

# 基于物理建模法的加工中心主轴热误差建模

康程铭<sup>1</sup>, 赵春雨<sup>1</sup>, 付立新<sup>2</sup>

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 承德石油高等专科学校 机械工程学院, 河北 承德 067000)

**摘 要:** 针对主轴热误差对机床精度稳定性产生严重影响的问题, 提出了一种基于传热理论及热变形机理的主轴热误差预测模型。首先, 基于传热机理分析推导出主轴系统的实时温度场模型。然后, 根据机床结构尺寸对主轴热变形进行机理分析, 并利用物理建模法得到温度场与热误差的关系。最后, 在两台同类型的立式加工中心上进行主轴热误差仿真和实验验证。结果表明: 主轴热误差模型的平均预测精度达到了 95.0%, 这证明了该模型具有很高的精度和鲁棒性。

**关 键 词:** 主轴; 热误差; 热变形; 物理建模法; 鲁棒性

中图分类号: TH 161

文献标志码: A

文章编号: 1005-3026(2020)04-0528-06

## Thermal Error Modeling of Machining Center Spindle Based on Physical Modeling Method

KANG Cheng-ming<sup>1</sup>, ZHAO Chun-yu<sup>1</sup>, FU Li-xin<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Department of Mechanic Engineering, Chengde Petroleum College, Chengde 067000, China. Corresponding author: KANG Cheng-ming, E-mail: 578501944@qq.com)

**Abstract:** Aiming at the problem that the thermal error of spindles has a serious impact on the accuracy of machine tools, a thermal error prediction model based on heat transfer theory and thermal deformation mechanism was proposed. Firstly, the real-time temperature field model of the spindle system was derived from an analysis of the heat transfer mechanism. Then, the mechanism of the thermal deformation of the main shaft was analyzed according to the size of the machine tool, and the relationship between the temperature field and the thermal error was obtained with the physical modeling method. Finally, the thermal error simulation and experimental verification of the spindle were carried out on two vertical machining centers of the same type. The results showed that the average prediction accuracy of the spindle thermal error model reaches 95.0%, which proves that the model has high precision and robustness.

**Key words:** spindle; thermal errors; thermal deformations; physical modeling; robustness

机床的精度稳定性对加工工件影响很大, 而热误差是影响机床精度稳定性的最主要因素<sup>[1]</sup>。机床热误差是非常复杂且非线性, 如何减少机床热误差成为工业部门亟待解决的问题。减小机床热误差的方法主要有两种: 误差预防法和误差补偿法<sup>[2-3]</sup>。前者通过热对称设计、丝杠/螺母冷却和选取非热敏感材料等手段减少或消除机床热误差; 后者通过人为地制造新误差去抵消原始误差, 以实现热误差补偿。该方法不需改变机床结构, 具

有成本低、周期短的特点, 目前被广泛采用。

在热误差补偿技术中, 能够建立适应复杂工况且能精确预测机床热变形的热误差模型是进行误差补偿的关键和基础。一般常用的机床热误差建模方法有多元回归建模法、神经网络法、灰色理论、支持向量机、时间序列法等<sup>[4-8]</sup>。虽然上述方法能利用温度-热误差之间映射关系构建数学模型, 但它们没有考虑机床的实际物理结构, 这将导致模型在理论性和鲁棒性方面不足<sup>[9]</sup>, 造成在一

台机床建立的模型很难适用于同类型的其他机床. 近年来,随着有限元技术的不断发展,许多学者利用有限元软件分析机床热误差. 例如, Zhang 等<sup>[10]</sup>借助 ANSYS 软件对立式钻床中心的整机温度场和热变形进行了建模及优化设计研究. Babu 等<sup>[11]</sup>利用有限元模型分析并预测主轴箱的瞬态温度分布及热变形. 虽然有限元软件是一种解决工程问题的有力工具,但是它需要大量的计算时间,满足不了实时误差预测需要.

