致.波数为 1088 cm^{-1} 处的吸收峰是由样品中残留乙醇的C—O键拉伸振动引起的;波数为 564 cm^{-1} 和 481 cm^{-1} 处的吸收峰是由 α - Fe_2O_3 纳米材料中的Fe—O键的振动所引起的^[12].

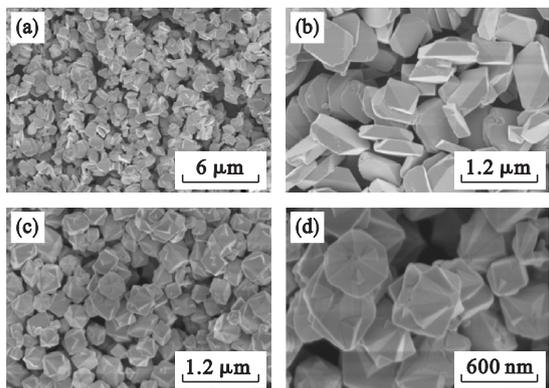


图2 α - Fe_2O_3 纳米材料的SEM照片

Fig. 2 SEM images of α - Fe_2O_3 nanomaterials

(a), (b)— α - Fe_2O_3 纳米片;
(c), (d)— α - Fe_2O_3 纳米多面体.

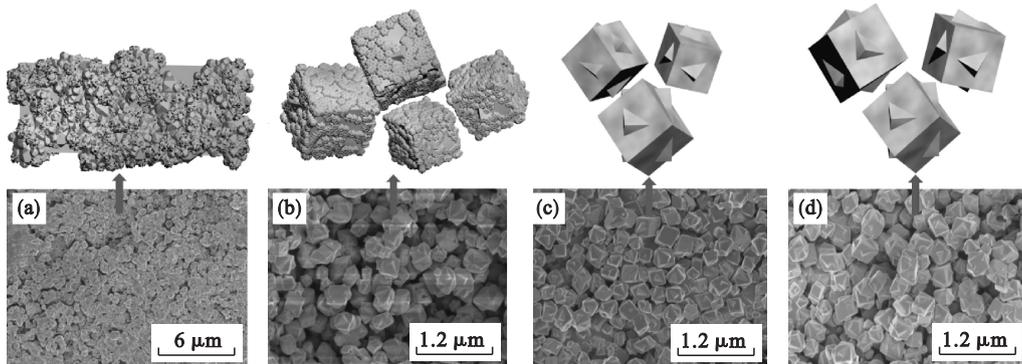


图4 α - Fe_2O_3 纳米多面体生长过程示意图及实际生长SEM照片

Fig. 4 Schematic diagram of growth process and SEM images of α - Fe_2O_3 nanopolyhedra

(a)—1 h; (b)—2 h; (c)—4 h; (d)—6 h.

生长的过程中由于单个晶体之间生长速度存在差异,使得产物的粒度分布不均匀,尺寸在 $400\sim 500\text{ nm}$ 之间.当水热时间为6 h时,随着颗粒溶解再结晶过程的不断完善,多面体趋向于形成大小均一的尺寸,其粒径均在 500 nm 左右,且纳米多面体生长完整,分散性较好.

研究表明,晶体生长包含热力学成核及动力学结晶两个过程,结合不同水热时间所获产物的形貌结构可以推断,由于在水热反应的初期,反应

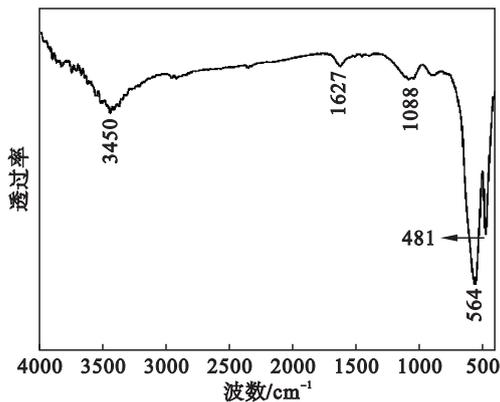


图3 α - Fe_2O_3 纳米多面体的FTIR图

Fig. 3 FTIR spectrum of α - Fe_2O_3 nanopolyhedra

2.4 生长过程分析

不同水热时间所获产物的形貌如图4所示.在水热时间1 h时,反应所获 α - Fe_2O_3 纳米材料没有固定的形貌,许多尺寸较小的纳米颗粒包裹在类纳米多面体的表面且相互粘连,分散性差,说明此时反应时间较短,反应进行不完全,晶体未得到充分生长.延长水热时间至2 h时,较小的纳米颗粒基本消失,反应得到的产物均已呈现生长但尚未完整的多面体形貌,晶面较为粗糙且有较多凹陷.继续延长水热时间至4 h,纳米多面体表面的凹陷消失,此时晶体得到较为充分的生长,但在

