

不确定结构的区间可靠性优化设计

王新刚, 徐骅悉, 李尚杰, 马瑞敏
(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘 要: 对不确定结构的区间可靠性进行了研究,建立了基于区间可靠性的优化设计模型.采用结合嵌套遗传算法和径向基函数神经网络的模型,进行区间的直接优化,解决了基于区间可靠性的优化设计求解问题,避免了间接模型的复杂转换过程.充分考虑了实际工程中设计向量存在扰动情况,提出了该情况下目标函数波动的约束,使目标函数和约束函数在扰动下依然满足可靠性要求.通过数值算例验证了模型的有效性和优越性.将所提出的模型用于具有区间不确定参数的行车平板优化,结果表明了所提方法的可行性和工程有效性.

关 键 词: 不确定结构;区间可靠性;直接区间优化;嵌套遗传算法;径向基函数神经网络

中图分类号: TH 122 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2020)04-0521-07

Optimal Design of Interval Reliability for Uncertain Structures

WANG Xin-gang, XU Pei-xi, LI Shang-jie, MA Rui-min
(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China.
Corresponding author: WANG Xin-gang, E-mail: xgwang@neuq.edu.cn)

Abstract: The interval reliability for uncertain structures was studied and an optimal design model based on interval reliability was established. By using the model of nested genetic algorithm and radial basis function neural network, the direct optimization of the interval was carried out, which solves the problem of the optimal design based on the interval reliability and avoids the complicated transformation process of the indirect model. The disturbance of the design vector in actual engineering was fully considered, and the constraint of the objective function fluctuation in this case was proposed, so that the objective function and the constraint function still meet the reliability requirements under disturbance. The numerical examples verified the validity and superiority of the model. The proposed model was applied to the optimization of driving slabs with interval uncertain parameters, whose results verified its feasibility and engineering effectiveness.

Key words: uncertain structure; interval reliability; direct interval optimization; nested genetic algorithm; radial basis function neural network

在实际工程问题中,机械结构存在诸多不确定因素,如材料特性、载荷环境、结构尺寸等,其中不确定性因素的较小波动都可能导致结构性能的较大偏差.因此,在工程中需要将不确定性因素加入到机械结构设计中,同时降低潜在临界条件下的功能失效概率,使设计结果达到可靠性需求.

近年来,学者们对于结构优化逐渐转向基于区间的可靠性设计. Elishakoff 等^[1-3]将区间参数对结构最坏响应的识别问题表述为反优化问题,导致两级优化问题. Hu 等^[4]对约束的变动量提出了一个新的可靠性指标,并将区间鲁棒性优化问题转化为确定性优化问题进行求解. Wu 等^[5-6]利用 Chebyshev 代理模型近似泰勒包含函数的高阶系数解决区间算法的扩展问题.目前求解非线性区间优化模型的方法大多采用间接方法对模型进行转换,在转换过程中需要引入多种参数,当这些参数取值不同时,往往会产生不同的解.为此建立一种新的直接求解非线性约束区间

优化模型,由于遗传算法(GA)在基于自然遗传的复杂空间中提供了鲁棒、高效和有效的搜索能力,并且除了每个解的适应度函数外不需要搜索空间的任何信息,故选择 GA 作为计算内层优化中目标函数和约束函数区间界限的算法,实现外层优化中各设计向量的直接排序^[7-8]. 考虑到设计向量的扰动性,基于原有框架,在外层生成的设计向量种群增加偏量转化为区间,在遗传算法内层再嵌套一层原有的结构,计算扰动下的约束函数. 提出嵌套遗传算法并结合径向基函数(RBF)神经网络的高效优化算法^[9-10],采用 RBF 神经网络对目标函数和约束函数进行预测,对区间直接排序,求解基于区间可靠性的设计优化模型.

在实际工程设计中,由于生产制造存在误差以及环境等因素,设计向量在不确定的影响下具有扰动而不能达到所要求的设计值,所以还要保证结构或者系统在扰动下的可靠性. 为了提高机械结构稳健优化的工程适用性,提出了在原有的基础上考虑设计量存在扰动的情况,增加一个约束,避免扰动使目标值的波动过大,同时依然满足其他约束条件. 所建立的直接求解非线性约束区间优化模型充分考虑了具有扰动的设计向量,保证了结构或系统在扰动下的可靠性,与采用鲁棒性的序列二次规划方法的区间优化^[11]进行比较,结果更优,效果更好.

