

# 牙科氧化锆陶瓷微尺度磨削力研究

周云光, 董彪, 岳新伟, 谭雁清  
(东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

**摘 要:** 基于带有圆弧刃角的圆锥状磨粒形状和突出高度服从瑞利分布的假设, 建立单颗磨粒未变形切削厚度数学模型. 根据微磨削力的三种不同来源, 以单颗磨粒为研究对象, 建立磨削过程中单颗磨粒的切削变形力、耕犁力和摩擦力理论模型. 结合单位面积内的磨粒数目, 建立微磨削力的理论模型. 切向磨削力和法向磨削力预测模型的验证结果表明: 切向磨削力理论值与实验值平均误差为 7.32%, 最大误差小于 10%; 法向磨削力的平均误差为 8.18%, 最大误差小于 20%.

**关 键 词:** 氧化锆陶瓷; 微尺度磨削; 磨削力; 磨削力预测; 磨削力理论模型

中图分类号: TH 161      文献标志码: A      文章编号: 1005-3026(2020)04-0557-06

## Micro-scale Grinding Force of Dental Zirconia Ceramics

ZHOU Yun-guang, DONG Biao, YUE Xin-wei, TAN Yan-qing  
(School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China.  
Corresponding author: ZHOU Yun-guang, E-mail: zhouyunguang123@126.com)

**Abstract:** Based on the assumption that the shape of conical abrasive with circular edge angles and the protrusion height follow Rayleigh distribution, a mathematical model of undeformed cutting thickness of a single abrasive was established. According to three different sources of the micro-grinding force, a single abrasive was taken as the research object, and a theoretical model of cutting deformation force, plough force and friction force of single abrasive during the grinding process was established. A theoretical model of micro-grinding force was established by combining the number of abrasive per unit area. The verification results of tangential grinding force and normal grinding force prediction models showed that the average error between theoretical and experimental values of tangential grinding force is 7.32%, and the maximum error is less than 10%. The average error of normal grinding force is 8.18%, and the maximum error is less than 20%.

**Key words:** zirconia ceramic; micro-scale grinding; grinding force; prediction of grinding force; theoretical model of grinding force

随着科学技术和生活水平的提高,人们对口腔修复材料的性能有了更高的要求.氧化锆陶瓷在强度和韧性上都有不错的表现,且抗磨损,具有良好的生物相容性等,这使其在口腔修复领域得到了广泛应用.目前义齿加工主要采用微铣削加工技术,其加工效果并不理想,加工表面质量差.因此,将微磨削技术引入氧化锆陶瓷加工领域,可以显著提高陶瓷义齿的表面质量.对微磨削力的研究,有利于认识微磨削加工过程.磨削力作为研

究磨削过程的重要参量,由微磨棒与工件接触后发生的弹性变形、塑性变形、磨屑形成以及磨粒与工件之间的摩擦引起.

目前,在微磨削力方面,国内外研究人员开展了理论和试验研究,并取得了一定成果.Li等<sup>[1]</sup>建立了磨削YAG单晶时考虑砂轮表面磨粒尺寸非均匀分布的磨削力模型,模型预测值与试验结果具有很好的一致性.Perveen<sup>[2]</sup>通过硬脆材料的微磨削试验,分析了微磨削工艺参数对微磨削力

的影响. Park<sup>[3]</sup>假设磨粒形状为球形,建立了单颗磨粒的微磨削力理论模型,并针对硬脆材料开展了微磨削力的试验研究,分析了磨削参数对微磨削力的影响规律. Park 等<sup>[4]</sup>建立了考虑耕犁作用和摩擦影响的新型磨削力和温度预测模型,并对该模型进行了试验验证,结果显示该模型可在一定程度上达到预测作用. Hecker 等<sup>[5]</sup>从磨粒的分布和突出高度出发,得出了全新的未变形磨削厚度的表达式,并结合硬度测试建立了微磨削力的预测模型. 温雪龙等<sup>[6]</sup>以铝合金 Al6061 为研究对象,推导了微磨削的力-热特性理论模型,分析了磨削参数对微磨削力的影响规律. 郎献军等<sup>[7]</sup>考虑服从瑞利分布的突出高度,假设磨粒形状为圆锥状,推导了未变形磨削厚度的数学表达式,并建立了微磨削力预测模型,且对模型进行了试验验证.

