

基于中值滤波和分数阶滤波的图像去噪与增强算法

张雪峰, 闫慧

(东北大学理学院, 辽宁沈阳 110819)

摘 要: 为了避免经典中值滤波器对图像的模糊化, 设计了一个噪声检测模型. 通过对噪声的检测, 设计了一种开关滤波器. 当检测点为噪声时, 使用中值滤波器进行去噪; 当检测点为非噪声点时, 利用分数阶微分滤波器对图像进行增强. 所提算法不仅能有效地去除图像中的椒盐噪声, 还能对图像进行增强, 使图像在边缘突出的情况下完好地保留细节. 选择“Lena”等经典图像进行多次实验与分析, 结果表明了所提算法在图像去噪和增强方面的有效性.

关 键 词: 图像去噪; 中值滤波; 分数阶微分; 椒盐噪声; 噪声检测

中图分类号: TP 751.1

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2020)04-0482-06

Image Denoising and Enhancement Algorithm Based on Median Filtering and Fractional Order Filtering

ZHANG Xue-feng, YAN Hui

(School of Sciences, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHANG Xue-feng, E-mail: zhangxuefeng@mail.neu.edu.cn)

Abstract: In order to avoid the blurring of image by classical median filter, a noise detection model was established. A switching filter was designed by detecting noise. When the detection point is noisy, the median filter was used for denoising. When the detection point is non-noisy point, the fractional differential filter was used to enhance the image. The proposed algorithm can not only effectively remove the salt and pepper noise in the image, but also enhance the image, so that the image retains the details intact when the edge is protruding. Selecting “Lena” and other classic images for multiple experiments and analysis, the results showed the effectiveness of the proposed algorithm in image denoising and enhancement.

Key words: image denoising; median filtering; fractional differential; salt and pepper noise; noise detection

数字图像的噪声主要来源于图像获取、传输或处理过程. 噪声不仅使图像质量变差, 影响图像信息获取, 而且在进行图像分割等后续工作中, 噪声的存在将使结果不精确, 从而产生误差. 因此图像去噪是图像处理中的一个重要研究课题^[1].

图像的噪声主要包括高斯噪声、均匀分布噪声和脉冲噪声. 其中双极脉冲噪声值类似于随机分布在图像上的胡椒和盐粉微粒, 因此也被称为椒盐噪声. 椒盐噪声是一种随机出现的黑点(胡椒点)和白点(盐点). 对于一幅经典的8位灰度图像, 意味着黑点处的灰度值为0, 白点处的灰度

值为255.

在图像复原过程中, 去除椒盐噪声具有重要的研究意义. 经典有效去除椒盐噪声的方法为标准中值滤波法^[2]. 标准中值滤波是一种保边缘的非线性图像平滑方法, 在图像复原中被广泛应用. 中值滤波器的响应基于窗口内像素灰度值的中值, 使用中值滤波器的像素点被对应窗口的中间值代替, 从而简单高效地去除椒盐噪声. 改进标准的中值滤波方法, 得到加权中值滤波^[3]、中心权中值滤波^[4]等. 标准中值滤波、加权中值滤波和中心权中值滤波虽然利用不同的加权机制有效地

去除了噪声,但在使用滤波器的过程中,图像变得模糊且丢失了图像的细节.近年来,分数阶微积分算子被逐渐引入图像处理中^[5-8].Chen 等^[9]将整数阶 Savitzky - Golay 滤波器推广到了分数阶 Savitzky - Golay 滤波器,并利用二维 Savitzky - Golay 分数阶滤波器设计了图像增强算法,取得了很好的图像增强效果.文献[10]设计了分数阶微积分滤波器,在图像增强、图像去噪、边缘检测中得到了良好的应用.Li 等^[11]把大津算法与分数阶微分滤波器相结合,设计了图像去噪与增强算法,使图像在去噪的基础上得到增强.由于分数阶微分算子的弱导数性,在分数阶滤波器的作用下,在增强图像的同时,图像的纹理细节不会丢失.

