

基于自适应 MPC 的无人驾驶车辆轨迹跟踪控制

梁忠超, 张欢, 赵晶, 王永富

(东北大学 机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819)

摘要: 根据自适应模型预测控制相关原理,设计一种无人驾驶车辆的轨迹跟踪控制策略.基于车辆动力学模型,建立轨迹跟踪控制器,并设计目标函数与相关约束,利用自适应 MPC(model predictive control)控制算法对其进行求解.在每一个控制时刻工作点,不断更新卡尔曼状态估计器相关增益系数矩阵以及控制器的状态来适应无人驾驶车辆当前的工作环境,以此补偿车辆的非线性以及状态测量噪声带来的影响.在 MATLAB 中搭建仿真模型并进行仿真验证,得出自适应 MPC 对于无人驾驶车辆的轨迹跟踪拥有较好的控制精度与鲁棒性,验证了该算法应用在轨迹跟踪控制层的有效性,为轨迹跟踪控制的研究提供了参考.

关键词: 无人驾驶车辆;卡尔曼状态估计器;自适应 MPC;轨迹跟踪控制;MATLAB/Simulink

中图分类号: U 461 **文献标志码:** A **文章编号:** 1005-3026(2020)06-0835-06

Trajectory Tracking Control of Unmanned Vehicles Based on Adaptive MPC

LIANG Zhong-chao, ZHANG Huan, ZHAO Jing, WANG Yong-fu

(School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China. Corresponding author: ZHANG Huan, E-mail: zhanghuanneu@163.com)

Abstract: According to the principle of adaptive MPC(model predictive control), a trajectory tracking control strategy for unmanned vehicles is designed. Based on the vehicle dynamics model, the trajectory tracking controller is established, and the objective function and related constraints are designed. The adaptive MPC control algorithm is used for solution. At each control point of operation, the Kalman state estimator correlation gain coefficient matrix and the state of the controller are continuously updated to adapt to the current working environment of the unmanned vehicle, thereby compensating for the nonlinearity of the vehicle and the effect of state measurement noise. The simulation model is built in MATLAB and verified by simulation. It is concluded that the adaptive MPC has better control precision and robustness for the trajectory tracking of unmanned vehicles. The effectiveness of the algorithm in the trajectory tracking control layer is verified. In addition, it provides a reference for the research of future trajectory tracking control.

Key words: unmanned vehicle; Kalman state estimator; adaptive MPC(model predictive control); trajectory tracking control; MATLAB/Simulink

我国汽车数量逐年增加,所带来的社会问题愈加明显.我国每年因为驾驶员操作不当造成死亡人数高达数十万,而且解决城市交通拥挤问题也迫在眉睫.对于未来的智能交通系统,无人驾驶车辆的迅速发展已成为一种必然趋势.无人驾驶车辆涉及的技术领域广泛,其中主要有环境探知、定位导航、行为决策、路径规划与跟踪控制等.

无人驾驶实现的重要环节是跟踪控制,在满足安全条件下,控制算法应该最大程度保证无人车的跟踪精度与行驶稳定性.实际的车辆模型是高度非线性的,致使无人驾驶车辆的精确控制很难实现.控制技术的主要目标就是为了提高自适应性、鲁棒性以及精确度,所以控制算法的应用尤为重要.控制技术主要分为侧向控制、纵向控制与

双向综合控制^[1-2]. 侧向控制包括模型预测控制(MPC)^[3]、纯追踪轨迹跟踪控制^[4]、线性二次高斯控制(LQG)^[5]、基于线性矩阵不等式方法的鲁棒增益调度自动转向控制^[6]、 H_∞ 鲁棒控制^[7-8]等. 由于模型预测控制能在控制过程中考虑多种约束, 所以应用广泛. 文献[9]提出一种基于多种约束的最优轨迹跟踪控制策略, 通过连续线性化误差模型, 利用二次规划求解 MPC, 获得良好的轨迹跟踪精度. 文献[10]提出了一种基于随机约束情形的 MPC 控制方法, 在解决众多决策变量的大规模问题上取得良好的效果. 文献[11]应用模型预测控制算法设计出一种新型的向后驾驶的转向控制器, 与斯坦利转向控制算法相比, 它有良好的鲁棒性与跟踪精度.

综合目前的研究成果, 车辆横向控制研究较少地考虑无人车辆模型失配、时变、非线性以及状态测量偏差等问题带来的影响. 无人驾驶车辆实际工况复杂多变, 随时受随机性因素影响. 因此本文采用自适应 MPC 算法来解决上述问题, 并搭建轨迹跟踪控制仿真模型, 验证控制效果.

1 车辆三自由度动力学建模

本文选用具有 x, y, I_z 3 个自由度的动力学模型. 如图 1 所示, 坐标系 $\{o-xyz\}$ 为无人驾驶车辆质心处的坐标系, 坐标系 $\{O-XYZ\}$ 为全局大地坐标系, 均满足右手法则. 则无人驾驶车辆四轮简化模型^[3]与轮胎的受力情况定义如下.