在微磨削加工过程中,磨削力是研究磨削过程的重要参量,会产生残余应力,影响磨削表面质量,造成亚表面损伤,这关系到义齿的疲劳性能和使用寿命. 因此,牙科氧化锆陶瓷材料微磨削过程中磨削力的研究有着重要的意义.

鉴于上述原因,本文建立了牙科氧化锆陶瓷微磨削过程中的磨削力数学模型,并进行了验证.

## 1 微尺度磨削力数学模型的建立

### 1.1 未变形切削厚度研究

氧化锆陶瓷属于硬脆材料,本文采用表层电镀金刚石磨粒的微磨棒对氧化锆陶瓷进行微尺度磨削加工. 国内外诸多学者在微尺度磨削力建模研究方面做了许多理想化假设,如 Park 等<sup>[4]</sup>假设磨粒形状为球形,并且假定磨粒在微磨棒表面的突出高度是平均的. 在实际的微磨削加工中,磨粒在微磨棒表面的分布是杂乱无章高低不同的,因此,平均突出高度的假设与实际加工情况不符. Hecker 等<sup>[5]</sup>假设磨粒突出高度服从瑞利分布. 本文假设金刚石磨粒为更接近实际的、带有圆弧刃角的圆锥状磨粒,同样假设磨粒突出高度分布的概率密度函数近似为瑞利分布. 图 1 为磨粒突出高度的概率密度分布图.

瑞利分布的函数表达式为

$$f(h) = \begin{cases} (h/\beta^2)e^{-h^2/2\beta^2}, & h \geq 0; \\ 0, & h < 0. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $h$  表示参与磨削的磨粒实时突出高度; $\beta$  表示确定瑞利分布的未知变量.

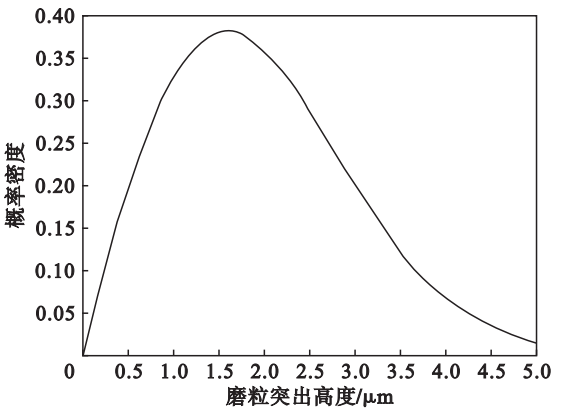


图 1 磨粒突出高度分布的概率  
Fig. 1 Probability of the distribution of abrasive protrusion height

如果  $\beta$  可以确定下来,那么磨粒突出高度的概率密度函数也就可以确定了. 通过计算可知,瑞利分布的期望值为

$$E(h) = \int_0^\infty hf(h)dh = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\beta. \quad (2)$$

考虑到微磨棒上磨粒的实际形状,为了计算磨粒的突出高度,现作以下三点假设:

- 1) 磨粒形状为圆锥状,并且带有圆弧尖面,平均锥角为  $2\theta$ ;
- 2) 磨棒上所有突出磨粒都参与磨削,并且切除材料;
- 3) 磨粒圆角半径约等于磨粒的切削深度.

基于上述三点假设, $\beta$  的值不易确定下来,但可以从微磨削加工过程中材料去除率的关系来确定  $E(h)$  的值. 图 2 为单颗磨粒切除工件材料的横截面示意图,其面积  $A_{ch}$  的期望值为

$$E(A_{ch}) = E(h^2) \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan\theta \right). \quad (3)$$

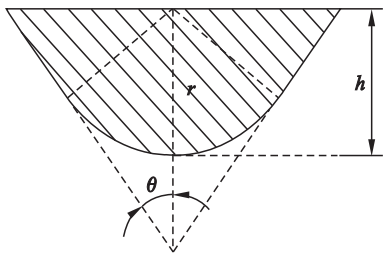


图 2 单颗磨粒切削横截面示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of cutting cross-section of single abrasive

从而可以得到磨粒去除切屑的总横截面面积  $A_{total}$  的期望值为

$$E(A_{total}) \approx N_d E(A_{ch}) = N_d E(h^2) \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan\theta \right). \quad (4)$$