本文将中值滤波器和分数阶滤波器相结合,建立一个新的去除椒盐噪声的滤波器.首先建立一个椒盐噪声的检测模型,若检测到某一个像素点为噪声,则对此点使用中值滤波器;若检测到某一个像素点为正常像素,则采用分数阶滤波器进行增强.本文提出的方法在去除椒盐噪声的同时增强图像,保留纹理信息,较好地克服了经典中值滤波器使图像模糊化的缺点.

1 准备知识

1.1 二维中值滤波器

利用中值滤波器处理图像^[12]是指对图像中的任意一点 (x,y) 将以该点为中心设计中值滤波器窗口 ω_{xy} ,然后对窗口内像素点按从小到大的顺序进行排列,取排列中值作为 (x,y) 点的滤波结果.即

$$\hat{f}(x,y) = \text{Med}_{(s,t) \in \omega_{xy}} g(s,t).$$

式中: $\hat{f}(x,y)$ 为滤波器处理后的图像; ω_{xy} 为以 (x,y) 点为中心的方形邻域; $g(s,t)$ 为输入图像.

中值滤波器对椒盐噪声有很好的去噪效果,但在滤波器平滑过程中,会引起图像模糊.为了达到更好的去噪效果,重复利用中值滤波器使图像模糊化更加严重.利用中值滤波器处理椒盐噪声的实验结果如图 1 所示.

1.2 分数阶微分滤波器

分数阶微积分几乎与整数阶微积分同时诞生,且近年来,分数阶微积分被广泛应用于生物、工程技术、物理和化学等不同的领域中.分数阶最常用的定义有三种:Capotu 定义、Riemann - Liouville 定义与 Grmwald - Letnikov 定义^[13-14].由于在数值实现中,Grmwald - Letnikov (G - L) 定义能转化为卷积形式,因此非常适合在图像处



图 1 中值滤波结果

Fig. 1 Result of median filtering

(a)—含有椒盐噪声的原图;(b)—中值滤波处理结果.

理中使用.函数 $g(t)$ 的 G - L 定义如下:

$${}_a^G D_t^\nu g(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\Gamma(\nu)h^\nu} \sum_{j=0}^{\lfloor (t-a)/h \rfloor} \frac{\Gamma(\nu+j)}{\Gamma(j+1)} g(t-jh). \quad (1)$$

式中: $\nu \in \mathbf{R}^+$ 为阶次; $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数; $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整.

分数阶微分在加强图像高频信号的同时,能非线性地保留低频信息.因此在图像处理中,利用分数阶微分不仅可以增强边缘和纹理细节,还能保留图像平滑部分的轮廓信息.由于分数阶微分滤波器的特殊性,分数阶阶次可以人为确定,并根据需求构建不同类型不同作用的滤波器.

对于二维图像 $g(x,y)$,将其持续期 $[a,t]$ 按单位间隔 $h=1$ 等分,即 $n = \lfloor (t-a)/h \rfloor = (t-a)$,则 $g(x,y)$ 在 x -和 y -方向上的偏分数阶微分为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^\nu g(x,y)}{\partial x^\nu} &\approx g(x,y) + (-\nu)g(x-1,y) + \\ &\frac{(-\nu)(-\nu+1)}{2}g(x-2,y), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^\nu g(x,y)}{\partial y^\nu} &\approx g(x,y) + (-\nu)g(x,y-1) + \\ &\frac{(-\nu)(-\nu+1)}{2}g(x,y-2). \end{aligned} \quad (3)$$

将式(2),(3)推广到其他 6 个方向,得到 1 个基于 8 个方向的分数阶滤波器,如图 2 所示.

q_2^ν	0	q_2^ν	0	q_2^ν
0	q_1^ν	q_1^ν	q_1^ν	0
q_2^ν	q_1^ν	$8 \times q_0^\nu$	q_1^ν	q_2^ν
0	q_1^ν	q_1^ν	q_1^ν	0
q_2^ν	0	q_2^ν	0	q_2^ν