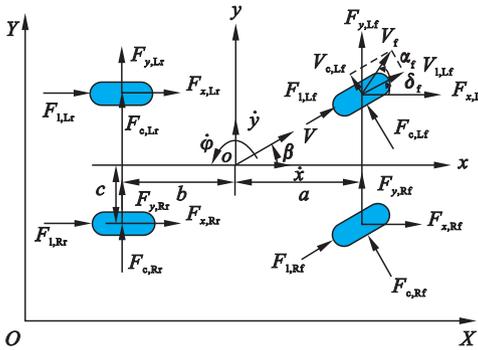


图 1 车辆动力学模型

Fig. 1 Vehicle dynamics model

根据牛顿第二定律, 计算得到 x 轴、 y 轴与绕 z 轴 3 个方向的受力平衡方程, 其中, $F_{x,Lf}, F_{y,Lf}, F_{x,Rf}, F_{y,Rf}, F_{x,Lr}, F_{y,Lr}, F_{x,Rr}, F_{y,Rr}$ 分别为 4 个轮胎所受纵向与侧向的力, 其动力学方程分别如下所示:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} &= m\dot{y}\dot{\varphi} + F_{x,Lf} + F_{x,Rf} + F_{x,Lr} + F_{x,Rr}, \\ m\ddot{y} &= -m\dot{x}\dot{\varphi} + F_{y,Lf} + F_{y,Rf} + F_{y,Lr} + F_{y,Rr}, \\ I_z\ddot{\varphi} &= a(F_{y,Lf} + F_{y,Rf}) - b(F_{y,Lr} + F_{y,Rr}) + \\ & c(F_{x,Lr} + F_{x,Rr} - F_{x,Rf} - F_{x,Lf}). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: m 为设定的仿真车辆质量; $\varphi, \dot{\varphi}$ 分别为横摆角与横摆角速度; \dot{x}, \ddot{x} 分别为车辆纵向速度与加速度; \dot{y}, \ddot{y} 分别为车辆的侧向速度与加速度; I_z 为车辆转动惯量; a, b, c 分别为质心点 o 到前、后轴的距离以及半轴长度;

坐标系 $\{o-xy\}$ 与惯性坐标系 $\{O-XY\}$ 之间的转换关系公式:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi, \\ \dot{Y} &= \dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: \dot{X}, \dot{Y} 分别为大地坐标系下纵、侧向速度.

应用线性轮胎模型可得到轮胎的纵向力与侧向力^[7]分别为

$$\left. \begin{aligned} F_l &= C_l s, \\ F_c &= C_c \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: C_l, C_c 分别为轮胎的纵向与侧向的刚度.

经简化与推导, 得到车辆三自由度动力学模型为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} &= -m\dot{x}\dot{\varphi} + 2[C_{cf}(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}}) + C_{cr}\frac{b\dot{\varphi} - \dot{y}}{\dot{x}}], \\ m\ddot{x} &= m\dot{y}\dot{\varphi} + 2[C_{lf}s_f + C_{lr}s_r + C_{cf}(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}})], \\ I_z\ddot{\varphi} &= 2[aC_{cf}(\delta_f - \frac{\dot{y} + a\dot{\varphi}}{\dot{x}}) - bC_{cr}\frac{b\dot{\varphi} - \dot{y}}{\dot{x}}], \\ \dot{Y} &= \dot{x}\sin\varphi + \dot{y}\cos\varphi, \\ \dot{X} &= \dot{x}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $C_{cf}, C_{cr}, C_{lf}, C_{lr}$ 分别为前、后轮胎的侧向刚度与纵向刚度; s_f, s_r 为前、后轮胎的滑移率; δ_f 为前轮转角.

建立的上述模型中: $\xi = [\dot{y}, \dot{x}, \varphi, \dot{\varphi}, Y, X]^T$ 为车辆系统的状态量; $u = \delta_f$ 为车辆系统的控制量.

2 轨迹跟踪控制器设计

由文献[3]推导出的非线性控制器可知, 非线性模型以及复杂的控制器约束对于无人驾驶车辆的求解具有一定的难度. 因此为了确保车辆在实际工况中求解的实时性, 本文采用线性控制器对控制问题进行描述, 并且把状态量偏差引入预测模型中, 不断更新状态工作点, 对系统模型进行线性化.

