

# Ω形阶梯径向流变压吸附床制氧特性的数值模拟

冯明杰, 徐凤森, 周帅磊

(东北大学 冶金学院, 辽宁 沈阳 110819)

**摘 要:** 为了提高 PSA 制氧设备的性能, 设计了一种 Ω 形阶梯径向流吸附床. 以 Fluent 16.0 为计算平台, 采用数值模拟的方法研究了该吸附床的流场、浓度场、制氧特性和床层穿透时间等参数的变化规律, 并与传统的 Π 形径向流吸附床进行了比较. 结果表明: 在同样条件下, 与 Π 形床相比, Ω 形阶梯径向流吸附床的穿透时间显著延长, 流动不均匀区显著缩小; Ω 形阶梯径向流吸附床成品气 O<sub>2</sub> 的摩尔分数可达 91.8%, Π 形床仅为 87.1%. 在吸附阶段, 两种吸附床内 O<sub>2</sub> 的高摩尔分数区外形存在明显差异, Ω 形阶梯径向流吸附床内 O<sub>2</sub> 的高摩尔分数区以近圆杯状向前推进, Π 形床则以长圆锥状向前推进.

**关 键 词:** 变压吸附; PSA 制氧; 径向流; 吸附床; 氧气浓度

中图分类号: TQ 028.1

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2020)04-0516-05

## Numerical Simulation of Oxygen Generation Characteristics of Ω-Shaped Step Radial Flow Pressure Swing Adsorbent Bed

FENG Ming-jie, XU Feng-sen, ZHOU Shuai-lei

(School of Metallurgy, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: XU Feng-sen, E-mail: xufengsen1995@163.com)

**Abstract:** In order to improve the performance of PSA oxygen production equipment, an Ω-shaped step radial flow adsorption bed was designed. Using Fluent 16.0 software, the change rule of the flow field, concentration field, oxygen production characteristics and bed penetration time of the adsorption bed were studied by numerical simulations, which were further compared with those in the traditional Π radial flow adsorption bed. The results showed that the penetration time of the Ω-shaped step radial flow adsorption bed is significantly longer than that of the Π-shaped one under the same conditions and the flow unevenness area is greatly reduced. Moreover, for the Ω-shaped bed, the O<sub>2</sub> molar fraction of the production gas can reach 91.8%, which is only 87.1% for the Π-shaped one. There is a great difference in the shape of the high molar fraction O<sub>2</sub> zone in the two types of adsorption beds during adsorption stage. The high molar fraction O<sub>2</sub> zone moves forward in a near cup shape in the Ω-shaped bed, while it becomes a long cone shape in the Π-shaped one.

**Key words:** pressure swing adsorption; PSA oxygen production; radial flow; adsorption bed; O<sub>2</sub> concentration

空气富氧技术被广泛应用于冶金和化工等工业领域<sup>[1]</sup>. 变压吸附(PSA)制氧具有操作灵活、负荷调节方便、能耗低和建设周期短等诸多优点, 被广泛应用于工业制取富氧. 数值模拟研究周期短、投入成本低且能应用于极端条件, 因而被用来研究变压吸附问题<sup>[2-7]</sup>. 目前应用较广的是 Z 形或 Π 形的径向流变压吸附床, 这些传统的径向流

吸附床存在着床层易被吸附气体突破、吸附饱和时间短和床层气体浓度分布不均等问题, 极大限制了该项技术的应用和发展<sup>[8-9]</sup>. 为了克服传统径向流吸附床的缺陷, 设计了一种新型吸附床结构, 即 Ω 形阶梯径向流吸附床. 构建了基于这种新型吸附床的流动和制氧数学物理模型, 并以 Fluent 16.0 为计算平台, 采用数值模拟的方法研