以上研究主要针对机床主轴轴向热变形建模,但对立柱热变形导致主轴发生轴向热漂移的研究还鲜有报道. 为了解决上述机床热误差建模存在的问题,本文提出一种新颖的机床主轴热误差建模方法. 首先对主轴进行热特性试验,然后基于热机理推导出主轴温度场并依据物理建模法得到温度场与热误差关系,最后通过仿真和试验来验证物理建模法的有效性.

### 1 机床温度场与热误差试验

以国内某数控机床制造企业生产的立式钻攻中心 Tc500R 的主轴为研究对象,试验选用雄狮公司 CPL290 回转误差分析仪测量主轴热变形. 电容式位移传感器被安装在两个标准球周围,并通过支架固定在工作台上,用于测量标准球运动(模拟刀具),如图 1 所示.

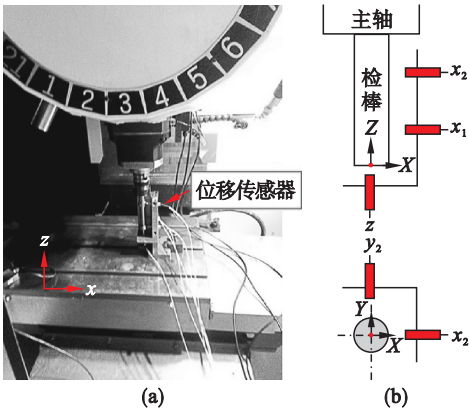


图1 实验装置与位移传感器布置

Fig. 1 Experimental device and displacement sensor arrangement  
(a)—实验装置;(b)—位移传感器.

为了实时测量机床温度数据,温度传感器选用 IST 公司 PT100 铂电阻温度传感器. 针对此机床热源和结构分析,选择在机床上布置 5 个测温点,用于检测主轴系统的温度场情况,具体测点分布如图 2 所示. 其中,T1 为主轴前端面,用于监测主轴温升;T2,T3 为主轴箱上、下两端面,用于

测量主轴箱温度;T4,T5 为立柱左、右两侧,用于监测立柱温升.

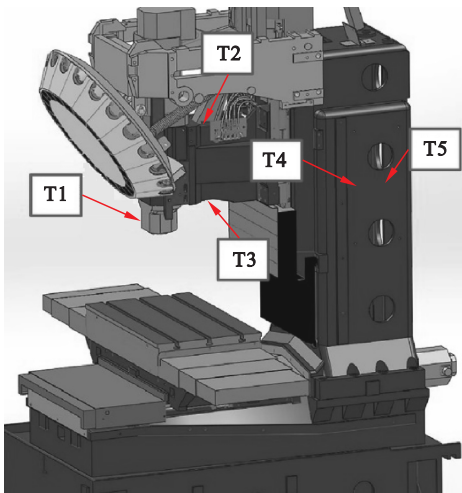


图2 主轴系统温度测点分布

Fig. 2 Temperature measurement point distribution of spindle system

考虑到不同转速下热误差与温度场变化情况不同,设计了两组不同主轴转速的试验. 分别在 6 000 和 14 000 r/min 恒定转速下,测试不同测点的瞬时温升和 Z 轴向热误差,如图 3 所示. 由图 3 可以看出,机床的不同部件具有不同的温升趋势. 热源附近的部件升温幅度较大,升温速度较快. 此外,随着机床温度的升高,主轴 Z 向热误差随之增大,这说明检棒正不断向下移动.

