

doi: 10.12068/j.issn.1005-3026.2020.04.004

CVaR 准则下考虑过度自信行为的报童模型研究

陈克贵¹, 黄敏², 王新宇¹

(1. 中国矿业大学 管理学院, 江苏 徐州 221116; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 为研究风险厌恶零售商对随机市场需求的信念有过度自信行为时的订货策略,以 CVaR 作为风险度量准则,建立了 CVaR 下过度自信的报童模型. 探讨风险厌恶程度和过度自信行为对零售商的最优订货决策及相应条件风险值的影响,分析过度自信零售商和完全理性零售商的信念条件风险值与实际条件风险值. 研究发现:在一定风险水平下,过度自信导致零售商条件风险值降低且订货量偏离完全理性时的情形. 数值算例验证了模型的有效性,为现实中零售商的订货决策提供了理论支持.

关 键 词: 报童模型;过度自信;风险厌恶;CVaR 准则;最优订货量

中图分类号: F 203; F 224.32 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2020)04-0475-07

News vendor Model with Overconfidence Behavior Under CVaR Criterion

CHEN Ke-gui¹, HUANG Min², WANG Xin-yu¹

(1. School of Management, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 2 School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: HUANG Min, E-mail: mhuang@mail.neu.edu.cn)

Abstract: In order to study the ordering strategy of risk-aversion retailers when they have overconfident behaviors in their beliefs in random market demand, CVaR was used as a risk measurement criterion, and an overconfident news vendor model under CVaR was established. The effect of risk-aversion and overconfidence on retailer's optimal ordering decision and corresponding conditional risk value was discussed. And the belief condition risk value and actual condition risk value of over confident retailers and fully rational retailers were analyzed. The results showed that overconfidence causes retailer to reduce the risk value of the condition and the order quantity deviates from full rational. Numerical examples verified the validity of the model and provided theoretical support for retailers' ordering decisions in reality.

Key words: news vendor model; overconfidence; risk-aversion; conditional value at risk (CVaR) criterion; optimal order quantity

报童模型是运营管理中研究产品的生产、定价决策和库存控制等问题的基本模型,现实背景强且易于操作,在生产和服务运作管理等领域被广泛使用和推广,很多学者对产品的库存、定价和合同设计等报童模型的扩展问题进行了研究^[1-3]. 传统报童模型一般都将报童假设为完全理性并且风险中性的决策者,主要考虑决策者在

随机需求下期望收益或期望成本的最优化,进而确定订货量的最优分位数.

虽然报童模型的最优订货方案早有定论,但大量的实证和实验研究表明,这些最优订货方案在实际中是很难实现的,通常与最优化期望收益的目标不一致^[4]. 不确定的市场环境通常使报童的收益具有风险性,不同的决策者对待风险的态度

收稿日期: 2019-04-02

基金项目: 国家自然科学基金重点国际合作研究项目(71620107003); 国家自然科学基金资助项目(71325002, 71871215, 71573252); 教育部人文社会科学研究项目(17YJC630012); 能源矿业经济智库(中国矿业大学文化传承专项项目(2018WHCC01)).

作者简介: 陈克贵(1984-),男,湖北十堰人,中国矿业大学讲师,博士; 黄敏(1968-),女,福建长乐人,东北大学教授,博士生导师; 王新宇(1974-),男,江苏新沂人,中国矿业大学教授,博士生导师.

度一般也不同. 风险厌恶的决策者对待收益和损失的敏感性不同,期望值准则有时候并不适用于风险厌恶型的报童问题. 因此,在实践中应考虑报童的风险特征并引入相应的风险度量准则. 近年来,报童的风险厌恶问题引起了越来越多学者的关注,相应的风险度量方式也不断地变化与改进. Eeckhoudt 等^[5]利用效用函数的方法描述了报童的风险规避行为,证实了风险规避下的最优订货量要低于风险中性时的情形. Agrawal 等^[6]也通过期望效用理论探讨了零售商的风险规避对其订货决策的影响. 也有学者在此基础上考虑了缺货惩罚和多阶段报童问题. Wu 等^[7]和 Choi 等^[8]则通过均值方差模型描述了报童的风险规避特征. 损失与盈利对风险确定的影响有所不同,效用函数和期望方差模型将期望的向上影响和决策者不希望的向下结果等同予以惩罚,于是也有学者采用 downside-risk 测度^[9]和风险值 VaR^[10]的方法描述报童的风险问题,即考虑报童在获得一定收益的某一置信度,但 VaR 模型没有考虑更高利润的影响在处理损失有后尾现象时出现不稳定的情况^[11]. 与上述的效用函数、均值方差、downside-risk 和 VaR 几种风险度量方法相比,CVaR 模型可以有效改善模型在处理损失分布的后尾现象时存在的问题,并且 CVaR 是一致性的风险量化指标. 很多学者在供应链管理中引入 CVaR 风险准则^[11-12],例如,许明辉等^[1]及文献[12]在报童问题中引入了 CVaR 风险准则,但这些成果都是假设决策者是完全理性而没有考虑行为特征.