究了制氧过程中该吸附床中的流场、浓度场、制氧特性和床层穿透时间等参数的变化规律,并传统的 Π 形吸附床进行了比较,以期为该项技术的设计和 应用提供参考。

1 数学物理模型

1.1 物理模型

所设计的 Ω 形阶梯径向流吸附床是对传统 Π 形径向流吸附床的改进,与传统 Π 形径向流吸附床的主要区别在于:①气体出口管置于吸附床的底部;②2 个环形阻流板将柱状吸附室阻隔分为具有不同直径的 3 段,从上到下依次增大,从而使整个吸附室成为阶梯状;③每段采用不同粒径的吸附剂颗粒进行填充. 其具体结构如图 1 所示,床总长为 1 000 mm,外半径为 300 mm,气体入口 A 的管径为 80 mm,气体出口 B 的管径为 40 mm,轴向导流挡板的半径分别为  $R_1 = 270\text{ mm}$ ,  $R_2 = 260\text{ mm}$ ,  $R_3 = 250\text{ mm}$ . 从上到下吸附室 3 段内填充吸附剂的粒径分别为 2.4、1.6 和 0.8 mm,其中吸附剂选用 Li 沸石分子筛,其表观密度为  $1\,035.1\text{ kg/m}^3$ ,导热系数为  $0.21\text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ ,比热容为  $1\,010.2\text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ .

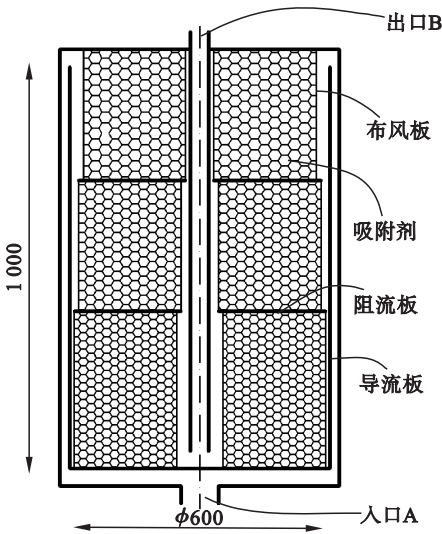


图 1 Ω 形阶梯径向流吸附床的结构示意图 (mm)  
Fig. 1 Schematics of Ω-shaped step radial flow adsorbent bed

1.2 计算区域和网格划分

以 Ω 形阶梯径向流吸附床入口 A 的中心为原点,以吸附床长度方向为 x 轴的正方向建立笛卡尔坐标系,考虑到吸附床的轴对称性,将 3 天问题简化为 2 天问题来处理,并将 x 轴设为对称轴,计算区域如图 2a 所示. 传统 Π 形径向流吸附床的计算区域如图 2b 所示. 实体模型及网格剖分由建模软件 Gambit 2.3 来完成,对气体入口、出口、气体流道和气固相接触区的网格进行了适当加密。

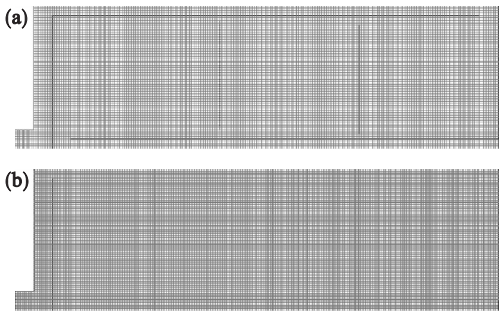


图 2 计算区域和网格划分  
Fig. 2 Computing area and meshing  
(a)—Ω 形; (b)—Π 形.

1.3 数学模型

为了使求解成为可能,对实际问题进行适当简化假定:①体积分数为 21% O<sub>2</sub> 和 79% N<sub>2</sub> 组成理想气体;②忽略吸附剂颗粒内的浓度梯度和温度梯度;③外壁设定为 288 K 的恒温;④入口质量流量恒定,吸附过程中容器内的压力恒定;⑤忽略管道和布风板的壁厚. 建立的数学模型如下:

吸附动力学方程为

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} = k_i (q_i^* - q_i).$$
 (1)

式中:  $q_i$  和  $q_i^*$  分别为组分  $i$  的实际吸附量和平衡吸附量, mol/kg;  $k_i$  为组分  $i$  的传质系数, 1/s.