图 2 分数阶微分滤波器

Fig. 2 Fractional differential filter

$$\left. \begin{aligned} q_0^\nu &= 1, \\ q_1^\nu &= -\nu, \\ q_2^\nu &= \frac{-\nu(-\nu+1)}{2}. \end{aligned} \right\} \quad \text{在图 2 中,} \quad (4)$$

2 图像去噪与增强算法

2.1 椒盐噪声检测

在图像去噪的过程中,噪声检测有非常关键的作用.本文主要针对椒盐噪声的检测与去噪进行研究.椒盐噪声即双极脉冲噪声,由于通常干扰脉冲的强度比图像信号的强度大得多,因此,在被双极脉冲污染的图像中,噪声总是数字化为 0 或 255.这个特性使椒盐噪声更好地被检测出来.

由于噪声的随机性,一般粗糙地认为图像上孤立的黑点或者白点为噪声.但是,随着图像噪声密度的增大,多个噪声点有可能出现在同一滤波器的窗口内,给噪声检测带来难度.

噪声检测的步骤:

- 1)以任意一个像素点 (x,y) 为中心,创建一个 3×3 的检测窗口;
- 2)检测窗口内中心像素的灰度值:如果其灰度值为 0 或 255,则此像素点被标记为疑似噪声点;如果其灰度值为其他值,则此点被标记为正常图像点.

3)对疑似像素点继续进行分析:在疑似像素点的窗口内(3×3),计算灰度值为 0 或 255 的像素点个数 N .依据已知椒盐噪声的密度,设置一个阈值 T ,阈值的选择随着噪声密度的增加而增加.

在使用中值滤波器的过程中,不同噪声(黑点或白点)的分布如图 3 中的几种情况所示:浅色为噪声点,深色为正常像素点.

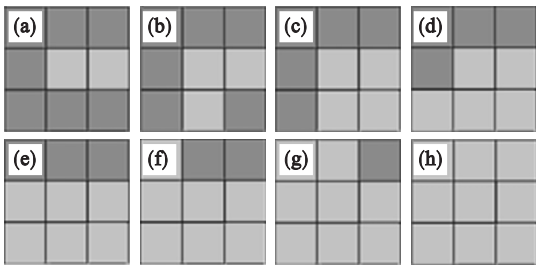


图 3 不同情况下噪声(黑点或白点)的分布
Fig. 3 Distribution of noise in different conditions

- (a)—2 个噪声点;(b)—3 个噪声点;(c)—4 个噪声点;
- (d)—5 个噪声点;(e)—6 个噪声点;(f)—7 个噪声点;
- (g)—8 个噪声点;(h)—9 个噪声点.

当噪声点的数量大于等于 5 时,利用中值滤波器不能去除噪声.因此,规定 T 的最大值不超过 5(包含疑似像素点的值).如果 $N\leq T$,则规定该像素点为疑似噪声;若 $N>T$,则认为该点为非噪声点.下面为 T 的选取方法.

噪声的概率密度指噪声点落在某一区域内的

概率,根据椒盐噪声的概率密度选取 T .对于图像的一个 3×3 区域,噪声的概率密度指噪声点落在这一区域内的概率约为 $9P(z)$,其中 $P(z)$ 为噪声的概率密度.通过计算和多次实验得到:

$$T=\begin{cases}2, & P(z)\leq 20\%; \\3, & 20\%<P(z)\leq 30\%; \\4, & 30\%<P(z)\leq 40\%; \\5, & 40\%<P(z).\end{cases}\quad (5)$$

4)继续对疑似噪声点进行确定:计算疑似噪声点窗口内各个像素的 8 个方向的平均梯度,计算公式为

$$M(x,y)=\frac{1}{8}(\sum_{j=-1}^1|g(x,y)-g(x+1,y+j)|+\\ \sum_{j=-1}^1|g(x,y)-g(x-1,y+j)|+\\ |g(x,y)-g(x,y+1)|+|g(x,y)-g(x,y-1)|).\quad (6)$$

比较窗口内各点的平均梯度值,若疑似噪声点的平均梯度值远大于窗口内其他点的值,就确定此疑似噪声点为噪声点.