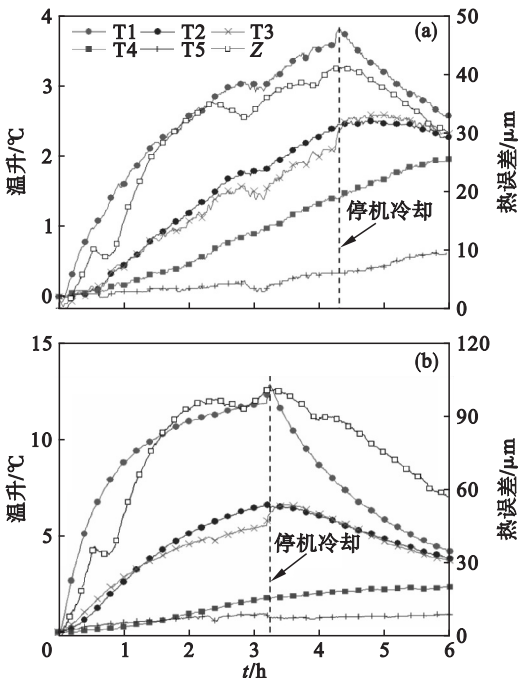


图3 主轴系统温度变化及 Z 向热误差

Fig. 3 Temperature change and Z-direction thermal error of spindle system  
(a)—6 000 r/min; (b)—14 000 r/min.

## 2 热误差模型的分析及建立

影响主轴加工精度的热误差主要是径向热漂移和轴向热膨胀. 假设主轴为刚体且不能弯曲, 因而可忽略主轴径向漂移误差. 本文利用物理建模法对主轴轴向热变形进行建模, 该方法的优点是基于传热机理预测主轴系统的温度场, 并依据本构方程设计了热误差模型; 因此, 该模型预测精度高, 鲁棒性强.

### 2.1 温度场模型

主轴系统由主轴、主轴箱、立柱等部分组成. 当主轴高速转动, 电机和轴承产生的热量流入主轴, 导致主轴及外壳温度升高, 而主轴温度升高后会向主轴箱和立柱进行热传导, 同时也会向周围的空气进行散热. 为了建立传热温度模型, 主轴系统被简化并被划分成 5 个区域, 如图 4 所示.

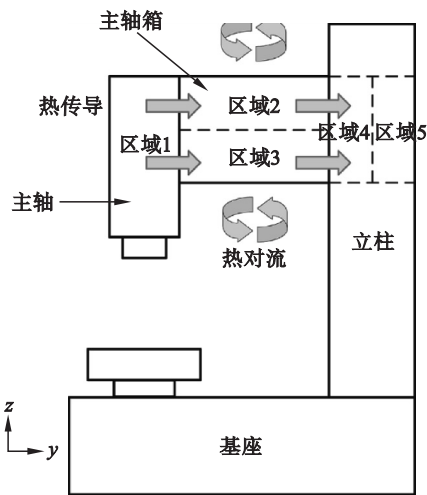


图 4 主轴系统传热模型

Fig. 4 Heat transfer model of spindle system  
由主轴温升机理可知, 主轴系统的热变化是

一个动态变化过程, 因此, 主轴系统的温度场也是动态变化的. 对于区域  $I$ , 其在某一时刻温度  $T_I$  可以表示为

$$T_I(t) = T_I(t-1) + \Delta T_g(t) - \Delta T_d(t) - \Delta T_c(t) \quad (1)$$

式中:  $\Delta T_g$  为主轴系统生热引起温升;  $\Delta T_d$  为主轴系统散热引起温度改变;  $\Delta T_c$  为主轴系统相邻区域热传导引起温度变化.

由图 3 可知转速对机械主轴热特性有显著影响. 对于区域  $I$ , 由主轴旋转引起的温度变化  $\Delta T_g$  为

$$\Delta T_g(t) = A_s \omega + B_s \omega T_I(t-1) \quad (2)$$

式中:  $A_s$  为生热系数;  $B_s$  为散热系数;  $\omega$  为主轴转速.

对于区域  $I$ , 主轴产生的热量被传递到空气而引起温度变化  $\Delta T_d$  为

$$\Delta T_d(t) = C_s T_I(t-1) \quad (3)$$

式中  $C_s$  为散热系数.