1 不确定结构的可靠性优化设计

1.1 优化模型

在实际工程结构设计过程中,影响结构力学性能的不确定因素常存在于结构参数中,将这些参数描述为区间变量. 把所需要的结构力学性能描述为目标函数和约束函数,它们是设计变量和区间变量的非线性函数. 引入区间可靠度 R , 描述一个区间大于另一个区间的具体程度. 常规的基于区间可靠性的结构设计优化模型可描述为

$$\left. \begin{aligned} &\min_x f(\mathbf{x}, \mathbf{U}) \\ &\text{s. t. } R_i[g_i(\mathbf{x}, \mathbf{U}) \leq B_i = [b_i^L, b_i^R]] \geq \eta_i, \\ &i = 1, 2, \dots, p, \\ &\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbf{R}^n, \\ &\mathbf{U} = [U_1, U_2, \dots, U_m]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: \mathbf{x} 为结构的 n 维设计向量; \mathbf{U} 为 m 维区间不确定向量; 上标“L”和“R”分别表示区间的左界和右界; $f(\mathbf{x}, \mathbf{U})$ 和 $g_i(\mathbf{x}, \mathbf{U})$ 是表征结构力学性能指标的目标函数和约束函数,其取值取决于设计

向量 \mathbf{x} 和区间向量 \mathbf{U} ; B_i 是给定的第 i 个约束的区间常数,也可以是一个确定性值; R_i 是第 i 个区间可靠性约束; η_i 是第 i 个约束规定的可靠性要求; p 为约束个数.

优化模型得到的设计向量为确定值,但在实际过程中,由于生产制造存在误差及环境等因素,结构并不能达到所要求的值,此时目标值会产生较大波动,并且可能存在不满足约束的情况. 为了提高机械结构稳健优化的工程适用性,提出了新的结构设计优化模型,充分考虑了设计向量存在扰动的情况,从而得到满足实际应用的优化结果.

将目标函数的波动转化为一个新的约束:

$$g_i(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = |f(\mathbf{X}, \mathbf{U}) - f(\mathbf{x}, \mathbf{U})| \leq \Delta f = [\Delta f^L, \Delta f^R], \left. \begin{aligned} &\mathbf{X} \in [\mathbf{x} - \Delta \mathbf{x}, \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: \mathbf{X} 为具有波动的 n 维设计向量; \mathbf{x} 为不考虑波动时的 n 维设计向量; $f(\mathbf{x}, \mathbf{U})$ 为目标函数的平均性能; $[\Delta f^L, \Delta f^R]$ 表示目标函数相对于平均性能最大的变化区间,控制目标函数在不确定性影响下的变动量,保证其对不确定性不敏感,进而实现结构或者系统设计的可靠性. 新的优化模型为

$$\begin{aligned} \min_x \{f^c(\mathbf{x}), f^w(\mathbf{x})\} &= \left\{ \frac{f^R(\mathbf{x}) + f^L(\mathbf{x})}{2}, \frac{f^R(\mathbf{x}) - f^L(\mathbf{x})}{2} \right\}, \\ f^R(\mathbf{x}) &= \max_{(\mathbf{U})} f(\mathbf{x}, \mathbf{U}), f^L(\mathbf{x}) = \min_{(\mathbf{U})} f(\mathbf{x}, \mathbf{U}), \\ \text{s. t. } R_i[g_i(\mathbf{x}, \mathbf{U}) \leq B_i = [b_i^L, b_i^R]] &\geq \eta_i, i = 1, 2, \dots, p, \\ R_{p+1}[g_{p+1}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq \Delta f = [\Delta f^L, \Delta f^R]] &> \eta_{p+1}, \\ R_{l+p+1}[g_l(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq B_l = [b_l^L, b_l^R]] &\geq \eta_{l+p+1}, l = 1, 2, \dots, p, \\ \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \in \mathbf{R}^n, \mathbf{U} = [U_1, U_2, \dots, U_m], \\ X_i \in (x_i - \Delta x_i, x_i + \Delta x_i), x_i \in (x_i^L, x_i^R), U_i &= (U_i^L, U_i^R). \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $f^c(\mathbf{x})$ 和 $f^w(\mathbf{x})$ 分别为目标性能值的中点和半径; R_{p+1} 为目标函数波动量需要满足的可靠性要求; R_{l+p+1} 为原第 l 个约束在设计向量存在波动时的可靠度; η_{l+p+1} 为原第 l 个约束在设计向量存在波动时需要满足的可靠性要求.