式中： $N_d$  表示磨削接触区的接触弧长内参与磨削的磨粒数目，常取  $N_d = bl_c C$ 。其中， $C$  表示微磨棒单位面积上参与切削磨粒数目； $l_c = \sqrt{a_p d_s}$  表示微磨棒与工件材料之间的接触弧长， $a_p$  表示磨削深度， $d_s$  表示微磨棒直径； $b$  表示磨削的接触宽度。图 3 为单颗磨粒材料去除的几何模型。

从材料去除率的角度出发，宏观材料的磨削去除率和微观去除体积率应基本相等，因此可以得到：

$$E(A_{\text{total}}) = ba_p v_w. \tag{5}$$

式中， $v_w$  表示工件材料进给速度。

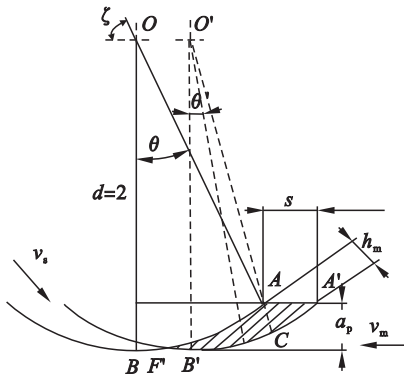


图 3 单颗磨粒材料去除几何模型

Fig. 3 Geometric model of single abrasive material removal

由式(4)和式(5)可得

$$E(h^2) = \frac{a_p v_w}{v_s l_c C \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan \theta \right)}. \tag{6}$$

根据瑞利分布可得：

$$E(h^2) = \int_0^\infty h^2 f(h) dh =$$

$$\int_0^\infty (h^3/\beta^2) e^{-h^2/2\beta^2} dh = 2\beta^2. \tag{7}$$

因此，由式(6)和式(7)可得

$$\beta = \sqrt{\frac{a_p v_w}{2 v_s l_c C \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan \theta \right)}}. \tag{8}$$

所以，接触弧区内磨粒的平均突出高度即未变形磨削厚度为

$$E(h) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \beta = \sqrt{\frac{\pi a_p v_w}{4 v_s l_c C \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan \theta \right)}}. \tag{9}$$

### 1.2 微尺度磨削力模型的建立

与传统的磨削过程相比，微磨削的磨削深度比磨粒半径要小，并且磨粒的尺寸与整个磨具的尺寸比例变大。因此，采用单颗磨粒切削工件来分析微磨削过程中受力情况更加符合实际情况。国外有些研究<sup>[8]</sup>认为，微磨削力主要有两部分，即切削变形力和耕犁力，且认为两者的分析过程是互不影响的。李力钧等<sup>[9]</sup>将磨削力分为切削变形力和摩擦力，并建立了相应的磨削力模型。本文建立了如下模型：

$$\left. \begin{aligned} f_t &= f_{tc} + f_{tpg} + f_{tcf}, \\ f_n &= f_{nc} + f_{npg} + f_{ncf}. \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

式中： $f_t$  表示切向力； $f_n$  表示法向力； $f_{tc}$  表示由切削变形所引起的切向力； $f_{nc}$  表示由切削变形所引起的法向力； $f_{tpg}$  表示由耕犁滑擦所引起的切向力； $f_{npg}$  表示由耕犁滑擦所引起的法向力； $f_{tcf}$  表示由切削摩擦所引起的切向力； $f_{ncf}$  表示由切削摩擦所引起的法向力。

#### 1.2.1 单颗磨粒切削变形力的数学模型

切削变形力计算示意图如图 4 所示。

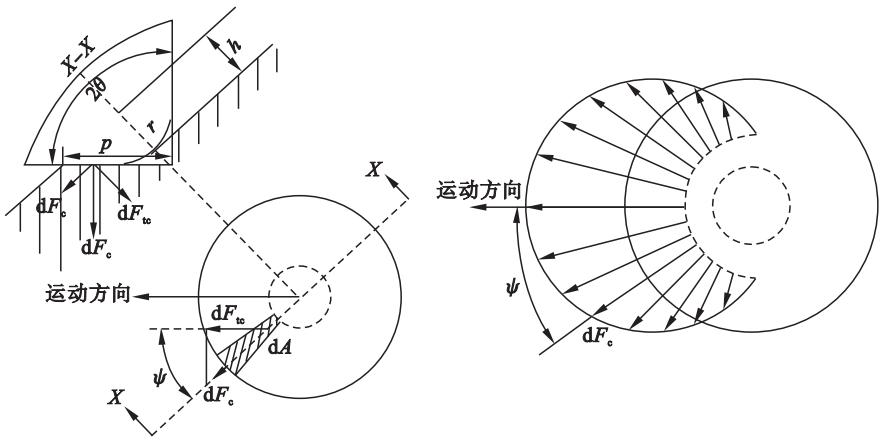


图 4 单颗圆锥磨粒切削变形力计算示意图

Fig. 4 Schematic diagram of chip deformation force calculation for single conical abrasive