吸附等温线性模型为

$$q_i^* = \frac{K_i}{1 + \sum_{i=1}^2 B_i p_i}, \quad K_i = k_{1i} \exp\left(\frac{k_{2i}}{T}\right),$$
  
$$B_i = b_{1i} \exp\left(\frac{b_{2i}}{T}\right).$$
 (2)

式中:  $p_i$  为组分  $i$  的分压, Pa;  $T$  为温度, K;  $K_i, k_{1i}, k_{2i}, B_i, b_{1i}, b_{2i}$  为 Langmuir 参数, 其值如表 1 所示<sup>[3]</sup>.

表 1 Langmuir 模型参数  
Table 1 Parameters in Langmuir model

组分	$k_{1i}/(\text{mol} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{kPa}^{-1})$	$k_{2i}/\text{K}$	$b_{1i}/\text{kPa}^{-1}$	$b_{2i}/\text{K}$	$H_i/(\text{J} \cdot \text{mol}^{-1})$
O <sub>2</sub>	$7.87 \times 10^{-6}$	1 541.211	$6.79 \times 10^{-7}$	1 968.24	12 000
N <sub>2</sub>	$9.86 \times 10^{-6}$	2 010.908	$1.67 \times 10^{-6}$	2 250	18 000

气相组分质量守恒方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon \rho_f \varphi_i) + \nabla \cdot (\varepsilon \rho_f \mathbf{u} \varphi_i) - \nabla \cdot (\varepsilon \rho_f D_{a,b} \nabla \varphi_i) + S_i = 0. \quad (3)$$

式中:  $\varepsilon$  为床层空隙率;  $\rho_f$  为气体质量浓度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\mathbf{u}$  为气体速度矢量,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $\varphi_i$  为组分  $i$  的体积分数, %;  $D_{a,b}$  为二元气体扩散系数,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $S_i$  为组分  $i$  的质量源项,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ .

$$S_i = -(1 - \varepsilon) \rho_s M_i \frac{\partial q_i}{\partial t}. \quad (4)$$

式中:  $\rho_s$  为吸附剂质量浓度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $M_i$  为组分  $i$  的摩尔质量,  $\text{kg}/\text{mol}$ .

气相总质量守恒方程为

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \rho_f \mathbf{u}) + S_m = 0. \quad (5)$$

式中:  $S_m$  为总质量源项,  $\text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ,

$$S_m = \sum_{i=1}^2 S_i. \quad (6)$$

气相能量守恒方程为

$$\varepsilon c_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + \varepsilon c_f \nabla \cdot (T_s \rho_f \mathbf{u}) = \varepsilon k_f \nabla^2 T_f + (1 - \varepsilon) \frac{6h_f}{d_s} (T_s - T_f) - \frac{4h_w}{\varepsilon d_b} (T_f - T_w). \quad (7)$$

式中:  $c_f$  为气相比热容,  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ;  $T_f$ ,  $T_s$  和  $T_w$  分别为气相、吸附剂和床壁温度,  $\text{K}$ ;  $k_f$  为气相导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $h_f$  为气体与吸附剂间的传热系数,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ;  $h_w$  为气体与床壁间传热系数,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

吸附剂能量守恒方程为

$$\rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \nabla^2 T_s + \frac{6h_f}{d_s} (T_f - T_s) + \sum_{i=1}^2 S_{i,h}. \quad (8)$$

式中:  $c_s$  为吸附剂比热容,  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ;  $k_s$  为吸附剂导热系数,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ;  $S_{i,h}$  为组分  $i$  的吸附热源项,  $\text{W}/\text{m}^3$ ,

$$S_{i,h} = \rho_s \sum_{i=1}^2 \left( -H_i \frac{\partial q_i}{\partial t} \right). \quad (9)$$

其中  $H_i$  为组分  $i$  的吸附热,  $\text{J}/\text{mol}$ .