由于主轴系统存在温度差将导致热传导发生在两个相邻部件之间. 对于区域  $I$ , 热传导到邻近区域  $i$  而引起温度变化  $\Delta T_c$  为

$$\Delta T_c(t) = \sum k_{I-i} \cdot (T_I(t-1) - T_i(t-1)) \quad (4)$$

式中:  $k_{I-i}$  为导热系数, 例如:  $I-i: 1-2, 1-3$ .

### 2.2 热误差模型

主轴系统各区域的实时温升可由上述公式推出, 而这些区域的膨胀和收缩可以根据该区域的温度变化来计算. 如图 5 所示, 主轴与立柱升温后会沿其长度方向发生热变形, 此时, 立柱接近热源一侧升温速率明显高于另一侧(图 3). 这将导致立柱左右两侧膨胀量不同而发生热倾斜, 使得刀头偏离原来垂直位置, 引起主轴轴向热漂移. 因此, 本文将研究立式加工中心主轴轴向热漂移建模.

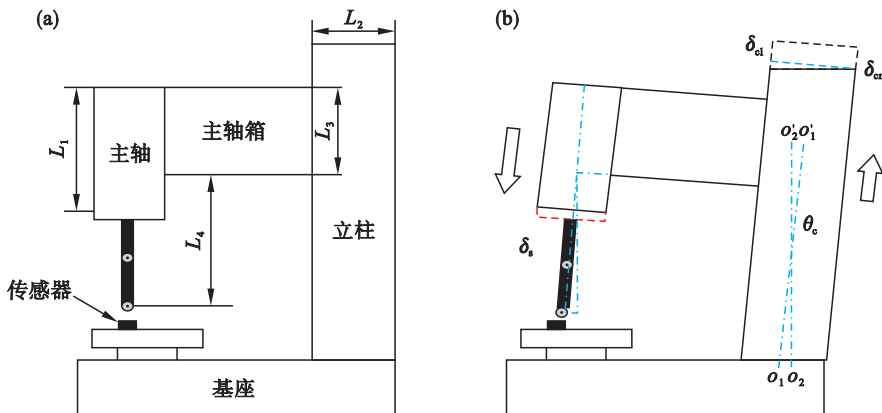


图 5 实验原理

Fig. 5 Experimental principle  
(a) — 主轴初始热稳态; (b) — 主轴轴向热变形.

由图3可知, 主轴温升变化遵循与轴向热误差相似的趋势. 这说明温度和热变形之间存在线性关系. 主轴热伸长为

$$\delta_s(t) = \alpha_s \cdot \alpha \Delta T_1(t) L_1 + \beta_s. \quad (5)$$

式中:  $\alpha$  为材料线膨胀系数;  $L_1$  为主轴长度;  $\Delta T_1$  为主轴温升;  $\alpha_s$  和  $\beta_s$  是方程待定系数.

由于立柱受机床的热效应影响将发生变形, 导致立柱左右两侧温度不同, 但温度场是连续且线性的. 也就是说, 立柱的热膨胀与温度线性相关. 立柱左右两侧热膨胀为

$$\delta_{cl}(t) = \alpha_{cl} \cdot \alpha \Delta T_4(t) L_3 + \beta_{cl}, \quad (6)$$

$$\delta_{cr}(t) = \alpha_{cr} \cdot \alpha \Delta T_5(t) L_3 + \beta_{cr}. \quad (7)$$

式中:  $\alpha_{cl}$ ,  $\alpha_{cr}$ ,  $\beta_{cl}$  和  $\beta_{cr}$  是待辨识系数;  $L_3$  是主轴箱高度;  $\Delta T_4$  和  $\Delta T_5$  为立柱温升.

由图5可知, 立柱受热后倾斜角可以通过三角形比例关系获得

$$\theta_c(t) = \arctan \frac{\delta_{cl}(t) - \delta_{cr}(t)}{L_2}. \quad (8)$$

式中  $L_2$  是立柱宽度.