行为科学的研究表明,人们在决策中通常会表现出过度自信的倾向,过度自信是指人们对其知识能力和预测未来时表现出过分的乐观和自信^[13]. Russo^[14]通过研究发现管理人员通常都高估了企业的盈利能力及其经营能力,比方壳牌公司(Royal Dutch Shell)针对其新雇佣的地理学家在石油探测时的过度自信行为,制定了一个独特的训练计划用来提高地理学家预测的精确性. 目前已有学者在报童模型中考虑了过度自信行为, Ren 等^[13]通过实验证实了过度自信是导致报童问题中均值偏向效应的主要原因;周永务等^[2]通过缩小方差扩大均值的方式描述报童模型中的过度自信行为,进而对比分析过度自信零售商与完全理性零售商的订货量、利润以及相应的偏差,但都是基于风险中性的假设. Xu 等^[15-16]在 CVaR 准则下的报童模型中引入了零售商的损失规避行为,进而探讨损失规避和风险厌恶程度如何影响零售商决策. Ren 等^[17]在报童模型中考虑了零售

商的过度自信行为,但没考虑零售商的风险态度. 本文则是在报童模型中引入了 CVaR 风险准则并考虑了过度自信行为,从而研究有所不同.

为更精确地描述决策者行为并规避损失风险,本文以 CVaR 作为风险度量准则,对过度自信的报童模型进行研究. 通过理论证明给出报童最优订货量和条件风险值,以及与经典报童模型结果间的关系,进而探讨过度自信和风险规避程度对报童的订货量和条件风险值的影响. 最后通过算例分析进一步验证结论.

1 问题描述与模型假设

考虑零售商面对随机市场需求 X 选择最优的订货量 Q ,并以 r 的零售价销售产品. 假设单位产品的采购成本为 c ,如果供给大于需求,则单位剩余产品的残值(net salvage value)为 s , s 取负值时表示单位剩余商品的处理成本,为避免一些平凡情形,假设产品零售价、残值和单位成本之间满足 $s < c < r$ ^[1-3].

假设连续且非负的随机变量 X 的数学期望为 μ , $f(\cdot)$ 和 $F(\cdot)$ 分别为其概率密度函数和分布函数,其中 $F(\cdot)$ 连续、可微且单调递增,零售商完全理性时可正确理解 X 的概率分布.

假设零售商有过度自信倾向,表现为对市场随机需求的信念存在着一定的偏差,文献[17]认为,利用随机变量的保均值变换(mean presserving spread)描述过度自信零售商的信念市场需求 X_0 和实际的市场需求 X 间的关系为

$$X_0 = (1 - k)X + k\mu. \tag{1}$$

式中 $k \in [0,1]$ 表示零售商的过度自信程度. 并且 $\text{Var}[X_0] = (1 - k)^2 \text{Var}[X] \leq \text{Var}[X]$ 与 $E[X_0] = E[X]$ 成立. 式(1)意味着零售商过度自信时,其信念市场需求的均值和实际情形下的均值一致,但信念方差却小于实际方差. 当 k 逐渐增大时,过度自信倾向的零售商的信念市场需求的方差越来越小于实际的需求方差. 也就是说, k 与零售商的过度自信程度呈正比关系, $k = 0$ 代表零售商是完全理性的.

过度自信零售商的信念利润函数可表示为

$$\pi_o(Q, X_0) = r \min(Q, X_0) + s(Q - X_0)^+ - cQ = (r - c)Q - (r - s)(Q - X_0)^+. \tag{2}$$

式中, $x^+ = \max(x, 0)$.

假设零售商是风险厌恶的,利用条件风险价值(conditional value at risk, CVaR)方法来描述零售商的风险厌恶程度,设其风险厌恶因子为 η ,根

据 Rockafellar^[11] 及文献[12]可知,过度自信零售商相应的信念条件风险价值为

$$\text{CVaR}_\eta(\pi_0(Q, X_0)) = \max_{v \in \mathbf{R}} \left\{ v + \frac{1}{\eta} E[\min(\pi_0(Q, X_0) - v, 0)] \right\} = \max_{v \in \mathbf{R}} \left\{ g(Q, v) : v - \frac{1}{\eta} E[v - \pi_0(Q, X_0)]^+ \right\}. \quad (3)$$

式中 v 表示以 VaR (value at risk) 为风险度量的决策者期望最大化 $\text{VaR}_\eta(\pi_0(Q, X_0))$:

$$\text{VaR}_\eta(\pi_0(Q, X_0)) = \max \{ v | p(\pi_0(Q, X_0) \geq v) \geq \eta \}.$$

CVaR 具有较好的运算特性, $\eta \in (0, 1]$ 为风险厌恶因子, η 越小意味着零售商风险厌恶程度越大, $\eta = 1$ 时零售商为风险中性^[12]. 为了方便, 下标 O 和 R 分别代表零售商过度自信 (overconfidence) 和完全理性 (rational) 时的情况, 上角标 * 表示各决策变量取得最优解.