$X-X$  截面微元上的切削变形力  $dF_c$  为

$$dF_c = F_p dA \cos \theta \cos \psi. \tag{11}$$

$X$  方向接触微元面积  $dA$  为

$$dA = \frac{1}{2}[\rho^2 - (r \cot \theta)^2] \sin \theta d\psi. \quad (12)$$

式中:  $F_p$  表示单位磨削力,

$$F_p = \frac{6K}{\pi \cos \theta} \left( \omega^2 \frac{v_w}{v_s} \sqrt{\frac{d_w + d_s}{d_w d_s}} a_p \right)^{\varepsilon}; \quad (13)$$

$\psi$  表示  $X$  方向与切削方向之间的夹角;  $\rho$  表示磨粒圆锥面和工件接触的理论母线长.

由式(11)和式(12)可得

$$dF_c = 0.5 F_p \sin \theta \cos \theta \cos \psi [\rho^2 - (r \cot \theta)^2] d\psi. \quad (14)$$

圆锥磨粒  $X$  方向微元上切削的切向变形力  $dF_{tc}$  和法向变形力  $dF_{nc}$  分别为

$$dF_{tc} = dF_c \cos \theta \cos \psi = 0.5 F_p \sin \theta \cos^2 \theta \cos^2 \psi [\rho^2 - (r \cot \theta)^2] d\psi, \quad (15)$$

$$dF_{nc} = dF_c \sin \theta = 0.5 F_p \sin^2 \theta \cos \theta \cos \psi [\rho^2 - (r \cot^2 \theta)^2] d\psi. \quad (16)$$

由图 4 可知,  $\psi$  的取值范围为  $[-\pi/2, \pi/2]$ , 以  $\psi$  为变量对式(15)和式(16)进行积分可得圆锥磨粒切向切削变形力  $f_{tc}$  和法向切削变形力  $f_{nc}$  分别为

$$f_{tc} = \frac{\pi}{4} F_p \sin \theta \cos^2 \theta [\rho^2 - (r \cot \theta)^2], \quad (17)$$

$$f_{nc} = F_p \sin^2 \theta \cos \theta [\rho^2 - (r \cot \theta)^2]. \quad (18)$$

考虑到  $\rho$  与  $r$  (即  $h_c = E(h)$ , 磨粒的平均突出高度即未变形磨削厚度) 的几何关系, 可得

$$f_{tc} = \frac{\pi}{4} F_p \frac{h_c^2}{\sin \theta} (1 - \cos^4 \theta), \quad (19)$$

$$f_{nc} = F_p h_c^2 \left( \frac{1}{\cos \theta} - \cos^3 \theta \right). \quad (20)$$

### 1.2.2 单颗磨粒耕犁力的数学模型

在微磨削过程中, 当磨粒的切削深度小于最小成屑厚度时, 工件材料仅产生了塑性变形而没有发生切削过程, 这种现象称之为耕犁. 目前已有研究表明耕犁力会受到微尺度加工的尺寸效应影响. 可以通过布尔硬度测试来求得该过程中产生的应力<sup>[10]</sup>. 布氏硬度 HB 是载荷  $F_b$  与压痕面积的比值:

$$HB = \frac{2F_b}{\pi D(D - \sqrt{D^2 - b^2})}. \quad (21)$$

式中:  $D$  表示压球的直径;  $b$  表示压痕的直径.

根据 Park 等<sup>[4]</sup>的研究理论, 耕犁力的计算过程如下:

切向耕犁力:

$$f_{tpg} = F_b (\cos \alpha - \mu_p \sin \alpha). \quad (22)$$

法向耕犁力:

$$f_{npg} = F_b (\sin \alpha - \mu_p \cos \alpha). \quad (23)$$

式中,  $\mu_p$  表示耕犁摩擦系数<sup>[11]</sup>,

$$\mu_p = \frac{2}{\pi} \left( \frac{w}{2r_g} \right)^{-2} \sin^{-1} \left( \frac{w}{2r_g} \right) - \frac{2}{\pi} \left[ \left( \frac{w}{2r_g} \right)^{-2} - 1 \right]^{1/2}. \quad (24)$$

其中:  $w$  表示变形区域的宽度;  $r_g$  表示磨粒的半径.