由于主轴系统存在热倾斜变形, 主轴热变形值对加工精度的影响随着刀具长度而变化, 即

$$\delta_z(t) = \delta_s(t) + \delta_{cl}(t) + L_4 \times \sin \theta_c(t). \quad (9)$$

式中,  $L_4$  是主轴箱底部与传感器之间距离, 即刀具长度.

### 2.3 模型参数优化

在2.1节和2.2节的主轴系统温度场和热误差模型中, 有一些未知参数需要辨识. 其中, 主轴系统每个区域的发热系数、散热系数和热传导系数可以通过各自温升曲线拟合确定. 而主轴热伸长  $\delta_s$ 、立柱左右两侧热膨胀  $\delta_{cl}$  和  $\delta_{cr}$  可以通过反向推导主轴热误差数据来获得. 因此, 关于式(5)~式(7)所对应的因变量  $\Delta T_i$  ( $i=1, 4, 5$ ) 和自变量  $\delta_s$ ,  $\delta_{cl}$  和  $\delta_{cr}$  都能被确定. 采用最小二乘法对参数进行优化, 其优化目标方程为

$$\Delta = \sum_{m=1}^n (E_t(m) - E_c(m))^2. \quad (10)$$

式中:  $E_t$  是第  $m$  次热误差测试的测量值;  $E_c$  是第  $m$  次热误差测试的计算值.

## 3 模型验证

### 3.1 仿真

为了验证所提模型是否有效地预测机床的热误差, 本文使用 1stOpt 软件进行仿真, 仿真流程图如图6所示. 设主轴长度  $L_1 = 390$  mm, 立柱宽度  $L_2 = 310$  mm, 主轴箱高度  $L_3 = 275$  mm, 主轴

箱底部与传感器之间距离  $L_4 = 236$  mm.

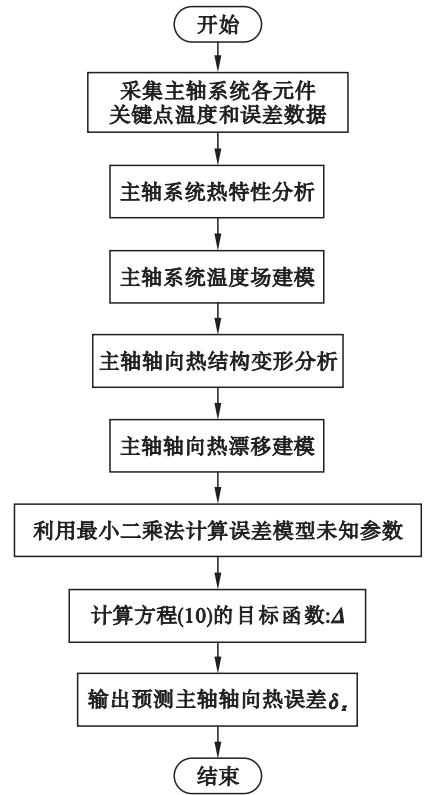


图6 主轴热误差建模流程图

Fig. 6 Flow chart of spindle thermal error modeling

本文模型预测温度与试验结果的对比效果如图7所示. 由图7可知, 两者轮廓吻合得比较好, 这验证了本模型的有效性. 主轴热误差模型预测与试验结果的对比如图8所示, 为了评价模型热误差预测能力, 引入热误差预测模型评价参数, 包括均方根误差 RMSE、相关系数  $R$  和预测能力  $\eta$  [12], 计算公式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{n}}, \quad (11)$$

$$R = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y}_j)^2}, \quad (12)$$

$$\eta = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n |y_j - \hat{y}_j|}{\sum_{j=1}^n |y_j|}. \quad (13)$$

式中:  $n$  为样本数;  $y_j$  为实验测量值;  $\hat{y}_j$  为模型预测值;  $\bar{y}_j$  为实验平均值.