气体动量守恒方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho_f \mathbf{g} + \mathbf{F}. \quad (10)$$

其中:  $\mathbf{F}$  为多孔介质附加的阻力源项,  $\text{N}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ ,

$$\mathbf{F} = -(\mu \frac{\mathbf{u}}{\alpha} + C_2 \rho_f |\mathbf{u}| \mathbf{u} + S_m \mathbf{u}); \quad (11)$$

式中:  $\mu$  为气体动力黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $\alpha$  为黏性阻力因子,  $1/\text{m}^2$ ;  $C_2$  为惯性阻力因子,  $1/\text{m}$ .

$\alpha$  和  $C_2$  可根据 Bergson 方程<sup>[10]</sup>确定:

$$\alpha = \frac{d_s^3 \varepsilon^3}{150 (1 - \varepsilon)^2}, C_2 = \frac{1.75 (1 - \varepsilon)}{d_s \varepsilon^3}. \quad (12)$$

式中  $d_s$  为吸附剂颗粒直径,  $\text{m}$ .

质量扩散系数服从  $D = 1.75 \alpha T/p$  规律<sup>[11]</sup>, 并各向同性.

$$D_{a,b} = \frac{0.0101 T^{1.75} \sqrt{1/m_a + 1/m_b}}{p [(\sum V_a)^{1/3} + (\sum V_b)^{1/3}]^2}. \quad (13)$$

式中:  $m_a$  为组分 a 的质量摩尔浓度,  $\text{kmol}/\text{kg}$ ;  $m_b$  为组分 b 的质量摩尔浓度,  $\text{kmol}/\text{kg}$ ;  $p$  为气体压力,  $\text{Pa}$ ;  $\sum V_a$  为组分 a 的摩尔体积,  $\text{cm}^3/\text{mol}$ ;  $\sum V_b$  为组分 b 的摩尔体积,  $\text{cm}^3/\text{mol}$ .

UDS 标量满足输运方程:

$$\frac{\partial \rho_f \varphi_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u} \varphi_i - \Gamma \nabla \varphi_i) = S_{\varphi_i}. \quad (14)$$

式中:  $\varphi_i$  为用户定义标量;  $S_{\varphi_i}$  为用户定义标量的源项;  $\Gamma$  为标量扩散系数.

床层空隙率为

$$\varepsilon = 0.38 + 0.073 \left( 1 + \left( \frac{d_b}{d_s} - 2 \right)^2 / \left( \frac{d_b}{d_s} \right)^2 \right). \quad (15)$$

式中  $d_b$  为吸附床直径,  $\text{m}$ .

湍流模型采用  $k - \varepsilon$  双方程模型, 方程中的系数采用 Launder 和 Spalding 所推荐的数据<sup>[12]</sup>. 其中  $u_e = 0.09$ ,  $c_1 = 1.43$ ,  $c_2 = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.0$ .

## 1.4 边界条件

与传统的  $\Pi$  形径向流吸附床一样,  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床也采用双床联合运行, 由 2 个  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床组成 1 台 PSA 制氧装置. 来自空气压缩机的压缩空气首先进入冷却干燥机, 脱除水分, 然后利用吸附床中装填的吸附剂选择性地吸附掉  $\text{N}_2$  组分, 产品气由床顶排出. 吸附床的操作包括 4 个基本阶段“加压、吸附、卸压和吹扫”, 计算时, 这 4 个阶段依次进行, 加压、吸附、卸压和吹扫阶段所用的时间根据操作压力和穿透数值实验的结果而定, 气体入口采用质量入口边界条件 (mass-flow-inlet), 其值为  $0.118 \text{ kg/s}$ . 出口采用压力出口边界条件 (pressure-out), 吸附阶段的出口压力取床内的平衡压力, 卸压和吹扫阶段为 0. 吸附床内壁、导流板和阻流板均为无滑移壁面边界条件.