2 模型分析

由风险度量准则 CVaR 的定义式(3)及过度自信零售商是风险中性时的信念利润函数式(2)可得到风险厌恶型零售商的优化问题为最大化:

$$g(Q, v) = v - \frac{1}{\eta} E[v - \pi_0(Q, X_0)]^+ = v - \frac{1}{\eta} \int_0^{+\infty} [v - (r-c)Q + (r-s)(Q - X_0)^+]^+ dx = v - \frac{1}{\eta} \int_0^{\frac{Q-k\mu}{1-k}} [v - (s-c)Q - (r-s)k\mu - (r-s)(1-k)x]^+ dF(x) - \frac{1}{\eta} \int_{\frac{Q-k\mu}{1-k}}^{+\infty} [v - (r-c)Q]^+ dF(x). \quad (4)$$

通过最大化式(4), 得到定理 1, 即 CVaR 风险准则下过度自信零售商的最优订货策略.

定理 1 在 CVaR 风险度量准则下, 过度自信零售商的最优订货量为

$$Q_0^* = k\mu + (1-k)F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s}). \quad (5)$$

证明 为了求出式(4)中过度自信行为下风险厌恶型零售商的最优订货量 Q_0^* , 下面将根据 v 的不同取值范围, 对式(4)分 3 种情形进行讨论:

情形 1: 当 $v < (s-c)Q < (r-c)Q$ 时, $g(Q, v) = v$, 此时 $\frac{\partial g(Q, v)}{\partial v} = 1$;

情形 2: 当 $(s-c)Q \leq v < (r-c)Q$ 时,

$$g(Q, v) = v - \frac{1}{\eta} \int_0^{\frac{v-(s-c)Q-(r-s)k\mu}{(r-s)(1-k)}} [v - (s-c)Q - (r-s)k\mu - (r-s)(1-k)x] dF(x).$$

将上述 $g(Q, v)$ 对 v 求一阶导数得到: $\frac{\partial g(Q, v)}{\partial v} =$

$$1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{v - (s-c)Q - (r-s)k\mu}{(r-s)(1-k)}\right);$$

$$\text{于是 } \frac{\partial g(Q, v)}{\partial v} \Big|_{v=(s-c)Q} = 1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{-k\mu}{1-k}\right) = 1,$$

$$\frac{\partial g(Q, v)}{\partial v} \Big|_{v=(r-c)Q} = 1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right).$$

情形 3: 当 $(r-c)Q \leq v$ 时,

$$g(Q, v) = v - \frac{1}{\eta} \int_0^{\frac{Q-k\mu}{1-k}} [v - (s-c)Q - (r-s)k\mu - (r-s)(1-k)x] dF(x) - \frac{1}{\eta} \int_{\frac{Q-k\mu}{1-k}}^{+\infty} [v - (r-c)Q] dF(x), \text{ 对 } v \text{ 求一阶导数得到: } \frac{\partial g(Q, v)}{\partial v} = 1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right) - \frac{1}{\eta} (1 - F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right)) = 1 - \frac{1}{\eta} < 0.$$

结合上述 3 种情形, 根据函数 $g(Q, v)$ 关于 v 的单调性, 可知对任意给定的 $Q > 0$, 假设可知 $v^*(Q)$ 为 $\max_{v \in \mathbf{R}} g(Q, v)$ 的最优解, 则必有 $v^*(Q) \in [(s-c)Q, (r-c)Q]$ 成立. 因此, 对任意的 $Q > 0$, $\max_{v \in \mathbf{R}} g(Q, v)$ 存在如下两种情况:

1) 当 $Q > k\mu + (1-k)F^{-1}(\eta)$ 时, $1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right) < 0$, $v^*(Q)$ 应满足条件: $1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{v-(s-c)Q-(r-s)k\mu}{(r-s)(1-k)}\right) = 0$, 即 $v^*(Q) = (r-s)[k\mu + (1-k)F^{-1}(\eta)] + (s-c)Q$ 成立, 则 $g(Q, v^*(Q)) = (r-s)k\mu + (s-c)Q + \frac{(s-c)}{\eta} \times (1-k) \frac{1}{\eta} \int_0^{F^{-1}(\eta)} x dF(x)$, 并且 $\frac{dg(Q, v^*(Q))}{dQ} = s-c < 0$, 说明 $g(Q, v^*(Q))$ 是 Q 的单调减函数, 此时不存在极值点.