热误差预测模型的优劣评价参数如表1所示, 从中可以看出, 两组试验热误差预测模型的 RSME 为 2.07, 6.13,  $R$  为 0.983, 0.971 和  $\eta$  为



94.7%,93.1%.说明热误差模型预测精度较高,且拟合能力较强.

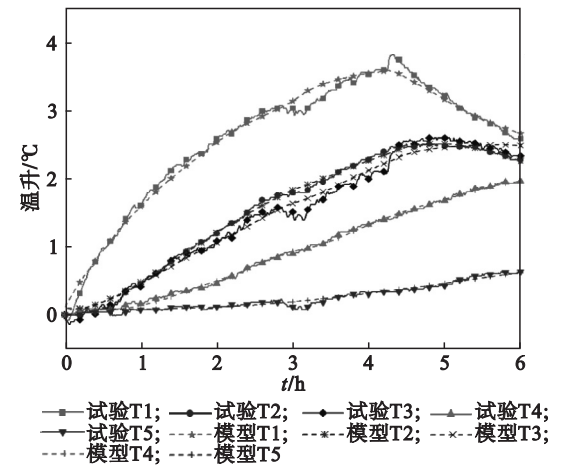


图 7 主轴转速 6 000 r/min 时的温度预测结果  
Fig. 7 Temperature prediction results at 6 000 r/min

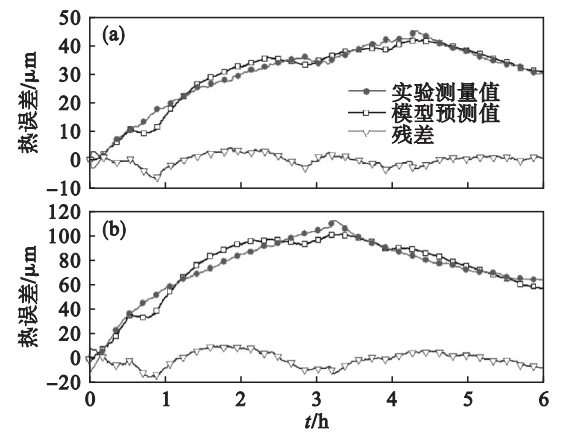


图 8 热误差预测与实验结果比较  
Fig. 8 Comparison of thermal error between predicted results and experimental data  
(a)—6 000 r/min; (b)—14 000 r/min.

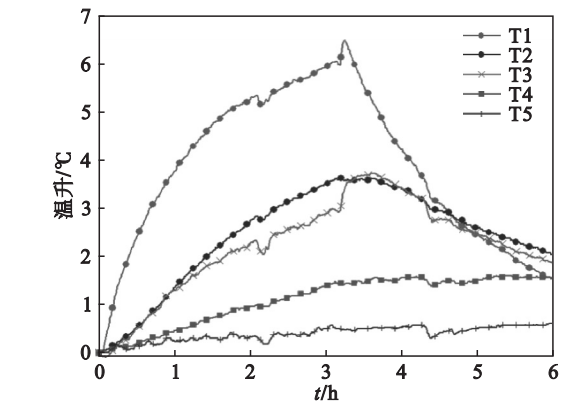


图 10 10 000 r/min 时的温度和误差预测结果  
Fig. 10 Temperature rise and error prediction results at 10 000 r/min

3.2 验证

对于同类型不同个体的机床,由于加工、装配、润滑等不同,热误差可能存在一定的差别.为了体现模型对同类型不同个体机床特性的鲁棒性,本文在另一台加工中心进行试验验证.试验采用与第 1 节相同的测量仪器,传感器布置参考 Tc500R 测点的位置.为了模拟主轴实际工作生热变形情况,让其在两种不同工作条件下进行热特性测试:在实验 1 中,主轴以 10 000 r/min 的转速工作 3.5 h 并停机冷却 2.5 h;在实验 2 中,主轴依据图 9 所示的速度图谱进行转动.