1.2 区间可靠性计算

考虑两个区间的所有可能位置关系,可以归为 6 种, Qi 等^[12]将 6 种不同位置关系的区间可靠度描述为

$$\begin{aligned} R(A^L \leq B^L) &= \frac{\max(0, \min(B^+ - A^+, B^+ - B^-))}{B^+ - B^-} + \\ &\frac{\max(B^- - A^-, 0)}{A^+ - A^-} \times \frac{\min(B^+ - B^-, \max(A^+ - B^-, 0))}{B^+ - B^-} + \\ &\frac{\max(0, \min(A^+ - B^-, A^+ - A^-, B^+ - A^-, B^+ - B^-))^2}{2(A^+ - A^-) \times (B^+ - B^-)}. \end{aligned} \quad (4)$$

若区间 B 退化为实数 b , 则区间可靠度为^[13]

$$R(A^I \leq b) = \min\left(\frac{\max(A^L, b)}{A^R - A^L}, 1\right). \quad (5)$$

如果区间 A 退化为实数 a , 则区间可靠度为

$$R(a \leq B) = \max\left(\frac{B^R - \max(B^L, a)}{B^R - B^L}, 0\right). \quad (6)$$

1.3 设计向量优劣排序

在基于不确定因素的区间结构可靠性设计中, 需要对遗传算法内种群的设计向量进行优劣排序, 其评判标准为

$$\left. \begin{aligned} y_j &= \eta_j - R_j, j = 1, 2, \dots, 2p + 1; \\ Y &= \sum_{j=1}^{2p+1} \max(0, y_j). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

对于第 i 个可靠性约束, 可靠度 R_i 大于可靠性要求 η_i 时, y_i 小于 0, 此时 \mathbf{x} 是当前可靠性约束的可行解. 当所有可靠性约束都满足可靠性要求时, Y 为 0, 此时 \mathbf{x} 满足所有可靠性约束, 是可行解; 否则 Y 大于 0, \mathbf{x} 为不可行解. 故对种群所有设

计向量的优劣排序规则为

- 1) 可行解优于不可行解;
- 2) 对于不可行解, Y 值越小越优;
- 3) 对于可行解, 根据目标函数进行排序, 当 $f^c(x_i) < f^c(x_j)$ 或者 $f^c(x_i) = f^c(x_j)$ 且 $f^w(x_i) < f^w(x_j)$ 时, x_i 优于 x_j , 否则 x_j 优于 x_i .

2 区间可靠性设计模型的直接求解

结合嵌套的遗传算法和 RBF 神经网络, 提出基于区间的机械结构可靠性设计模型的直接求解方法. 在遗传算法内层, 利用构建的 RBF 神经网络预测每个设计向量相对应的约束函数和目标函数的左右界. 在遗传算法外层, 根据设计向量的优劣排序规则进行排序, 求出最优设计向量. 基于区间的机械结构可靠性设计模型直接求解流程图如图 1 所示, 具体步骤如下:

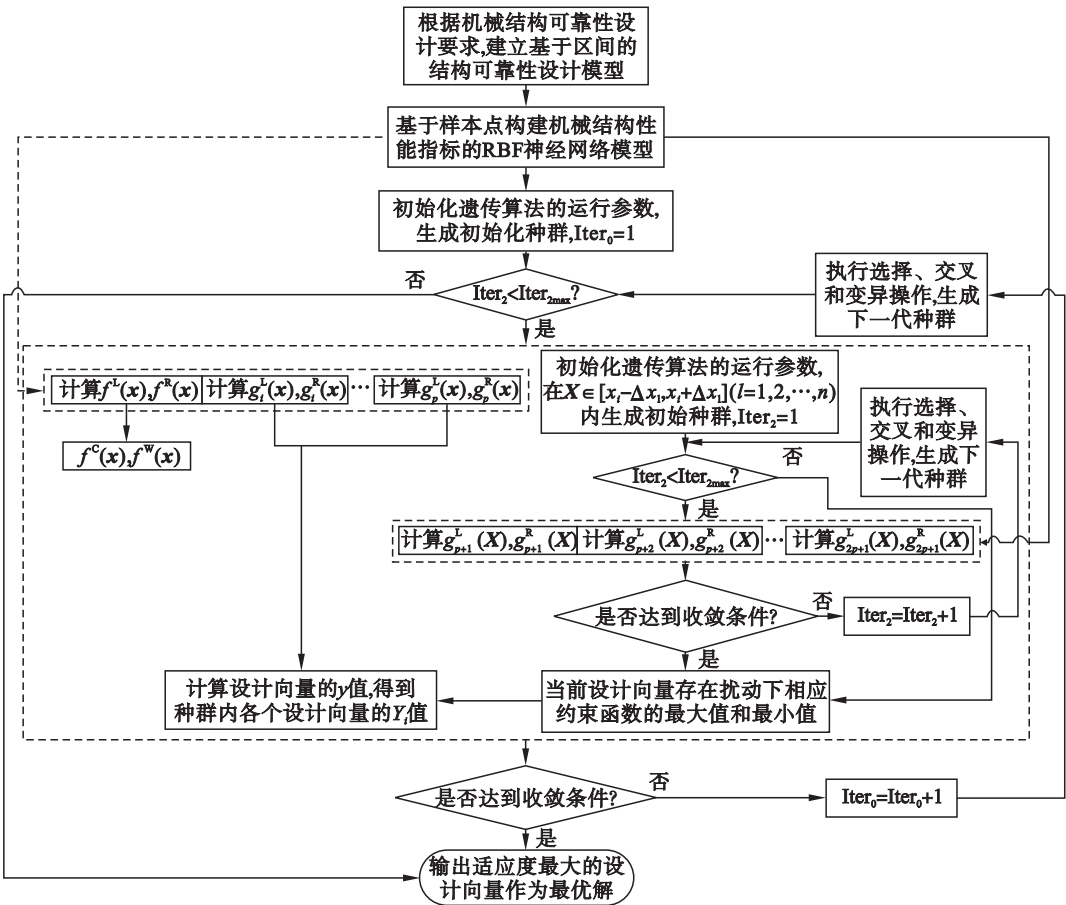


图 1 区间可靠性设计模型的求解流程图

Fig. 1 Solution flowchart of interval reliability design model

步骤 1 建立基于不确定因素的结构可靠性设计模型, 确定设计变量、不确定因素和设计变量扰动值的取值范围. 由约束函数的可靠性要求, 确定区间可靠度 R .

步骤 2 以设计向量和不确定向量作为输入, 目标函数和约束函数作为输出, 建立 3 层自组织选取中心的 RBF 神经网络. 共 1000 个样本, 900 作为训练样本, 100 作为测试样本对神经网络

进行训练.

步骤 3 初始化嵌套遗传算法的运行参数包括种群大小, 最大进化代数 $\text{Iter}_{0\max}$, $\text{Iter}_{1\max}$, $\text{Iter}_{2\max}$, 交叉和变异概率, 收敛条件等. 生成初始化种群, 外层的初始化种群为设计向量.

步骤 4 如果最外层进化代数 $\text{Iter}_0 < \text{Iter}_{0\max}$ 返回步骤 5; 否则返回步骤 8.

步骤 5 对当前代种群中的每个个体, 再嵌套遗传算法的中间层, 主要分为两部分: ①生成不确定向量的种群 pop_{10} , 利用 RBF 神经网络模型预测出在不考虑设计向量存在扰动时的目标函数和约束函数值, 对种群 pop_{10} 进行排序, 不断迭代更新, 直到达到最大进化代数 $\text{Iter}_{1\max}$ 或满足收敛条件, 求出当前最外层种群 pop_0 每个个体目标函数和约束函数的左右边界. ②考虑了设计向量的扰动, 将设计变量的扰动值加入到当前最外层种群中的每个个体中, 在 $\mathbf{X} \in [x_j - \Delta x_j, x_j + \Delta x_j]$ 区间内生成第二部分的设计向量的种群 pop_{11} . 为计算扰动情况下目标函数和约束函数区间值的左右边界, 在中间层再嵌套遗传算法, 生成不确定向量的种群 pop_2 . 利用 RBF 神经网络模型预测出目标函数和约束函数值, 对种群 pop_2 进行排序, 不断迭代更新, 求出种群 pop_{11} 每个个体目标函数和约束函数的左右边界. 根据左右边界对 pop_{11} 进行排序, 不断迭代更新, 直到达到最大进化代数 $\text{Iter}_{2\max}$ 或满足收敛条件, 得到当前扰动下相应约束函数的最大值和最小值. 在遗传算法最外层, 根据区间可靠性计算方法计算出每个约束函数的可靠度 $R_i[g_i(\mathbf{x}, \mathbf{U}) < B_i]$, 进而得到设计向量评判标准 Y 值.

步骤 6 对设计向量进行优劣排序, 最外层种群大小为 pop_0 , 则设计向量对应序号为 Rank_i ($i = 1, 2, \dots, \text{pop}_0$), 序号越小设计向量越优. 因此, 每个设计向量的适应度值为

$$\text{Fitness}(x_i) = \frac{1}{\text{Rank}_i}, i = 1, 2, \dots, \text{pop}_0. \quad (8)$$

步骤 7 若达到收敛条件返回步骤 8, 否则 $\text{Iter}_0 = \text{Iter}_0 + 1$, 执行选择、交叉和变异操作生成新个体作为外层遗传算法的下一代种群, 返回步骤 4.

步骤 8 输出适应度值最大的设计向量作为结构可靠性设计模型的最优值.

3 算 例

3.1 数值算例

悬臂梁结构如图 2 所示^[14], 在悬臂梁上分别

作用 2 个集中载荷 F_1 和 F_2 .