2) 当 $Q < k\mu + (1-k)F^{-1}(\eta)$ 时, $1 - \frac{1}{\eta} F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right) > 0$, 则 $v^*(Q) = (r-c)Q$, 于是 $g(Q, v^*(Q)) = (r-c)Q - \frac{r-s}{\eta} (Q - k\mu) F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right) + \frac{r-s}{\eta} (1-k) \int_0^{\frac{Q-k\mu}{1-k}} x dF(x)$, 并且 $\frac{dg(Q, v^*(Q))}{dQ} = r-c - \frac{r-s}{\eta} F\left(\frac{Q-k\mu}{1-k}\right)$, 令 $\frac{dg(Q, v^*(Q))}{dQ} = 0$, 可得 $Q_0^* = k\mu + (1-k) \times F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s})$, 并且 $\frac{d^2 g(Q, v^*(Q))}{dQ^2} < 0$ 成立, 即在 CVaR 风险准则下, 零售商存在唯一的最优订

货量 Q_0^* , 使得其条件风险值取最大值.

当 $k=0$ 时, 根据定理 1 可得到 CVaR 准则下零售商完全理性时的最优订货量为 $Q_R^* = F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s})$, 与文献[1,12] 的结论一致. 当 $\eta = 1$ 时, 可得到风险中性时, 过度自信零售商的最优订货量为 $k\mu + (1-k)F^{-1}(\frac{r-c}{r-s})$, 与文献[2,13] 的结论一致.

在同一风险厌恶因子 η 下, 过度自信零售商的最优订货量 Q_0^* 与其完全理性时最优订货量 Q_R^* 呈线性关系, 并且满足 $Q_0^* = k\mu + (1-k)Q_R^*$.

将式(5)对过度自信 k 求导可得到 $\frac{\partial Q_0^*}{\partial k} = \mu - F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s}) = \mu - Q_R^*$, 于是有下述推论.

推论: 当 $\mu \geq Q_R^*$ 时, 过度自信行为下零售商的最优订货量 Q_0^* 与其过度自信程度 k 单调递增, 并且 $Q_0^* \geq Q_R^*$ 成立; 当 $\mu < Q_R^*$ 时, 其最优订货量 Q_0^* 与其过度自信程度 k 单调递减, 此时 $Q_0^* < Q_R^*$.

推论的结果意味着, 当完全理性零售商的最优订货量低于随机市场需求的均值时, 即 $\mu \geq Q_R^*$ 时, 零售商过度自信时的订货量大于完全理性时的订货量; 反之, 当完全理性零售商的最优订货量高于随机市场需求的均值时, 即 $Q_R^* < \mu$ 时, 零售商过度自信时的订货量小于完全理性时的订货量. 也就是说, 过度自信行为下零售商的订货量与完全理性时的订货量存在着一定程度的偏差, 并且满足 $Q_0^* - Q_R^* = k(\mu - Q_R^*)$, 即过度自信行为下零售商的订货偏差量与其过度自信程度呈线性正相关.

当过度自信程度 k 一定时, 根据式(5)可知

$$\frac{\partial Q_0^*}{\partial \eta} = \frac{(1-k)\frac{r-c}{r-s}}{f(F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s}))} \geq 0 \text{ 成立. 这说明在过度}$$

自信程度一定时, CVaR 风险准则下零售商的最优订货量要小于零售商风险中性时的最优订货量. 并且零售商越是厌恶风险, 相应的最优订货量就越小, 与文献[1,12] 的结论一致.

通过分析最优订货量 Q_0^* 与过度自信程度 k 和风险厌恶因子 η 的关系可知, 零售商越是风险规避, 其最优订货量就越小, 但是零售商的最优订货量 Q_0^* 与过度自信程度 k 的单调关系与风险厌恶程度 η 有关.

3 过度自信对零售商条件风险值的影响

下面探讨 CVaR 准则下, 零售商的过度自信行为如何影响其信念条件风险值以及实际条件风险值.

信念条件风险值 $CVaR_\eta(\pi_0(Q_0^*, X_0))$ 是指过度自信时零售商认为他可获取的最优条件风险值, 即零售商过度自信时基于他对市场需求的认知 X_0 而希望获取的最大条件风险值, 不同于零售商过度自信时同一风险厌恶因子下 η 的实际条件风险值. 而过度自信零售商的实际条件风险值 $CVaR_\eta(\pi_R(Q_0^*, X))$ 是在同一风险厌恶因子 η 下零售商根据实际出现的市场需求 X 以及相应的实际订货量 Q_0^* 所确定的条件风险值.