### 1.2.3 单颗磨粒摩擦力的数学模型

当切屑沿磨粒的等效前刀面流出时, 工件材料和磨粒发生相对移动, 如图 5 所示. 同时, 工件与磨粒之间也存在着正压力, 所以此处的摩擦力是必须要考虑的.

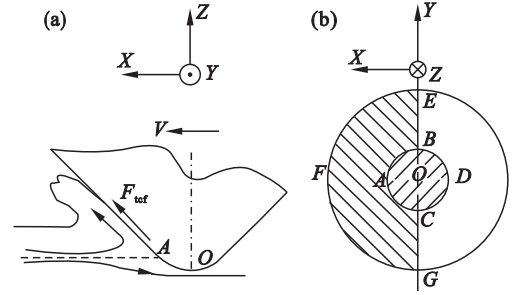


图 5 磨粒滑擦工件接触面积示意图

Fig. 5 Schematic diagram of contact area of abrasive sliding parts

(a)—磨粒滑擦侧视图; (b)—磨粒俯视图.

若  $X$  方向上的正压力为  $df_{tc}$ , 则该处摩擦力为  $\mu df_{tc}$ , 积分可得前刀面上摩擦力的切向分力  $f_{tcf}$  和法向分力  $f_{ncf}$  分别为

$$f_{tcf} = -\frac{\pi}{4} \mu F_p \frac{h_c^2}{\sin \theta} (1 - \cos^4 \theta), \quad (25)$$

$$f_{ncf} = \mu F_p h_c^2 \left( \frac{1}{\cos \theta} - \cos^3 \theta \right). \quad (26)$$

式中, 摩擦因数为  $\mu = \frac{D_s v_s r}{4 F_n v_w} + \delta$ .

### 1.3 磨削接触区内微磨削力的数学模型

在微尺度磨削过程中, 切向微磨削力等于磨削区内所有参与切削的磨粒的切向微磨削力之和. 同理, 法向微磨削力也是如此.

磨削区内的磨粒数目为

$$N_d = \int_0^{l_c} b C dl = b l_c C. \quad (27)$$

由此, 可以得到切向微磨削力  $F_t$  和法向微磨削力  $F_n$  分别为

$$F_t = N_d (f_{tc} + f_{tpg} + f_{tcf}) = \frac{(1 - \mu) F_p b \pi^2 a_p v_w (1 - \cos^4 \theta)}{16 v_s \sin \theta \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan \theta \right)} + b \sqrt{a_p d_s} C F_b (\cos \alpha - \mu_p \sin \alpha).$$



$$F_n = N_d (f_{nc} + f_{npg} + f_{ncf}) =$$
$$\frac{(1 + \mu) F_p b \pi a_p v_w \left( \frac{1}{\cos \theta} - \cos^3 \theta \right)}{4 v_s \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \tan \theta \right)} +$$
$$b \sqrt{a_p d_s} C F_b (\sin \alpha + \mu_p \cos \alpha). \quad (28)$$

2 微磨削力数学模型试验验证

2.1 试验条件

试验机床: JX - 1A 型精密微尺度磨削机床如图 6a 所示;测力仪器:德国 FC - k3d60 型测力仪如图 6b 所示;试验刀具:刀柄直径为 3 mm,磨头直径为 0.9 mm,表层电镀 500#金刚石磨粒的微型磨棒,如图 6c 所示;试验材料:牙科氧化锆陶瓷.

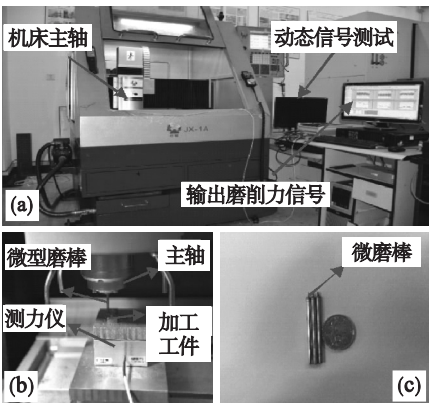


图 6 微磨削试验装置

Fig. 6 Micro-grinding test equipment

(a)—微尺度加工机床;(b)—测力仪;(c) - 微磨削刀具.