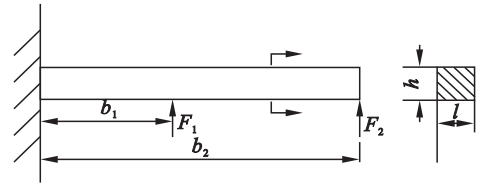


图 2 悬臂梁结构图

Fig. 2 Cantilever beam structure diagram

目标函数是将悬臂梁造价最低问题转化为体积最小问题, 悬臂梁的强度和刚度作为约束函数, 则悬臂梁的优化模型为

$$\min f(\mathbf{x}) = b_2 h l,$$

$$\text{s. t. } R_1 \left[g_1(\mathbf{x}, \mathbf{U}) = \frac{3(F_1 + F_2)}{2000 h l} \leq \tau_d \right] \geq \eta_1,$$

$$R_2 \left[g_2(\mathbf{x}, \mathbf{U}) = \frac{6(F_1 b_1 + F_2 b_2)}{1000 l h^2} \leq \sigma_d \right] \geq \eta_2,$$

$$R_3 \left[g_3(\mathbf{x}, \mathbf{U}) = \frac{6F_1 b_1^2 b_2 + 4F_2 b_2^3 - 2F_1 b_1^3}{E l h^3 \times 10^{-3}} \leq [\delta] \right] \geq \eta_3,$$

$$R_4 [g_4(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq \Delta f = [0.000013, 0.000014]] \geq \eta_4,$$

$$R_5 [g_1(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq \tau_d] \geq \eta_5,$$

$$R_6 [g_2(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq \sigma_d] \geq \eta_5,$$

$$R_7 [g_3(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq [\delta]] \geq \eta_5,$$

$$\mathbf{x} = [b_1, b_2, h, l], \mathbf{U} = [F_1, F_2, E],$$

$$\mathbf{X} = [b_1 \pm 0.0005, b_2 \pm 0.0005, l \pm 0.0003, h \pm 0.0002],$$

$$b_1 \in (0.08, 0.22), b_2 \in (0.45, 0.55),$$

$$h \in (0.1, 0.5), l \in (0.01, 0.1),$$

$$F_1 \in (4.5, 6.5), F_2 \in (3.5, 5.5),$$

$$E \in (2.0 \times 10^{11}, 2.1 \times 10^{11}),$$

$$\tau_d \in (55.4, 71.8), \sigma_d \in (122, 158),$$

$$[\delta] \in (0.0009, 0.001375).$$

式中: b_1 为集中载荷 F_1 与悬臂梁固定端的距离, m; b_2 为悬臂梁长度, m; h 为悬臂梁横截面宽度, m; l 为悬臂梁横截面长度, m; 这 4 种为设计变量. 集中载荷 F_1 和 F_2 (kN), 弹性模量 E (N/m²) 为不确定因素. τ_d 为许用剪应力, MPa; σ_d 为许用正应力, MPa; $[\delta]$ 为许用扰度, m; \mathbf{X} 为设计向量存在扰动时的范围; Δf 为设计向量存在扰动相对于无扰动时的目标函数的波动范围.

嵌套遗传算法的运行参数如表 1 所示. 所有的可靠性要求设为 1, 对该优化问题进行求解, 目标函数随迭代次数的变化情况如图 3 所示. 曲线表示不考虑设计向量存在扰动时, 目标函数的变化情况. 另外两条曲线表示设计向量存在扰动时, 在扰动范围内目标函数的最大值和最小值.

表 1 嵌套遗传算法运行参数
Table 1 Nested genetic algorithm running parameters

GA 算法	最大进化代数	种群规模	交叉概率	变异概率
内层	150	60	0.95	0.01
中间层	150	60	0.95	0.01
外层	150	100	0.9	0.01

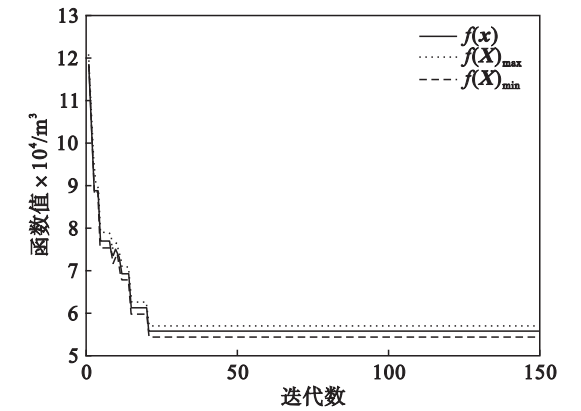


图 3 目标函数随迭代次数的变化情况
Fig. 3 Objective function varying with the number of iterations

将求解的设计向量与原设计向量进行对比,结果如表 2 所示. 设计向量存在扰动时强度与刚度结果如表 3 所示. 原设计向量存在扰动时,最大正应力超过了许用正应力,不满足可靠性要求.