## 2 求解方法

以 Fluent 16.0 为计算平台, 将吸附剂填充区定义为多孔介质区域, 吸附模型和吸附过程通过

用户自定义方程 (user-define function) 和用户自定义标量 (user-define scalars) 来实现. 在多孔介质区域添加动量、质量和能量源项, 求解时间步长设为  $0.001\text{ s}$ . 在混合气体材料控制面板中, 将气体设为可压缩的理想气体, 质量扩散系数为压力和温度的函数, 并以自定义函数的形式实现. 计算结果收敛的判据为能量方程残差小于  $10^{-6}$ , 其他方程残差小于  $10^{-3}$ .

### 3 模拟结果与分析

#### 3.1 吸附床穿透时间

吸附床的正向穿透时间是确定循环周期吸附产气时间的重要参考依据. 为了确定吸附床的正向穿透时间, 本文对此进行了数值实验. 其中做正向穿透时间数值实验时, 吸附床的压力设为  $350\text{ kPa}$ , 单一组分  $\text{O}_2$  在床内处于饱和状态, 从吸附床入口 A 充入  $\text{N}_2$ , 考察吸附床出口 B 处流出气体组分的变化. 数值实验结果如图 3 所示, 为了比较, 图中也给出了同样条件下  $\Pi$  形径向流吸附床的数值实验结果. 从图 3 中可以看出, 与  $\Pi$  形径向流吸附床相比,  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床的正向穿透时间明显增加. 正向穿透实验时,  $\text{N}_2$  突破  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床的时间大约为  $2.58\text{ s}$ , 而突破  $\Pi$  形径向流吸附床的时间仅为  $1.75\text{ s}$ , 这意味着制定  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床的循环周期时, 可适当延长吸附阶段的时间, 从而提高  $\text{O}_2$  的生产率.

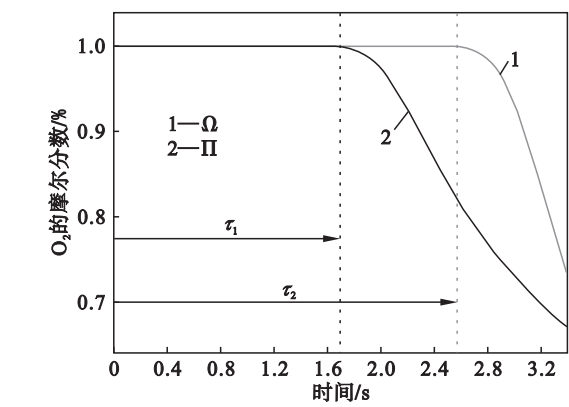


图 3  $\text{N}_2$  的正向穿透时间  
Fig. 3 Time of  $\text{N}_2$  forward penetration

#### 3.2 吸附床内的流场

PSA 制氧设备是通过空气在吸附床内的流动,  $\text{N}_2$  被选择性地吸附, 制备出  $\text{O}_2$ , 因此对吸附床内的流场进行研究具有重要意义. 在相同条件下,  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床和  $\Pi$  形径向流吸附床

吸附剂填充区在吸附阶段内的气体流动矢量图如图 4 所示. 从图 4 中可以看出,  $\Pi$  形径向流吸附床内的径向速度分布很不均匀, 在吸附床出口 B 附近存在大流速区, 最大值约为  $0.21\text{ m/s}$ , 从而使该区域易被  $\text{N}_2$  突破而使正向穿透时间缩短;  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床内的流速分布均匀且整体流速较低, 最大流速不超过  $0.12\text{ m/s}$ , 从而使整个吸附床都难以被  $\text{N}_2$  突破, 这正是吸附床正向穿透时间得到延长的主要原因.