将式(5)的最优 Q_0^* 代入到式(4)零售商的目标函数中, 可得到过度自信零售商的最优信念条件风险值:

$$CVaR_\eta(\pi_0(Q_0^*, X_0)) = (r-c)k\mu + \frac{r-s}{\eta}(1-k) \int_0^{F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s})} xf(x)dx. \tag{6}$$

式(6)也可以表示为

$$CVaR_\eta(\pi_0(Q_0^*, X_0)) = \frac{r-s}{\eta} \int_0^{F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s})} [k\mu + (1-k)x]f(x)dx. \tag{7}$$

根据式(7)可得

$$\frac{\partial CVaR_\eta(\pi_0(Q_0^*, X_0))}{\partial \eta} = (1-k) \frac{r-s}{\eta^2} \left[\eta \frac{r-c}{r-s} F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s}) - \int_0^{F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s})} xf(x)dx \right] \geq 0.$$

这意味着在过度自信程度一定的前提下, CVaR 风险准则下零售商的条件风险值要小于零售商风险中性时的期望收益, 并且零售商越是厌恶风险, 相应的条件风险值就越小, 与传统的完全理性时的情形一致.

当 $k=0$ 时, 根据式(6)或式(7)可得, CVaR 准则下完全理性零售商在同一风险厌恶因子 η 下的最优条件风险值为

$$CVaR_\eta(\pi_R(Q_R^*, X)) = (r-c)Q_R^* - \frac{r-s}{\eta} \int_0^{Q_R^*} F(x)dx = \frac{r-s}{\eta} \int_0^{F^{-1}(\eta \frac{r-c}{r-s})} xf(x)dx. \tag{8}$$

式(8)与文献[1,12] 的结论一致, 由式(5)与

式(6)可知,对于给定的风险厌恶因子 η ,过度自信零售商的最优条件风险值与完全理性时的条件风险值间的关系为

$$\begin{aligned} \text{CVaR}_\eta(\pi_o(Q_o^*, X_0)) &= (r - c)k\mu + \\ &(1 - k)\text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X)). \end{aligned} \quad (9)$$

定理 2 在同一风险厌恶因子 η 下,过度自信零售商的信念条件风险值总要高于完全理性零售商相应的条件风险值,即总有 $\text{CVaR}_\eta(\pi_o(Q_o^*, X_0)) \geq \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X))$ 成立,并且两者的差异随着零售商过度自信程度的增大而增大.

证明 由 $\text{CVaR}_\eta(\pi_o(Q_o^*, X_0))$ 关于 η 单调递增可知, $\text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X))$ 也关于 η 单调递增 ($k = 0$ 时),于是 $\text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X)) \leq E[\pi_r(Q_r^*, X)]$ 成立,其中 $E[\pi_r(Q_r^*, X)]$ 为完全理性的报童在风险中性时的收益 ($\eta = 1$ 时),结合式(9)可知:

$$\begin{aligned} \frac{d\text{CVaR}_\eta(\pi_o(Q_o^*, X_0))}{dk} &= \\ (r - c)\mu - \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X)) &\geq \\ (r - c)\mu - \pi_r(Q_r^*, X) = C(Q_r^*) &\geq 0. \end{aligned}$$

$C(Q_r^*)$ 为完全理性的报童在风险中性时的期望成本,所以 $\text{CVaR}_\eta(\pi_o(Q_o^*, X_0))$ 关于 k 递增,而当 $k = 0$ 时, $\text{CVaR}_\eta(\pi_o(Q_o^*, X_0))$ 退化为 $\text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X))$,定理 2 得证.

定理 2 的结论说明,过度自信行为下的零售商根据其风险厌恶程度和信念市场需求确定其订货策略,行为零售商主观上认为其条件风险值要高于完全理性零售商的条件风险值.在风险厌恶因子一定的情形下,零售商过度自信程度越高,其主观上的条件风险值也就越大.定理 2 的结论还说明过度自信倾向的零售商因为对市场需求不确定性的判断与真实的情形存在着偏差,导致其根据自己的信念市场需求来决策订货量,因为从行为零售商的视角而言,这样的订货量决策可最大化其条件风险值.

根据式(6)可知,过度自信零售商在风险厌恶因子 η 下能够获取的实际条件风险值为

$$\begin{aligned} \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_o^*, X)) &= \\ (r - c)Q_o^* - \frac{r - s}{\eta} \int_0^{Q_o^*} F(x) dx. \end{aligned} \quad (10)$$

过度自信下零售商的订货决策将致使其实际条件风险值降低,因为过度自信行为使得零售商的实际订货决策偏离其完全理性时的最优情形.定理 3 给出在风险厌恶程度一定下,过度自信行

为下零售商的实际条件风险值与零售商完全理性时条件风险值间的关系,即随机市场需求实现后,过度自信对零售商真实条件风险值的影响.