溶液体系中的能量较高,此时热力学作用对产物的生长起主导作用,溶液体系能够克服形成临界尺寸晶核所需的势垒,具备形成新相的条件,即 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 基元发生典型的成核作用.当 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 临界晶核形成后,围绕晶核的质点随之在晶核上堆积,随着晶核的增大,体系的总自由能将迅速下降,致使晶核不断长大,随后起决定性作用的是各晶面生长速率的各向异性,此时,晶核开始动力学生长过程^[13-15].

已形成的晶体如果处于不饱和溶液中,则会发生溶解.由于晶棱和角顶处质点的自由能相对较大,且与溶液接触机会较多,故角顶和晶棱处往往最先溶解,晶体将呈现浑圆状,其中图4a中水热反应1h时所获产物形貌正是如此.同时,在实际晶体结构中,仍然存在一些晶格缺陷,导致在晶面溶解时在那些缺陷的出露点溶解成一些小凹坑并形成蚀像,如图4b中水热反应2h时的形貌.当溶液处于过饱和或过冷却状态时,溶解的晶体又可恢复至几何多面体形态,此可理解为晶体的再生;需要强调的是,晶体的溶解和再生并非简单的逆过程,晶体的溶解是随一定方向渐变的,因此会导致溶解晶体呈浑圆状;而晶体的生长则是随方向突变的,因此晶体又可恢复到几何多面体形态,图4c和4d为水热4h及6h时所获产物的多面体结构.

3 生长机理分析

前已述及, Cu^{2+} 诱导合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的生长包括晶核的形成和晶体的生长两步.在水热反应进行前,通过溶液化学计算可以得出反应前驱液中 Fe^{3+} 和 Cu^{2+} 在不同 pH 值条件下的赋存状态,结果如图5所示.结合图5a和5b可知,随着前驱液 pH 值的升高,溶液中的 Fe^{3+} 先于 Cu^{2+} 与 OH^- 发生化学反应并生成沉淀,其存在形式主要为 $\text{Fe}(\text{OH})_3$. 在无定型的 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 絮状沉淀生成的过程中,部分 Cu^{2+} 则吸附或包含在无定型的 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 絮状沉淀中而形成共沉淀,剩余的 Cu^{2+} 则随着前驱液 pH 值的继续增加而逐渐生成 $\text{Cu}(\text{OH})_2$, 如图5b所示.

当进行水热反应时,随着反应釜中前驱液温度的升高以及内部压力的增加,包含有 Cu^{2+} 的无定型 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 絮状沉淀逐渐分解.由于 Cu^{2+} 对 Fe_2O_3 晶核的形成具有一定的抑制作用^[16],使得整个反应体系中产生的晶核数量较少,更多的 Fe^{3+} 则参与到晶核的生长过程.在晶核形成之后, $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 絮状沉淀会包裹在其表面,由于晶核附近的 OH^- 浓度高于前驱液中 OH^- 浓度,促使晶核附近的 $\text{Fe}(\text{OH})_3$ 开始转变为 $\text{Fe}(\text{OH})_4^-$ 负离子配位多面体,而生成的负离子配位多面体在高温高压的环境下开始发生缓慢的脱水反应,使得晶核不断长大.由图2的 SEM 照片可知, Cu^{2+} 的存在促使 Fe_2O_3 晶核在生长过程中趋向于形成多面体结构,而多面体的各个暴露晶面之间相互等

价,故晶体生长过程较为快速,各个面同时生长.在脱水反应进行过程中,释放出的 OH^- 可再次用于负离子配位多面体的生成,故在最终的产物中呈现出几何多面体的形貌,且多面体颗粒的粒径较大,在整个晶体生长过程中, Cu^{2+} 同时进入到 Fe_2O_3 晶胞中^[3].