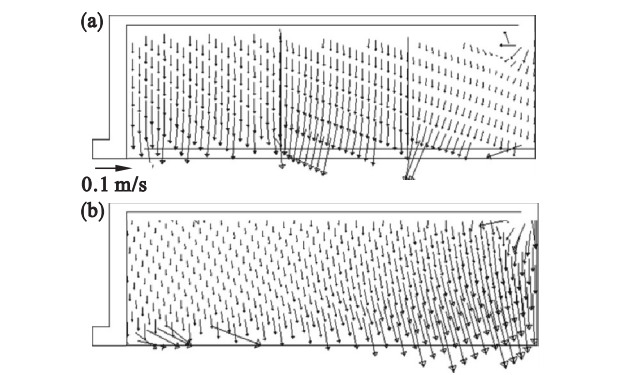


图 4 气体在吸附床内的流动矢量图  
Fig. 4 Velocity distribution of gas in adsorption beds  
(a)— $\Omega$  形; (b)— $\Pi$  形.

#### 3.3 制氧特性

在同样条件下, 两种吸附床的 PSA 制氧结果如图 5 所示. 由图 5 可知: 随循环次数的增加, 两种吸附床中  $\text{O}_2$  的摩尔分数都逐渐升高, 当循环达到 10 次时,  $\text{O}_2$  的摩尔分数都达到了最高值, 随后都不再发生变化. 两种吸附床成品气中  $\text{O}_2$  的摩尔分数存在一定的差异:  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床成品气  $\text{O}_2$  的摩尔分数可达  $91.8\%$ , 而  $\Pi$  形径向流吸附床成品气  $\text{O}_2$  的摩尔分数仅为  $87.1\%$ .

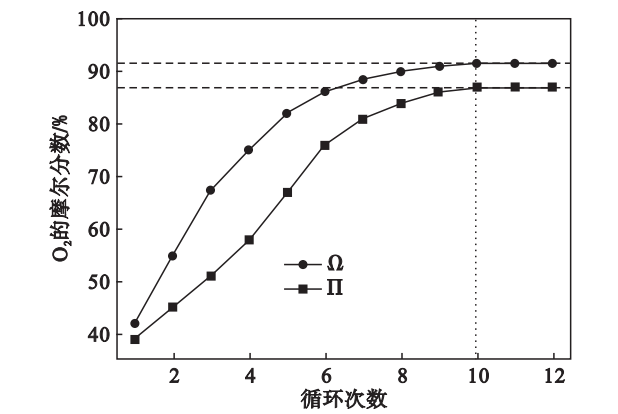


图 5 不同循环次数下  $\text{O}_2$  的摩尔分数  
Fig. 5  $\text{O}_2$  molar fraction under different cycles

为了进一步研究造成两种吸附床制氧特性差异的原因, 图 6 给出了同样条件下两种吸附床内



$\text{O}_2$  在加压阶段的分布情况:床内  $\text{O}_2$  的高摩尔分数区与低摩尔分数区分界清晰、轮廓规整,但其外形存在明显差异。在  $\Omega$  形阶梯径向流吸附床内,由于吸附区呈阶梯状分布且不同区域填充不同粒径的吸附剂,从而使来流分散并使流速分布均匀。 $\text{O}_2$  的高摩尔分数区以 3 个近圆杯状向前推进,而  $\Pi$  形径向流吸附床因来流速度分布不均,床内  $\text{O}_2$  的高摩尔分数区以长圆锥状向前推进。

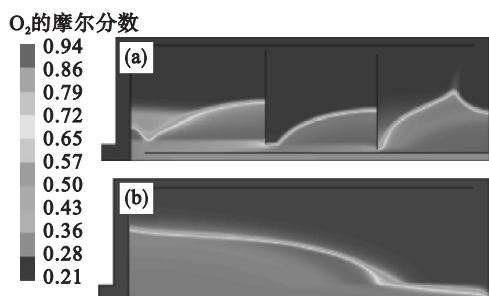


图 6 吸附床内  $\text{O}_2$  的分布云图

Fig. 6 Distribution of  $\text{O}_2$  in adsorption beds

(a)— $\Omega$  形; (b)— $\Pi$  形。

## 4 结 论

1) 在同样条件下,与  $\Pi$  形径向流吸附床相比, $\Omega$  形阶梯径向流吸附床的正向穿透时间明显增加,由 1.75 s 增加到 2.58 s。