2.2 图像去噪与增强算法

中值滤波能将椒盐噪声有效去除,但在中值滤波器对图像进行平滑的过程中,将图像严重模糊化,使图像细节部分丢失.为了解决上述中值滤波问题,本文提出了一种新的图像去除椒盐噪声的方法.

首先,利用 2.1 节提出的噪声检测方法检测噪声,然后利用一种开关机制,对检测出的噪声点进行去噪,对图像正常像素点进行图像增强.这样既消除了噪声,又能有效增强图,使图像信息更好地被体现出来.

对于噪声点,选择经典有效的中值滤波器(3×3)来处理.选择性的使用中值滤波器,可以在去除椒盐噪声点的前提下,不破坏其他正常图像点的信息,使中值滤波器在不模糊图像的基础上进行去噪.

对于非噪声点,使用分数阶微分滤波器进行增强^[15].与整数阶图像增强方法相比,分数阶微分滤波器(3×3)不仅能增强边界,还能很好地保留图像的纹理细节特征.对于非噪声点,将它们分为 3 类:边缘区域、纹理区域和平滑区域.对不同区域的像素点,选择不同阶次的分数阶微分滤波器进行平滑,使图像达到理想的增强效果.

按照式(6)计算非噪声点的 8 个方向的平均梯度值,利用 K-MEANS 算法将平均梯度分类.提前设定聚类种类为 4,即分为 4 种梯度类型:平

滑区、弱纹理区、强纹理区和边缘区。

分数阶微分算子在阶次不同时的幅频特性如图 4 所示。

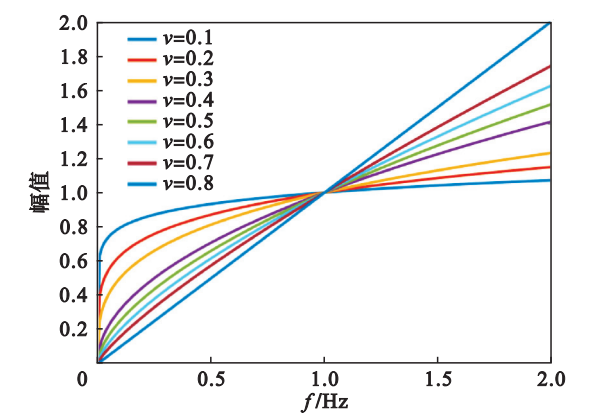


图 4 分数阶微分算子幅频特性图

Fig. 4 Amplitude-frequency characteristic diagram of fractional differential operators

从图 4 可以看出,分数阶阶次为 0.1 ~ 0.5 时,相应的微分算子对信号的幅值进行了一定的提升,且提升幅度稍大于 0.5 ~ 1 阶次微分;在信号的高频部分,分数阶微分算子都对信号有一定的提升,但 0.5 ~ 1 部分的阶次微分提升幅度明显大于 0.1 ~ 0.5 阶次的微分算子的效果. 因此在处理平滑区和纹理区时,选择微分算子的阶数小于 0.5;在图像边缘的高频部分,选择的分数阶微分算子大于 0.5.

对于图像平滑区,其在图像像素分类中频率最低,因此选择对低频像素提升幅度较大的 0.2 阶次. 对于纹理区,其像素属于低频偏大情形,选择适中的 0.4 较为合适. 在高频区,通过 MATLAB 实验,选择 0.7 及 0.7 以上的阶次对边缘进行增强时,图像峰值信噪比开始下降,图像在增强边缘的同时增加了噪声,因此在这里选择 0.6 阶的微分算子对边缘增强. 分数阶微分算子的阶次 $M(x,y)$:

$$M(x,y) = \begin{cases} 0.2, M(x,y) \in \text{平滑区}; \\ 0.4, M(x,y) \in \text{弱纹理区、强纹理区}; \\ 0.6, M(x,y) \in \text{边缘区}. \end{cases} \quad (7)$$