令 $\eta_5 = 0.98$,其他可靠性要求为 0.99,则设计向量为 $[0.08,0.45,0.119,0.01]$. 由此可知,基于区间可靠性设计模型直接求解方法满足工程设计要求,优化结果更好,目标函数更小. 设计向量存在扰动时,使设计向量满足约束条件及符合可靠性设计要求.

3.2 行车平板工程算例

行车平板在环境温度、载荷、材料参数特异性差异、组件受热不均和行驶过程中不同频率的震动激励等因素的影响下,平板内部会产生相应的应力应变响应^[15]. 对行车平板的一些关键尺寸进行设计,满足可靠性要求的同时最小化行车平板的质量.

设计前侧壁厚度为 $x_1 = (4\text{ mm}, 8\text{ mm})$ 、上下壁厚度为 $x_2 = (4\text{ mm}, 8\text{ mm})$ 、后壳厚度为 $x_3 =$

表 2 优化结果对比
Table 2 Comparison of optimization results

结果	f/m^3	x_1/m	x_2/m	x_3/m	x_4/m
原始结果	8.0798×10^{-4}	0.2	0.456 6	0.106 6	0.016 6
优化结果	5.5845×10^{-4}	0.08	0.45	0.124 1	0.01

表 3 强度与刚度
Table 3 Strength and stiffness

结果	τ/MPa	σ/MPa	δ/mm
原始结果	$[6.681\ 8, 10.325\ 1]$	$[77.947\ 2, 123.593\ 9]$	$[0.405\ 35, 0.688\ 62]$
优化结果	$[9.457\ 2, 14.836\ 3]$	$[73.399\ 4, 119.880\ 9]$	$[0.325\ 85, 0.569\ 66]$

$(1\text{ mm}, 4\text{ mm})$, 以及内支撑厚度为 $x_4 = (0.6\text{ mm}, 2.5\text{ mm})$, 设计扰动量为 $\Delta x = (0.1, 0.1, 0.1, 0.1)$. 不确定参数为驱动板电源消耗 $U_1 = (5.5\text{ W}, 6.5\text{ W})$ 和行车平板壳体的弹性模量 $U_2 = (43\ 000\text{ MPa}, 47\ 000\text{ MPa})$. 约束条件为显示屏的屈服强度 $B_1 = (55\text{ MPa}, 59\text{ MPa})$ 、汽车平板 CPU 的准许温度 $B_2 = [21.4\text{ }^\circ\text{C}, 22.4\text{ }^\circ\text{C}]$ 和质量最大变动量不大于区间 $\Delta f = [0.085\text{ kg}, 0.1\text{ kg}]$.

RBF 神经网络的均方误差目标为 0.000 1. 神经网络迭代过程如图 4 所示,测试样本的误差值如图 5 所示.