2.2 试验方案

为了验证本文所建磨削力理论模型的准确性,随机选取了 4 组试验参数,试验方案如表 1 所示.

2.3 微磨削力模型的验证

为了验证氧化锆陶瓷微尺度磨削力的理论模

表 1 微磨削力模型验证试验的磨削参数  
Table 1 Grinding parameters of micro-grinding force model verification test

试验序号	$n_s / (r \cdot \min^{-1})$	$a_p / \mu m$	$v_w / (\mu m \cdot s^{-1})$
1	60 000	3	70
2	40 000	9	20
3	50 000	6	170
4	40 000	12	70

型的准确性,将表 1 中的每组试验参数独立进行了 5 次试验,将 5 次试验所测结果取平均值得到该参数下的切向力  $F_t$  和法向力  $F_n$ . 将表 1 中磨削参数代入微尺度磨削力的理论公式(28),计算出微尺度磨削力理论值  $F_{t理论}$  和  $F_{n理论}$ ,其与试验值的大小如表 2 所示.

表 2 试验测得及模型计算的磨削力  
Table 2 Grinding force measured by test and calculated model

试验序号	$F_{t试验}$	$F_{t理论}$	$F_{n试验}$	$F_{n理论}$
1	177	191	393	471
2	254	277	906	893
3	309	331	829	762
4	288	303	985	952

图 7 为表 1 中 2 号试验所测得的磨削力信号.图 8 为切向和法向磨削力中理论值和试验值的比较.4 组试验切向微磨削力理论值与试验值的相对误差依次为 7.91% , 9.06% , 7.12% 和 5.21% ;法向微磨削力理论值与试验值的相对误差依次为 19.85% , 1.43% , 8.08% 和 3.35% .图 9 为切向和法向微磨削力理论值与试验值误差比较.

从图 9 可以看出,该模型的切向磨削力平均误差为 7.32% ,法向磨削力平均误差为 8.18% ,最大误差不超过 20% ,在可接受的范围内.此外,随着磨削参数的变化,该理论模型的切向和法向微磨削力计算值与测量值的变化趋势一致.

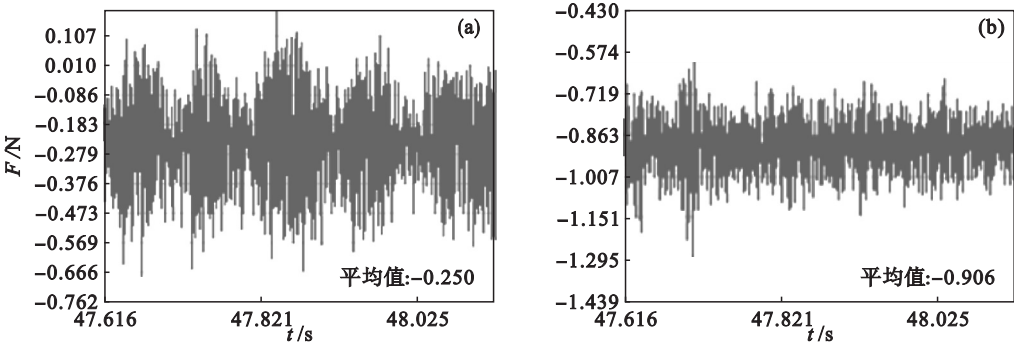


图 7 切向和法向微磨削力信号

Fig. 7 Tangential and normal micro-grinding force signals

(a)—切向;(b)—法向.

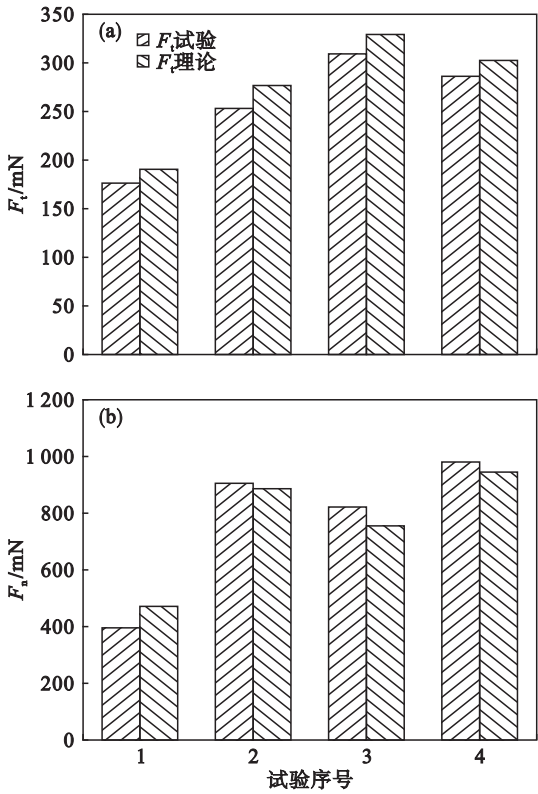


图 8 磨削力理论值和试验值比较

Fig. 8 Comparison of theoretical and experimental values of grinding forces  
(a)— $F_t$ ; (b)— $F_n$ .