图 5 为被椒盐噪声污染的图像的去噪与增强算法流程示意图。

3 实验与分析

在 MatlabR2016a 平台上实现本文编程算法,并选取“Lena”等 3 种灰度图像进行实验. 通过加不同密度的椒盐噪声得到实验中的噪声图像. 图 6 为未添加噪声的原图。

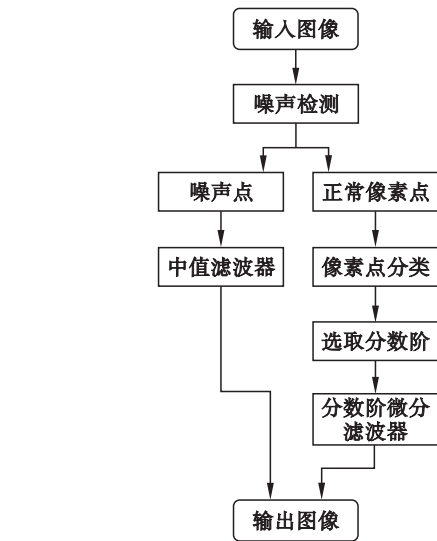


图 5 算法流程示意图

Fig. 5 Algorithm flow diagram



图 6 实验原图

Fig. 6 Original figures of experiments

(a)—Lena 原图; (b)—Couple 原图; (c)—APC 原图。

图 7 为 Lena 图的实验结果. 先在标准 Lena 图中加入了 20% 的椒盐噪声,以此作为实验对象. 从视觉角度进行分析,相比传统的中值滤波法、加权中值滤波法和阶次为 0.8 分数阶微分滤波法,本文提出的去噪与增强算法有效地去除了图像噪声. 而且经过文本算法处理图像后,在保留纹理细节的基础上图像边缘得到增强,相比原图更加清晰. 表明了本文算法在去除椒盐噪声的同时还能增强图像,证明了本文算法的有效性。

图 8 为经典 Couple 图的实验结果,对 Couple 图添加 30% 椒盐噪声. 由实验对比可知,本文算法能较为完整地去除噪声,而中值算法、加权中值算法和阶次为 0.8 分数阶微分滤波算法在处理过的图像中,噪声点并没有被完全去除,严重影响了图像的可读性. 经过本文算法处理过的图像,人物轮廓、桌子、门等边缘也相对突出,窗帘的纹路也很好地被体现出来. 图 8 从人眼视觉的角度出发,再次体现了本文算法在图像去噪和增强方面的优势. 不同算法处理的 APC 结果如图 9 所示. 椒盐噪声去除结果见表 1.



图 7 不同算法处理的 Lena 结果

Fig. 7 Lena results processed by different algorithms

(a)—添加 20% 的椒盐噪声;(b)—阶次 0.8 分数阶微分滤波;(c)—中值滤波;(d)—加权中值滤波;(e)—本文算法.



图 8 不同算法处理的 Couple 结果

Fig. 8 Couple results processed by different algorithms

(a)—添加 30% 的椒盐噪声;(b)—阶次 0.8 分数阶微分滤波;(c)—中值滤波;(d)—加权中值滤波;(e)—本文算法.

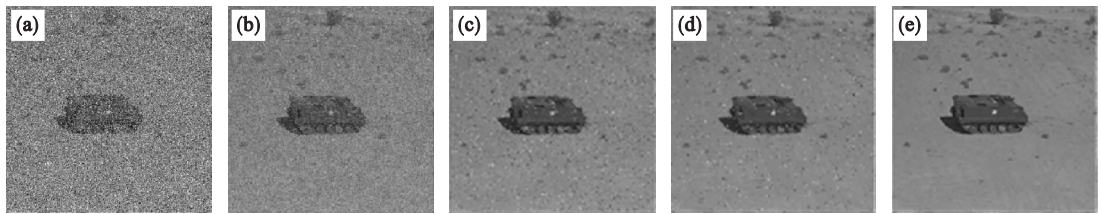


图 9 不同算法处理的 APC 结果

Fig. 9 APC results processed by different algorithms

(a)—添加 40% 的椒盐噪声;(b)—阶次 0.8 分数阶微分滤波;(c)—中值滤波;(d)—加权中值滤波;(e)—本文算法.