可靠性要求设为 1,目标函数随迭代次数的变化情况如图 6 所示. 将求解的设计向量与采用鲁棒性优化方法求出的设计向量进行对比,对比

情况如表 4 所示. 由表 4 可知,基于区间可靠性设计模型直接求解方法满足工程设计要求,优化结

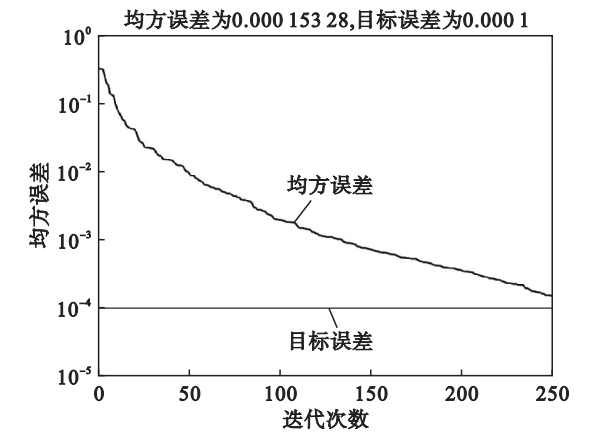


图 4 神经网络迭代过程
Fig. 4 Neural network iterative process

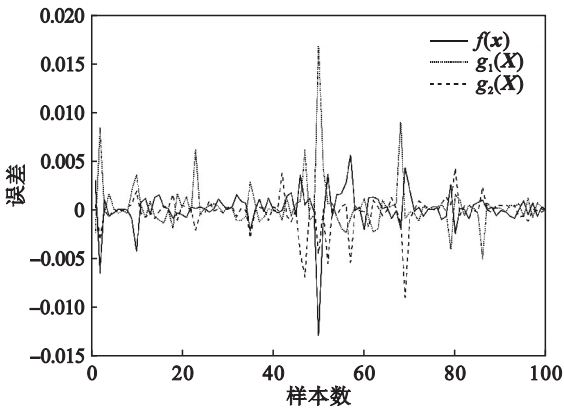


图 5 RBF 神经网络误差
Fig. 5 RBF neural network error

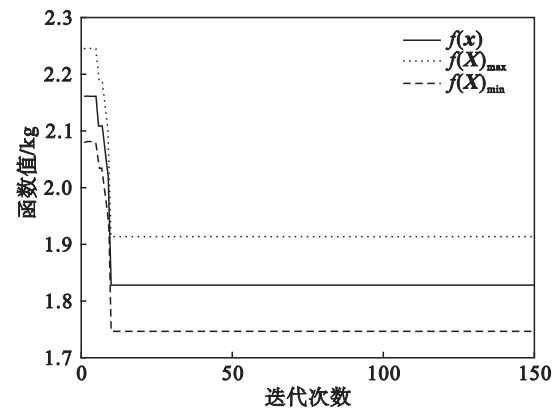


图 6 目标函数随迭代次数的变化情况
Fig. 6 Objective function varying with number of iterations

果更好,目标函数更小。设计向量存在扰动时,使设计向量满足约束条件及符合可靠性设计要求。

表 4 行车平板优化结果对比

Table 4 Comparison of vehicle plate optimization results

方法	f/kg	x_1/mm	x_2/mm	x_3/mm	x_4/mm
其他方法	1.833	4	4	2.11	1.833
本文方法	1.829 1	4	4	2.100 6	1.543 3

设计向量存在扰动时,本文方法屈服强度为 $[53.028\ 5\ \text{MPa}, 53.102\ 0\ \text{MPa}]$,行车平板的 CPU 温度为 $[20.691\ 8\ ^\circ\text{C}, 21.112\ 8\ ^\circ\text{C}]$ 。 M_1 为不考虑扰动时的可靠性要求为 1,考虑扰动时的可靠性要求为 0.88。 M_2 为不考虑扰动时的可靠性要求为 0.99,考虑扰动时的可靠性要求为 0.87。则这两种情况的设计向量具体参数如表 5 所示。

表 5 行车平板设计参数

Table 5 Design vector parameters of driving plate

设计变量	f/kg	x_1/mm	x_2/mm	x_3/mm	x_4/mm
M_1	1.774 2	4	4	1.99	1.519 9
M_2	1.772 8	4	4	1.989	1.489 4

4 结 论

1) 针对具有区间参数的不确定结构,提出了一种结合嵌套遗传算法和 RBF 神经网络的直接区间优化算法,充分考虑了设计向量存在扰动引起目标函数和约束函数波动的情况,建立了基于区间可靠度的优化设计模型。数值算例验证了该算法的有效性及其优越性。

2) 将提出的基于直接区间可靠性的设计优化方法应用于行车平板的优化设计中,与鲁棒性优化方法的优化结果进行比较,结果表明了本文方法的可行性和有效性。

参考文献:

[1] Elishakoff I, Ohsaki M. Optimization and anti-optimization of structures under uncertainty [J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(9): 2724–2725.

[2] Elishakoff I, Elettro F. Interval, ellipsoidal, and super-ellipsoidal calculi for experimental and theoretical treatment of uncertainty; which one ought to be preferred? [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2014, 51(7/8): 1576–1586.

[3] Elishakoff I, Wang X, Hu J, et al. Minimization of the least favorable static response of a two-span beam subjected to uncertain loading [J]. *Thin-Walled Structures*, 2013, 70: 49–56.

[4] Hu N, Duan B, Cao H, et al. Robust optimization with convex model considering bounded constraints on performance variation [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017, 56(1): 59–69.

[5] Wu J, Luo Z, Zhang Y, et al. Interval uncertain method for multibody mechanical systems using Chebyshev inclusion functions [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2013, 95(7): 608–630.

[6] Wu J, Luo Z, Zhang Y, et al. An interval uncertain optimization method for vehicle suspensions using Chebyshev metamodels [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, 38(15/16): 3706–3723.

[7] Fernandez-Prieto J A, Canada-Bago J, Gadeo-Martos M A, et al. Optimization of control parameters for genetic algorithms to test computer networks under realistic traffic loads [J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(7): 1875–1883.

[8] Kucukkoc I, Karaoglan A D, Yaman R. Using response surface design to determine the optimal parameters of genetic algorithm and a case study [J]. *International Journal of Production Research*, 2013, 51(17): 5039–5054.