定理 3 在同一风险厌恶因子 η 下,过度自信的零售商总会有条件风险值的损失,即总有 $\text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_o^*, X)) \leq \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X))$ 成立,并且条件风险值的损失 $\text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X)) - \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_o^*, X))$ 会随着零售商过度自信程度 k 的增大而逐步增加.

证明 根据式(8)及式(10)可得

$$\begin{aligned} \Delta &= \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_r^*, X)) - \text{CVaR}_\eta(\pi_r(Q_o^*, X)) = \\ (r - c)(Q_r^* - Q_o^*) - \frac{r - s}{\eta} &(\int_0^{Q_r^*} F(x) dx - \int_0^{Q_o^*} F(x) dx), \\ \text{于是,} \\ \frac{d\Delta}{dk} &= (r - c)(Q_r^* - \mu) + \frac{r - s}{\eta}(\mu - Q_r^*)F(Q_o^*) = \\ (\mu - Q_r^*)\frac{r - s}{\eta} [F(Q_o^*) - \eta \frac{r - c}{r - s}] &= \\ (\mu - Q_r^*)\frac{r - s}{\eta} [F(Q_o^*) - F(Q_r^*)]. \end{aligned}$$

由第 2 节的推论可知,当 $\mu > F^{-1}(\eta \frac{r - c}{r - s}) = Q_r^*$ 时, $Q_o^* > Q_r^*$; 而当 $\mu \leq Q_r^*$ 时, $Q_o^* \leq Q_r^*$. 因为概率分布函数 $F(x)$ 为单调递增函数,所以 $\frac{d\Delta}{dk} \geq 0$ 恒成立,即条件风险值的损失是过度自信程度的单调增函数.

定理 3 说明,在风险厌恶程度一定时,过度自信程度越大,零售商条件风险值的损失量就越大,即无论过度自信零售商的订货量是高于还是低于零售商完全理性时的情形,过度自信行为都会导致其条件风险值的损失,且条件风险值的损失随着其过度自信程度的增加而加大.定理 3 还表明过度自信行为实际上对零售商是有危害的,会致使零售商的最优订货策略偏离实际需要的情形,进而导致行为零售商在同一风险厌恶程度下的实际条件风险值小于完全理性时的条件风险值,而且过度自信程度越大,二者差异也就越大,即风险厌恶程度一定时,过度自信程度越大时其对零售商的危害就越大.

4 数值分析

针对本文模型进行算例分析,各参数分别设定为: $c = 2, r = 3, s = 1.5$, 假设 X 服从区间 $[0, 2]$ 上的均匀分布,则 $\mu = 1$. 代入第 3 节模型的解(定理 1)可得: $Q_o^* = k + 4\eta(1 - k)/3$, 于是,当风险厌

恶因子满足 $0 < \eta \leq 0.75$ 时, Q_o^* 关于 k 单调递增, 而当 $0.75 < \eta \leq 1$ 时, Q_o^* 关于 k 单调递减, 验证了本文的推论. η 分别取值为 0.5, 0.6, 0.75 和 0.9 时, 相应的最优订货量与过度自信程度的关系如图 1 所示.

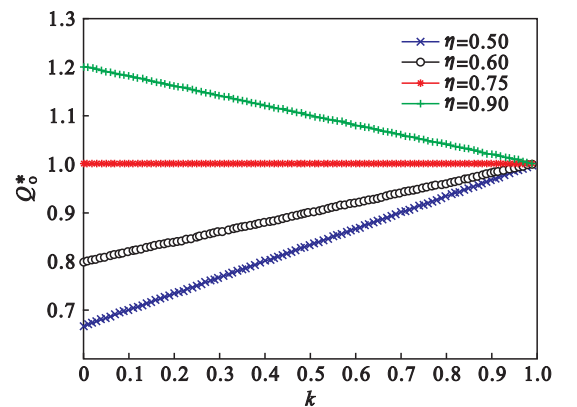


图 1 零售商的过度自信程度对其最优订货量的影响
Fig. 1 Impact of retailer's degree of overconfidence on optimal order quantity

Q_o^* 关于 k 和 η 的关系如图 2 和图 3 所示. 由图 2 可知, 当 $0 < \eta \leq 0.75$ 时, 订货量关于过度自信单调递增. 由图 3 可知, 当 $0.75 < \eta \leq 1$ 时, 订货量关于过度自信单调递减.

由图 1~3 可知, 零售商的最优订货量与其过度自信程度的单调关系依赖于其风险规避程度, 但在过度自信程度一定时, 零售商的风险规避程度越高, 其最优订货量就越低.