表 1 椒盐噪声去除结果

Table 1 Results of salt and pepper denosing

算法	椒盐噪声/%							
	10	20	30	40	50	60	70	80
分数阶微分	0.373 0	0.228 6	0.161 0	0.121 5	0.092 0	0.071 6	0.055 1	0.042 7
中值滤波	0.673 1	0.614 7	0.517 3	0.182 4	0.127 1	0.061 8	0.028 1	0.014 0
加权中值	0.738 4	0.686 7	0.638 0	0.335 1	0.299 0	0.156 6	0.068 3	0.025 6
本文算法	0.716 0	0.692 0	0.649 1	0.543 8	0.476 7	0.349 4	0.195 9	0.076 9

由图 9 可以看出,在噪声密度比较大的情况下,其他算法在去噪方面有效性越来越差,而本文算法很好地去除了噪声并且增强了图像,使图像更有层次感.

评价图像去噪效果的方法有很多,本文采用结构相似性(structural similarity, SSIM)^[16]. SSIM 算法在设计上考虑了人眼的视觉特征,比传统的 MSE,PSNR 方式更符合人眼视觉感知. SSIM 的取值范围为[0,1],值越大,表示图像失真越小,即图像视觉效果越好.其计算公式为

$$SSIM(x,y)=\frac{(2\mu_x\mu_y+c_1)(2\sigma_{xy}+c_2)}{(\mu_x^2+\mu_y^2+c_1)(\sigma_x^2+\sigma_y^2+c_2)}.$$

(8)

式中: μ_x 为 x 的平均值; μ_y 为 y 的平均值; σ_x 为 x 的方差; σ_y 为 y 的方差; σ_{xy} 为 x 和 y 的协方差; $c_1=(k_1L)^2$; $c_2=(k_2L)^2$ 是维持稳定的两个变量; L 为像素的动态范围,且有默认值 $k_1=0.01$, $k_2=0.01$.

表 1 为 SSIM 的实验结果.从表 1 中可以看出,在原图中添加 10% 的噪声,分别利用阶次 0.8 分数阶微分滤波、中值滤波、加权中值滤波和本文算法对图像进行处理,本文算法计算出的 SSIM

并不是最高.这是由于在噪声密度较低的情况下,本文实验所涉及的4种去噪方法都能将噪声去除得较为干净,而本文提出的算法在一定程度上增强图像.因此以无噪声原图作为参考,本文算法计算出的SSIM值会比较偏小.在噪声密度较高时,本文提出的去噪方法的结果也越来越好,验证了本文算法的有效性.

对“Lena”添加20%的椒盐噪声,分别用阶次0.8分数阶微分滤波、中值滤波、加权中值滤波处理图像.以标准Lena图作为参考,4种不同处理方法的SSIM索引映射图如图10所示.从图10中可以看出,对比无噪声的“Lena”,利用本文算法处理后的图像噪声残留最少.因此可以看出本文算法对于去除椒盐噪声有一定的有效性.