[9] Gu L, Tok D K S, Yu D L. Development of adaptive p -step RBF network model with recursive orthogonal least squares training [J]. *Neural Computing & Applications*, 2016, 29(5): 1–10.

[10] Foster I, Kesselman C, Nick J M, et al. Grid services for distributed system integration [J]. *Computer*, 2002, 35(6): 37–46.

[11] 唐嘉昌, 姜潮, 龙湘云, 等. 一种针对不确定性结构的区间鲁棒性优化方法 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2019, 8(12):

- [1] Liu Y H, Li Q L, Duan X L, et al. Thermodynamic analysis of a modified system for a 1000 MW single reheat ultra-supercritical thermal power plant [J]. *Energy*, 2018, 145 (15): 25 – 37.
- [2] Fan H J, Zhang Z X, Dong J C, et al. China's R&D of advanced ultra-supercritical coal-fired power generation for addressing climate change [J]. *Thermal Science and Engineering Progress*, 2018, 5(1): 364 – 371.
- [3] Rogalev N, Golodnitskiy A, Tumanovskiy A, et al. A survey of state-of-the-art development of coal-fired steam turbine power plant based on advanced ultra-supercritical steam technology [J]. *Contemporary Engineering Sciences*, 2014, 7 (34): 1807 – 1825.
- [5] Tumanovskii A G, Shvarts A L, Somova E V, et al. Review of the coal-fired, over-supercritical and ultra-supercritical steam power plants [J]. *Thermal Engineering*, 2017, 64(2): 83 – 96.
- [6] Liu C X, Liu Y C, Ning B Q. Development of the modified high Cr ferritic heat-resistant steel [J]. *Materials Research Innovations*, 2015, 19 (sup8): 813 – 818.
- [7] Dudziak T, Jura K, Polkowska A, et al. Steam oxidation resistance of advanced steels and Ni-based alloys at 700 °C for 1000 h [J]. *Oxidation of Metals*, 2018, 89 (5/6): 755 – 779.
- [8] 徐俊, 刘启明, 白英民, 等. 1000MW 超超临界燃煤机组二次再热技术现状及其市场前景分析 [J]. *东方电气评论*, 2015, 29(3): 85 – 88.
(Xu Jun, Liu Qi-ming, Bai Ying-min, et al. Current status and market prospect of secondary reheat technology for 1000 MW ultra supercritical coal-fired units [J]. *Dongfang Electric Review*, 2015, 29(3): 85 – 88.)
- [9] Jandová D, Kasl J. Microstructural changes in weld joint of COST F and FB2 steels after long term creep tests [J]. *Materials at High Temperatures*, 2017, 34(5/6): 482 – 491.
- [13] Abe F, Tabuchi M, Tsukamoto S. Mechanisms for boron effect on microstructure creep strength of ferritic power plant steels [J]. *Energy Materials*, 2009, 4(4): 166 – 174.
- [14] Semba H, Abe F. Alloy design and creep strength of advanced 9% Cr USC boiler steels containing high concentration of boron [J]. *Energy Materials*, 2006, 1(4): 238 – 244.
- [15] Fu J, Zhou S X, Wang P, et al. The effects of temperature on the kinetics of nitrogen removal from liquid steel [J]. *Journal of Materials Science & Technology*, 2001(3): 26 – 28.
- [16] 王振东, 曹孔健, 何纪龙. 感应炉冶炼 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2007: 260 – 290.
(Wang Zhen-dong, Cao Kong-jian, He Ji-long. Induction furnace smelting [M]. Beijing: Chemical Industry Publishing, 2007: 260 – 290.)
- [17] Gruszczuk A. The kinetics of nitrogen dissolution in levitation and arc-melted Fe-C-Mn filler metals [J]. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 2008, 26(2): 115 – 122.
- [18] Kadoguchi K, Sano M, Mori K. Rate of absorption of injected nitrogen in molten iron [J]. *Tetsu-to-Hagané*, 1985, 71(1): 70 – 77.
- [19] Mukawa S, Mizukami Y. Effects of pressure, sulfur and oxygen on the rate of decarburization from liquid steel [J]. *Tetsu-to-Hagané*, 2002, 88(4): 195 – 201.
- [20] 曹春磊, 张兴中, 周俐, 等. 新型高氮无镍不锈钢熔炼增氮效果分析 [J]. *钢铁研究学报*, 2013, 25(8): 16 – 18.
(Cao Chun-lei, Zhang Xing-zhong, Zhou Li, et al. Analysis of nitrogen enhancement effect of new high nitrogen nickel-free stainless steel smelting [J]. *Journal of Iron and Steel Research*, 2013, 25(8): 16 – 18.)