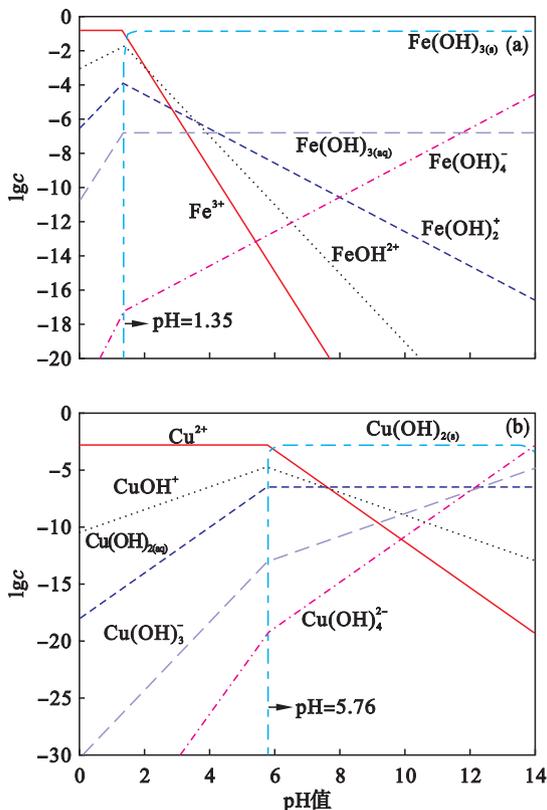


图5 水热组分浓度对数图

Fig. 5 Concentration logarithmic diagram of hydrolysis components

(a) $-c(\text{Fe}^{3+}) = 0.14 \text{ mol/L}$;

(b) $-c(\text{Cu}^{2+}) = 1.4 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$.

4 结 论

1) 采用水热法利用 Cu^{2+} 诱导合成出 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体. 结构表征结果表明,制备的产物粒径在 500 nm 左右,具有六方晶结构,纯度较高,形貌均一,分散性良好.

2) 通过观察不同水热时间所获产物的形貌,可推断 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体由纳米颗粒组装而成,其多面体结构的形成过程包括热力学成核及动力学生长两个过程.

3) 溶液化学计算结果表明, Cu^{2+} 诱导合成 $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ 纳米多面体的形成是沉淀-溶解-再结晶的过程, Cu^{2+} 的存在促使 Fe_2O_3 晶核在生长过程中趋向于形成多面体结构.

参考文献:

- [1] Zheng Y J, Liu Z C. Preparation of monodispersed micaceous iron oxide pigment from pyrite cinders [J]. *Powder Technology*, 2011, 207(1) : 335 – 342.
- [2] He B B, Tian X K, Sun Y, et al. Recovery of iron oxide concentrate from high-sulfur and low-grade pyrite cinder using an innovative beneficiating process [J]. *Hydrometallurgy*, 2010, 104(2) : 241 – 246.
- [3] Mekatel E, Trari M, Nibou D, et al. Preparation and characterization of α -Fe₂O₃ supported clay as a novel photocatalyst for hydrogen evolution [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2019, 44(21) : 10309 – 10315.
- [4] Liu C B, Shan H, Liu L, et al. High sensing properties of Ce-doped α -Fe₂O₃ nanotubes to acetone [J]. *Ceramics International*, 2014, 40(1, Part B) : 2395 – 2399.
- [5] Pailhé N, Wattiaux A, Gaudon M, et al. Impact of structural features on pigment properties of α -Fe₂O₃ hematite [J]. *Journal of Solid State Chemistry*, 2008, 181(10) : 2697 – 2704.
- [6] Xu L, Tian Y H, Liu T F, et al. α -Fe₂O₃ nanoplates with superior electrochemical performance for lithium-ion batteries [J]. *Green Energy & Environment*, 2018, 3(2) : 156 – 162.
- [7] Sun P, You L, Wang D W, et al. Synthesis and gas sensing properties of bundle-like α -Fe₂O₃ nanorods [J]. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2011, 156(1) : 368 – 374.
- [8] Liu R M, Jiang Y W, Fan H, et al. Metal ions induce growth and magnetism alternation of α -Fe₂O₃ crystals bound by high-index facets [J]. *Chemistry*, 2012, 18(29) : 8957 – 8963.
- [9] Gao Z Y, Sun W, Hu Y H. Mineral cleavage nature and surface energy: anisotropic surface broken bonds consideration [J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2014, 24(9) : 2930 – 2937.
- [10] Yan W, Fan H Q, Zhai Y C, et al. Low temperature solution-based synthesis of porous flower-like α -Fe₂O₃ superstructures and their excellent gas-sensing properties [J]. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2011, 160(1) : 1372 – 1379.
- [11] Huang L M, Fan H Q. Room-temperature solid state synthesis of ZnO/ α -Fe₂O₃ hierarchical nanostructures and their enhanced gas-sensing properties [J]. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2012, 171/172 : 1257 – 1263.
- [12] Rufus A, Sreeju N, Philip D. Synthesis of biogenic hematite (α -Fe₂O₃) nanoparticles for antibacterial and nanofluid applications [J]. *RSC Advances*, 2016, 6(96) : 94206 – 94217.
- [13] Ouyang J J, Pei J, Kuang Q, et al. Supersaturation-controlled shape evolution of α -Fe₂O₃ nanocrystals and their facet-dependent catalytic and sensing properties [J]. *ACS Applied Materials Interfaces*, 2014, 6(15) : 12505 – 12514.
- [14] Tsukamoto K. In-situ observation of crystal growth and the mechanism [J]. *Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials*, 2016, 62(2) : 111 – 125.
- [15] Li P, Cai Y, Fan H Q. Porous thin sheet-based α -Fe₂O₃-doped In₂O₃ structures: hydrothermal synthesis and enhanced Cl₂ sensing performance [J]. *RSC Advances*, 2013, 3(44) : 22239 – 22245.
- [16] Cornell R M, Giovanoli R. The influence of copper on the transformation of ferrihydrite (5Fe₂O₃·9H₂O) into crystalline products in alkaline media [J]. *Polyhedron*, 1988, 7(5) : 385 – 391.