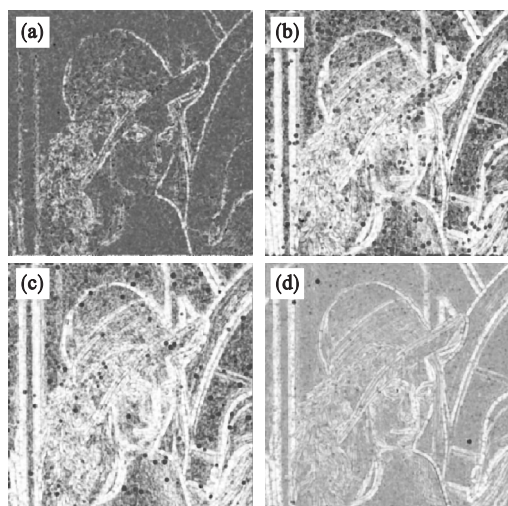


图10 不同算法处理的SSIM结果

Fig. 10 SSIM results processed by different algorithms

(a)—阶次0.8分数阶微分滤波;(b)—中值滤波;
(c)—加权中值滤波;(d)—本文算法.

4 结 论

1) 基于中值滤波器和分数阶微分滤波器,结合椒盐噪声的特性,本文提出一种去除椒盐噪声的算法.

2) 本文算法主要利用噪声检测机制,用相应的中值滤波和分数阶微分滤波处理噪声和非噪声点,在有效去除噪声的基础上对图像进行了增强.克服了经典中值滤波法模糊图像的缺点,且在一定程度上增强了图像的边缘,保留了图像纹理细节.实验表明本文算法具有较高的效率和准确率.

参考文献:

[1] Eng H L, Ma K K. Noise adaptive soft-switching median filter[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10

(2):242-251.

- [2] 石振刚,高立群,葛雯.一种基于模糊逻辑的图像自适应去噪算法[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2007, 28(6): 777-780.
(Shi Zhen-gang, Gao Li-qun, Ge Wen. An adaptive image de-noising algorithm based on fuzzy logic[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2007, 28(6): 777-780.)
- [3] Brownrigg D R K. The weighted median filter [J]. *Communications of the ACM*, 1984, 27(8): 807-818.
- [4] Ko S J, Lee Y H. Center weighted median filters and their applications to image enhancement[J]. *IEEE Transactions on Circuits & Systems*, 1991, 38(9): 984-993.
- [5] Pu Y F, Zhou J L, Yuan X. Fractional differential mask: a fractional differential-based approach for multiscale texture enhancement[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(2): 491-511.
- [6] Saadia A, Rashdi A. Incorporating fractional calculus in echocardiographic image denoising [J]. *Computers & Electrical Engineering*, 2018, 67: 134-144.
- [7] Hu F, Si S, San W H, et al. An adaptive approach for texture enhancement based on a fractional differential operator with non-integer step and order[J]. *Neurocomputing*, 2015, 158: 295-306.
- [8] Yang Z D, Zhang X, Zhang P K, et al. Improved fractional integral median filter in image denoising [J]. *Computer Engineering and Design*, 2017, 39(5): 1382-1386.
- [9] Chen D L, Chen Y Q, Xue D Y. 1D and 2D digital fractional-order Savitzky-Golay differentiator [J]. *Signal, Image and Video Processing*, 2012, 6(3): 503-511.
- [10] Pu Y F, Siarry P, Zhou J L, et al. Fractional partial differential equation denoising models for texture image[J]. *Science China: Information Sciences*, 2014, 57(7): 1-19.
- [11] Li B, Xie W. Image denoising and enhancement based on adaptive fractional calculus of small probability strategy[J]. *Neurocomputing*, 2016, 175: 704-714.
- [12] Zhou W, Zhang D. Progressive switching median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 1999, 46(1): 78-80.
- [13] Podlubny I. Fractional-order systems and controllers [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(1): 208-214.
- [14] Zhang X F, Chen Y Q. Admissibility and robust stabilization of continuous linear singular fractional order systems with the fractional order α : the $0 < \alpha < 1$ case [J]. *ISA Transactions*, 2018, 82: 42-50.
- [15] 张雪峰,刘博豪.带有传感器故障的不确定分数阶系统观测器设计[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2019, 40(5): 619-624.
(Zhang Xue-feng, Liu Bo-hao. Observer design for uncertain fractional-order linear systems with sensor fault[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2019, 40(5): 619-624.)
- [16] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612.