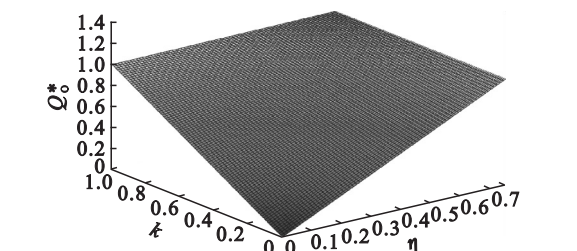


图 2 零售商的过度自信程度和风险厌恶程度对其最优订货量的影响 ($0 < \eta \leq 0.75$)
Fig. 2 Impact of retailer's degree of both overconfidence and risk-aversion level on optimal order quantity ($0 < \eta \leq 0.75$)

进一步可得到零售商信念条件风险值为 $CVaR_{\eta}(\pi_o(Q_o^*, X_0)) = k + 2\eta(1 - k)/3$, 完全理性零售商的信念条件风险值为 $CVaR_{\eta}(\pi_r(Q_o^*, X)) = 2\eta/3$, 而过度自信零售商的信念条件风险值为 $CVaR_{\eta}(\pi_o(Q_o^*, X_0)) = Q_o^* - 3Q_o^{*2}/8\eta$. 当 $\eta = 0.9$ 时, 相应的条件风险值与过度自信程度的关系如图 4 所示.

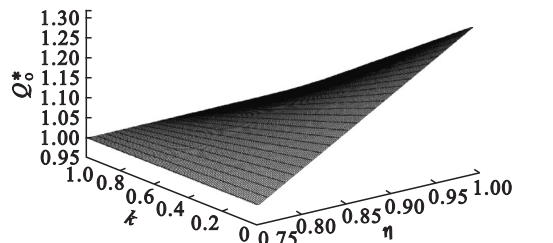


图 3 零售商的过度自信程度和风险厌恶程度对其最优订货量的影响 ($0.75 < \eta \leq 1$)
Fig. 3 Impact of retailer's degree of both overconfidence and risk-aversion level on optimal order quantity ($0.75 < \eta \leq 1$)

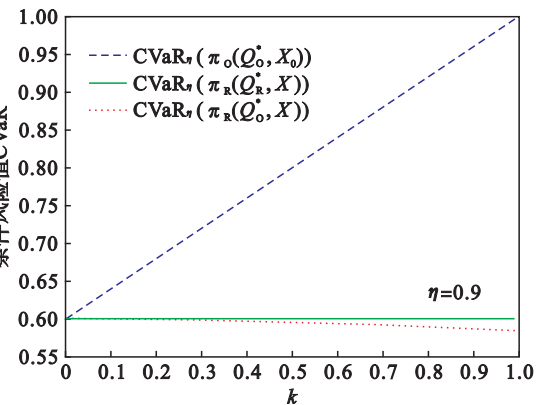


图 4 零售商的过度自信程度对其最优条件风险值的影响
Fig. 4 Impact of retailer's degree of overconfidence on CVaR

由图 4 可知 $CVaR_{\eta}(\pi_r(Q_o^*, X)) \leq CVaR_{\eta}(\pi_r(Q_o^*, X)) \leq CVaR_{\eta}(\pi_o(Q_o^*, X_0))$ 成立, 并且 $CVaR_{\eta}(\pi_o(Q_o^*, X_0))$ 关于 k 单调递增, 而 $CVaR_{\eta}(\pi_r(Q_o^*, X))$ 关于 k 单调递减, 与定理 2 和定理 3 的结论一致.

5 结 语

1) 本文在报童模型的背景下, 探讨了过度自信的零售商在 CVaR 风险准则下的最优订货决策问题. 模型分析结果表明, 在过度自信程度一定的情形下, 零售商的风险厌恶程度越高, 其最优订货量就越低; 但是针对不同的风险厌恶因子, 零售商订货量与其过度自信程度的单调关系可能相反; 在风险厌恶因子一定的情形下, 零售商过度自信下的信念条件风险值要高于零售商完全理性时相应的条件风险值, 零售商过度自信下的实际条件风险值却要低于零售商完全理性时的情形, 且信念条件风险值和实际条件风险值与完全理性时的条件风险值的偏差都会随着过度自信程度的增加而加大. 最后通过算例分析进一步验证了模型结果.

2) 本文只探讨了单周期的报童问题,在 CVaR 风险准则下针对过度自信零售商的多阶段激励机制设计问题以及渠道协调等问题是未来的研究重点. 此外,为简化计算,本文没有考虑报童模型中的缺货惩罚问题,缺货惩罚下的过度自信行为和风险厌恶程度又将如何影响零售商的订货决策和收益? 因此,未来还可以进一步在有缺货惩罚时探讨 CVaR 准则和过度自信下的行为供应链问题.