(上接第 373 页)

部位,为选取传感器测点提供了科学依据,从而达到减少试验成本的目的。

参考文献:

- [1] 胡伟钢,刘志明,王曦,等.基于实测应变的时域模态参与因子识别研究 [J]. *铁道学报*, 2018, 40(2) : 45 – 51.
(Hu Wei-gang, Liu Zhi-ming, Wang Xi, et al. Time-domain identification method of modal participation factor based on measured strains [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2018, 40(2) : 45 – 51.)
- [2] 李东升,张莹,任亮,等.结构健康监测中的传感器布置方法及评价准则 [J]. *力学进展*, 2011, 41(1) : 39 – 50.
(Li Dong-sheng, Zhang Ying, Ren Liang, et al. Sensor deployment for structural health monitoring and their evaluation [J]. *Advances in Mechanics*, 2011, 41(1) : 39 – 50.)
- [3] 詹杰子,余岭.传感器优化布置的有效独立-改进模态应变能方法 [J]. *振动与冲击*, 2017, 36(1) : 82 – 87.
(Zhan Jie-zi, Yu Ling. An effective independence-improved modal strain energy method for optimal sensor placement [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(1) : 82 – 87.)
- [4] 何龙军,练继建,马斌,等.基于距离系数-有效独立法的大型空间结构传感器优化布置 [J]. *振动与冲击*, 2013, 32(16) : 13 – 18.
(He Long-jun, Lian Ji-jian, Ma Bin, et al. Optimal sensor placement for large space structures based on distance coefficient effective independence method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(16) : 13 – 18.)
- [5] Chang M, Shamim N. Optimal sensor placement for modal identification of bridge systems considering number of sensing nodes [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2014, 19(6) : 401 – 410.
- [6] Kim T, Youn B D, Oh H. Development of a stochastic effective independence (SEFI) method for optimal sensor placement under uncertainty [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 111(2) : 615 – 627.
- [7] Liu K, Yan R, Soares C G. Optimal sensor placement and assessment for modal identification [J]. *Ocean Engineering*, 2018, 165(5) : 209 – 220.
- [8] Stephan C. Sensor placement for modal identification [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 27(7) : 461 – 470.
- [9] Papadimitriou C. Optimal sensor placement methodology for parametric identification of structural systems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 278(45) : 923 – 947.
- [10] Papadimitriou C. The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 28(9) : 105 – 127.
- [11] Vincenzi L, Simonini L. Influence of model errors in optimal sensor placement [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 389(87) : 119 – 133.
- [12] Yang C, Zheng W, Zhang X. Optimal sensor placement for spatial lattice structure based on three-dimensional redundancy elimination model [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 66(4) : 576 – 591.