图 10 与图 11 为主轴系统温升和热误差预测结果.通过图 10 和表 1 可以看出,预测残差分布范围为  $-6.01 \sim 5.30$ .从拟合效果来看,该模型的拟合残差为 4.1%,这说明模型预测效果很好.从图 11 和表 1 可以看出,该模型的拟合残差为 3.6%,这证明模型对机床不同运动状态的鲁棒性很好.

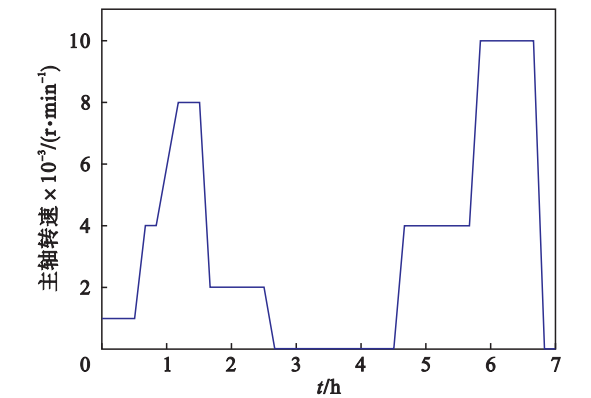


图 9 主轴阶梯转速谱  
Fig. 9 Step speed spectrum of spindle

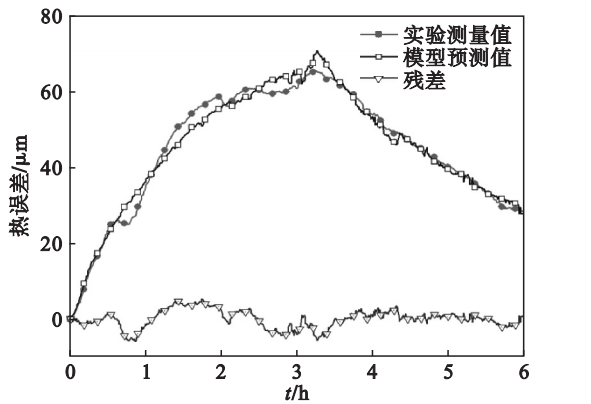


图 10 10 000 r/min 时的温度和误差预测结果  
Fig. 10 Temperature rise and error prediction results at 10 000 r/min

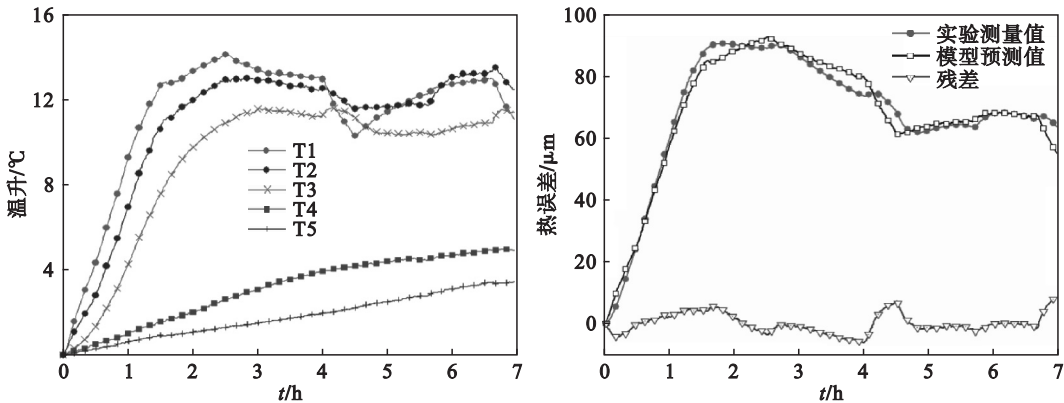


图 11 阶梯转速的温升和误差预测结果  
Fig. 11 Temperature rise and error prediction results of step speed