参考文献:

[1] 许明辉,于刚,张汉勤. 带有缺货惩罚的报童模型中的 CVaR 研究[J]. 系统工程理论与实践,2006,10(1):1-8. (Xu Ming-hui, Yu Gang, Zhang Han-qin. CVaR in a newsvendor model with lost sale penalty cost [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*,2006,10(1):1-8.)

[2] 周永务,刘哲睿,郭金森,等. 基于报童模型的过度自信零售商的订货决策与协调研究[J]. 运筹与管理,2012,21(3):62-66. (Zhou Yong-wu, Liu Zhe-rui, Guo Jin-sen, et al. Research on ordering decision and coordination of overconfident retailer based on newsvendor model [J]. *Operations Research and Management Science*,2012,21(3):62-66.)

[3] Zhang R, Liu B. Group buying decisions of competing retailers with emergency procurement [J]. *Annals of Operations Research*,2017,257(1):317-333.

[4] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution; experimental evidence [J]. *Management Science*, 2000, 46(3):404-420.

[5] Eeckhoudt L, Gollier C, Schlesinger H. The risk-averse (and prudent) newsboy [J]. *Management Science*, 1995, 41(5):786-794.

[6] Agrawal V. Impact of uncertainty and risk aversion on pricing and order quantity in the newsvendor problem [J].

Manufacturing & Service Operations Management, 2000, 2(4):410-423.

[7] Wu J, Li J, Wang S, et al. Mean-variance analysis of the newsvendor model with stockout cost [J]. *Omega*, 2009, 37(3):724-730.

[8] Choi T M, Li D, Yan H. Mean-variance analysis for the newsvendor problem [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans*, 2008, 38(5):1169-1180.

[9] Gan X, Sethi S P, Yan H. Channel coordination with a risk-neutral supplier and a downside-risk-averse retailer [J]. *Production & Operations Management*, 2010, 14(1):80-89.

[10] 黄松,杨超,杨珺. 考虑成员风险态度和 VaR 约束时的供应链协调模型[J]. 管理工程学报,2011,25(2):136-141. (Huang Song, Yang Chao, Yang Jun. Supply chain coordination model considering risk attitudes of agents with VaR constraints [J]. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*,2011,25(2):136-141.)

[11] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions[J]. *Journal of Banking & Finance*, 2002,26(7):1443-1471.

[12] Chen Y, Xu M, Zhang Z G. Technical note—a risk-averse newsvendor model under the CVaR criterion[J]. *Operations Research*,2009,57(4):1040-1044.

[13] Ren Y, Croson R. Overconfidence in newsvendor orders; an experimental study[J]. *Management Science*, 2013, 59(11):2502-2517.

[14] Russo J E, Schoemaker P J H. Managing overconfidence[J]. *Sloan Management Review*, 1992, 33(2):7-17.

[15] Xu X, Wang H, Dang C, et al. The loss-averse newsvendor model with backordering [J]. *International Journal of Production Economics*,2017,188:1-10.

[16] Xu X, Meng Z, Shen R, et al. Optimal decisions for the loss-averse newsvendor problem under CVaR [J]. *International Journal of Production Economics*, 2015, 164:146-159.

[17] Ren Y, Croson D C, Croson R T A. The overconfident newsvendor [J]. *Journal of the Operational Research Society*,2017,68:1-11.



(上接第 469 页)

[2] Chua C, Ong H. Comparison of scoring functions on greedy search Bayesian network learning algorithms [J]. *Pertanika Journal of Science & Technology*, 2017, 25(3):719-734.

[3] Gheisari S, Meybodi M R. BNC-PSO: structure learning of Bayesian networks by particle swarm optimization [J]. *Information Sciences*, 2016, 348:272-289.

[4] Yuan C, Malone B. Learning optimal Bayesian networks: a shortest path perspective[J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2013, 48(1):23-65.

[5] Beek P V, Hoffmann H F. Machine learning of Bayesian networks using constraint programming[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2015, 9255:429-445.

[6] Kojima K, Perrier E, Imoto S, et al. Optimal search on clustered structural constraint for learning Bayesian network structure[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2010, 11(1):285-310.

[7] Perrier E, Imoto S, Miyano S. Finding optimal Bayesian network given a super structure [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2012, 9(4):2251-2286.

[8] 周志华. 机器学习[M]. 北京:清华大学出版社, 2016. (Zhou Zhi-hua. Machine learning [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.)

[9] Spirtes P, Glymour C, Scheines R. Causation, prediction, and search[J]. *Computer Journal*, 2001, 36(3):3568-3580.

[10] Gao T, Ji Q. Efficient Markov blanket discovery and its application[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 47(5):1169-1179.

[11] Schlüter F. A survey on independence-based Markov networks learning[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2014, 42(4):1069-1093.