2) 在同样条件下, $\Pi$  形径向流吸附床内的径向速度分布很不均匀,在吸附床出口 B 附近存在大流速区,最大值约为 0.21 m/s; $\Omega$  形阶梯径向流吸附床内的流速分布均匀且整体流速较低,最大流速不超过 0.12 m/s。

3) 两种吸附床成品气中  $\text{O}_2$  的摩尔分数存在一定差异, $\Omega$  形阶梯径向流吸附床成品气  $\text{O}_2$  的摩尔分数可达 91.8%,而  $\Pi$  形径向流吸附床成品气  $\text{O}_2$  的摩尔分数仅为 87.1%。

4) 在加压阶段,两种吸附床内  $\text{O}_2$  的高摩尔分数区与低摩尔分数区分界清晰、轮廓规整,但其外形存在明显差异。 $\Omega$  形阶梯径向流吸附床  $\text{O}_2$  的高摩尔分数区以近圆杯状向前推进,而  $\Pi$  形径向流吸附床  $\text{O}_2$  的高摩尔分数则以长圆锥状向前推进。

## 参考文献:

- [1] 祝显强,刘应书,杨雄,等.我国变压吸附制氧吸附剂及工艺研究进展[J].化工进展,2015,34(1):19-25.  
(Zhu Xian-qiang, Liu Ying-shu, Yang Xiong, et al. Progress of modified adsorbent and pressure swing adsorption for oxygen production in China [J]. *Chemical Industry and Engineering Progress*, 2015, 34(1): 19-25.)
- [2] Ebrahimi A, Meratizaman M, Reyhani H A, et al. Energetic, exergetic and economic assessment of oxygen production from two columns cryogenic air separation unit[J]. *Energy*, 2015, 90(2): 1298-1316.
- [3] Zheng X G, Liu Y S, Liu W H. Two-dimensional modeling of the transport phenomena in the adsorber during pressure swing adsorption process [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010, 49(22): 11814-11824.
- [4] Kwapinski W, Salem K, Mewes D, et al. Thermal and flow effects during adsorption in conventional, diluted and annular packed beds [J]. *Chemical Engineering Science*, 2010, 65(14): 4250-4260.
- [5] Chai S W, Kothare M V, Sircar S. Rapid pressure swing adsorption for reduction of bed size factor of a medical oxygen concentrator[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2011, 50(14): 8703-8710.
- [6] Yaghoobpour E, Ahmadpour A, Farhadian N, et al. Molecular dynamics simulation of carbon molecular sieve preparation for air separation[J]. *Korean Journal of Chemical Engineering*, 2015, 32(3): 494-500.
- [7] Beeyani A K, Singh K, Vyas R K, et al. Parametric studies and simulation of PSA process for oxygen production from air [J]. *Polish Journal of Chemical Technology*, 2010, 12(2): 18-28.
- [8] Li Y, Si H Q, Wang B, et al. Optimization design research of air flow distribution in vertical radial flow adsorbers [J]. *Korean Journal of Chemical Engineering*, 2018, 35(4): 835-846.
- [9] Dai Z S, Yu M, Rui D Z, et al. Investigation on a vertical radial flow adsorber designed by a novel parallel connection method[J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2018, 26(3): 484-493.
- [10] Moran A, Talu O. Role of pressure drop on rapid pressure swing adsorption performance [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2017, 56(19): 5715-5723.
- [11] Vemula R R, Kothare M V, Sircar S. Anatomy of a rapid pressure swing adsorption process performance [J]. *AIChE Journal*, 2015, 61(6): 2008-2014.
- [12] Launder B E, Spalding D E. The numerical computational of turbulent flow [J]. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 1973(3): 267-271.