表 1 热误差拟合优度参数  
Table 1 Parameters for fitting performance of thermal error

$n/(\text{r}\cdot\text{min}^{-1})$	残差范围/ $\mu\text{m}$	RMSE/ $\mu\text{m}$	$R$	$\eta/\%$
6 000	-6.88 ~ 4.28	2.07	0.983	94.7
10 000	-6.01 ~ 5.30	2.35	0.987	95.9
14 000	-14.77 ~ 10.51	6.13	0.971	93.1
随机	-6.19 ~ 8.59	1.56	0.988	96.4

4 结 论

1) 基于摩擦热、热对流和热传导理论建立了传热温度场模型,并基于本构方程设计出主轴热误差模型.该建模方法不但能实时记录主轴系统的温度场变化,而且能计算立柱热膨胀引起的主轴轴向热漂移.

2) 仿真和试验结果表明,在不同机床个体、不同工况条件下,热误差预测模型的精度仍能达 93% 以上,这验证了本文模型的可行性.

参考文献:

[1] Ramesh R, Mannan M A, Poo A N. Error compensation in machine tools—a review. Part II: thermal errors [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2000, 40(9): 1257–1284.

[2] Liu K, Liu Y, Sun M J, et al. Spindle axial thermal growth modeling and compensation on CNC turning machines [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 87(5/6/7/8): 2285–2292.

[3] Kang C M, Zhao C Y, Liu K, et al. Comprehensive compensation method for thermally induced error of a vertical drilling center [J]. *Transactions of Canadian Society for Mechanical Engineering*, 2018, 43(1): 92–101.

[4] 雷春丽,芮执元.基于多元自回归模型的主轴热误差建模与预测[J].机械科学与技术,2012,31(9):1526–1529. (Lei Chun-li, Rui Zhi-yuan. Thermal error modeling and forecasting based on multivariate autoregressive model for motorized spindle [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2012, 31(9): 1526–1529.)

[5] 张宏韬,杨建国. RBF 网络在线建模方法在热误差实时补偿技术中的应用[J].上海交通大学学报,2009,43(5):

807–810.

(Zhang Hong-tao, Yang Jian-guo. Application of online modeling method based on RBF network in real time thermal error compensation [J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2009, 43(5): 807–810.)

[6] Yan J Y, Yang J G. Application of synthetic grey correlation theory on thermal point optimization for machine tool thermal error compensation [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, 43(11/12): 1124–1132.

[7] 林伟青,傅建中,陈子辰,等.数控机床热误差的动态自适应加权最小二乘支持矢量机建模方法[J].中国机械工程学报,2009,45(3):178–182. (Lin Wei-qing, Fu Jian-zhong, Chen Zi-chen, et al. Modeling of NC machine tool thermal error based on adaptive best-fitting WLS-SVM [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(3): 178–182.)

[8] Li Y X, Tong H C, Cao H T, et al. Application of time series analysis to thermal error modeling on NC machine tool [J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2006, 38(2): 74–78.

[9] Li J W, Zhang W J, Yang, G S, et al. Thermal-error modeling for complex physical systems: the-state-of-arts review [J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, 42: 168–179.

[10] Zhang J F, Feng, P F, Chen C, et al. A method for thermal performance modeling and simulation of machine tools [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2013, 68: 1517–1527.

[11] Babu S R, Raja V P, Thyla P R, et al. Prediction of transient thermos-mechanical behavior of the headstock assembly of a CNC lathes [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2014, 74: 17–24.

[12] 孙志超,候瑞生,陶涛,等.数控车床综合热误差建模及工程应用[J].哈尔滨工业大学学报,2016,48(1):107–113. (Sun Zhi-chao, Hou Rui-sheng, Tao Tao, et al. Comprehensive thermal error modeling for NC lathe in engineer application [J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2016, 48(1): 107–113.)