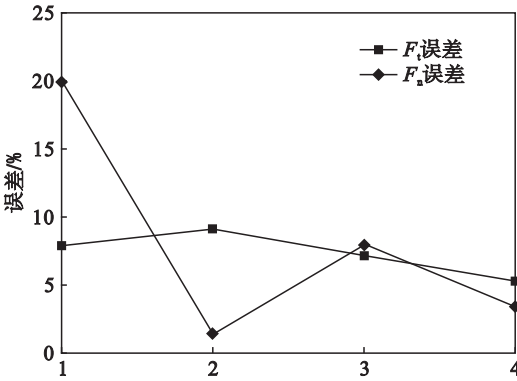


图 9 切向、法向微磨削力试验值和理论值误差比较  
Fig. 9 Error comparison between experimental and theoretical values of tangential and normal micro-grinding forces

3 结 论

1) 本文建立了磨粒突出高度服从瑞利分布的单颗磨粒未变形切削厚度理论模型,并以单颗

磨粒为研究对象,建立了磨削过程中单颗磨粒的切削变形力、耕犁力和摩擦力理论模型。

2) 建立了牙科氧化锆陶瓷微尺度磨削过程中的磨削力理论模型。通过试验验证得出切向磨削力理论值与实际值平均误差为 7.32%,法向磨削力的最大误差小于 20%,所建立的微磨削力理论模型具有一定的工程意义。

参考文献:

[1] Li C, Li X L, Wu Y Q, et al. Deformation mechanism and force modeling of the grinding of YAG single crystals[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2019, 143: 23 – 37.

[2] Perveen A. A study on micro-grinding of brittle and difficult-to-cut glasses using on-machine fabricated polycrystalline diamond (PCD) tool[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2012, 212: 580 – 593.

[3] Park H W. Development of micro-grinding mechanics and machine tools[D]. Atlanta: Georgia Institute of Technology, 2008.

[4] Park H W, Steven Y L. Force modeling of micro-grinding incorporating crystallographic effects[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2008, 48: 1658 – 1667.

[5] Hecker R L, Liang S Y, Wu X J, et al. Grinding force and power modeling based on chip thickness analysis[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, 33(5/6): 449 – 459.

[6] 温雪龙, 巩亚东, 程军, 等. 铝合金 Al6061 微尺度磨削力热特性试验分析[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(23): 165 – 174.  
(Wen Xue-long, Gong Ya-dong, Cheng Jun, et al. Experimental research on force and temperature characteristics in micro-grinding Al6061[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(23): 165 – 174.)

[7] 郎献军, 何玉辉, 唐进元, 等. 基于磨粒突出高度为瑞利分布的磨削力模型[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2014, 45(10): 3386 – 3391.  
(Lang Xian-jun, He Yu-hui, Tang Jin-yuan, et al. Grinding force model based on prominent height of abrasive submitted to Rayleigh distribution[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, 45(10): 3386 – 3391.)

[8] Yang Z C, Zhu L D, Lin B, et al. The grinding force modeling and experimental study of ZrO<sub>2</sub> ceramic materials in ultrasonic vibration assisted grinding[J]. *Ceramics International*, 2019, 45(7): 8873 – 8889.

[9] 李力钧, 傅杰才. 磨削力数学模型的研究[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 1979, 7(3): 49 – 60.  
(Li Li-jun, Fu Jie-cai. A study of grinding force mathematical model[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 1979, 7(3): 49 – 60.)

[10] Shaw M. Fundamentals of grinding[C]//Proceeding of the International Grinding: New Developments in Grinding. Pittsburgh, 1972: 221 – 258.

[11] Sin H, Saka N, Suh N P. Abrasive wear mechanisms and the grit size effect[J]. *Wear*, 1979, 55(1): 163 – 190.