非线性动力学系统为

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中： \mathbf{f} 为系统的状态转移函数； \mathbf{h} 为系统的输出函数； $\mathbf{x}(t)$ 为 n 维的状态变量； $\mathbf{u}(t)$ 为 m 维的控制变量； $\boldsymbol{\eta}(t)$ 为 p 维的输出变量。

对系统进行线性化与离散化：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{u,k} \mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_{d,k} \mathbf{d}(k), \\ \boldsymbol{\eta}(k) &= \mathbf{C}_k \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_{u,k} \mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{v,k} \mathbf{v}(k). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中： k 为采样时刻； $\mathbf{d}(t)$ 、 $\mathbf{v}(t)$ 分别为过程状态偏差与测量输出偏差。

自适应 MPC 控制原理如图 2 所示。

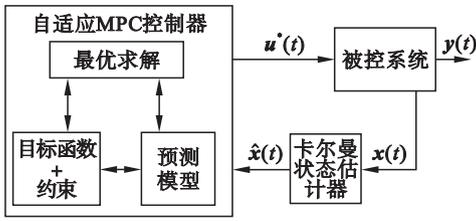


图 2 自适应 MPC 控制原理

Fig. 2 Adaptive MPC control principle

基于以上原理图，首先对系统状态进行估计。由于车辆系统是高度非线性，而且传感器也处于高度集中，控制器的状态量不是全部可以测量或有测量噪声，需要估计状态或滤波。在默认情况下，传统 MPC 使用的是静态卡尔曼滤波器 (KF) 估计轨迹跟踪控制器中的状态，这样导致轨迹跟踪精度会有一定的误差。因此本文在每一个控制采样时刻基于动态卡尔曼滤波器 (LTV - KF) 设计两个增益矩阵 \mathbf{L} 和 \mathbf{M} ，并且不断更新 \mathbf{L} 和 \mathbf{M} 以适应当下时刻的无人驾驶车辆系统^[12]。

状态预测方程如下：

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k|k) &= \mathbf{x}(k|k-1) + \mathbf{M}_k \mathbf{e}(k), \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1|k) &= \mathbf{A}_k \mathbf{x}(k|k-1) + \mathbf{B}_{u,k} \mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_{d,k} \mathbf{d}(k) + \mathbf{L}_k \mathbf{e}(k). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中： $\mathbf{x}(k|k-1)$ 为上一时刻状态量； $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 、 $\hat{\mathbf{x}}(k+1|k)$ 分别为当前时刻 k 与下一时刻 $k+1$ 处估计的状态量。 \mathbf{e} 为估计误差：

$$\mathbf{e}(k) = \boldsymbol{\eta}(k) - (\mathbf{C}_k \mathbf{x}(k|k-1) + \mathbf{D}_{u,k} \mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{v,k} \mathbf{v}(k)). \quad (8)$$

LTV - KF 的状态估计器所设计的增益矩阵更新方程如下：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{L}_k &= (\mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{N}) (\mathbf{C}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R})^{-1}, \\ \mathbf{M}_k &= \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T (\mathbf{C}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{R})^{-1}, \\ \mathbf{P}_{k+1|k} &= \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{A}_k^T - (\mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{C}_k^T + \mathbf{N}) \mathbf{L}_k^T + \mathbf{Q}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中： \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} 和 \mathbf{N} 是 MPC 状态估计器中的噪声协

方差矩阵； $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 是状态估计器基于 $k-1$ 时刻获得 k 时刻信息的状态估计误差协方差矩阵； \mathbf{L}_k 、 \mathbf{M}_k 为卡尔曼状态估计器设计的基于 k 时刻的更新增益矩阵。状态估计器相关参数的取值参考文献[13]。

基于式(7) ~ (9) 对于车辆系统的状态估计，得出当前时刻的状态量为 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ ，为了方便下文系统输出量的推导，作如下假设：

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{D}_{v,k} \mathbf{v}(k). \quad (10)$$

把控制量 $\mathbf{u}(k)$ 转化为控制增量 $\Delta \mathbf{u}(k)$ ，方便模型预测控制器对 $\Delta \mathbf{u}(k)$ 进行直接限制，因此对系统状态方程中的输入、输出以及相关矩阵等变量作出相应的变化。得到新的状态空间表达式为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k+1) &= \tilde{\mathbf{A}}_k \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \tilde{\mathbf{B}}_{u,k} \Delta \mathbf{u}(k) + \tilde{\mathbf{B}}_{d,k} \tilde{\mathbf{d}}(k), \\ \boldsymbol{\eta}(k) &= \tilde{\mathbf{C}}_k \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \tilde{\mathbf{D}}_{u,k} \Delta \mathbf{u}(k) + \tilde{\mathbf{w}}(k). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\text{式中：} \tilde{\mathbf{A}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k & \mathbf{B}_k \\ \mathbf{0}_{m \times n} & \mathbf{I}_m \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{B}}_{u,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{u,k} \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_k = [\mathbf{C}_k, \mathbf{D}_{u,k}]; \tilde{\mathbf{D}}_{u,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{u,k} \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix}; \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_{d,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d,k} \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix}^T; \tilde{\mathbf{d}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{d}(k) \\ \mathbf{0}_m \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{w}}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{0}_m \end{bmatrix};$$

$\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)$ ； \mathbf{I}_m 是 m 维单位矩阵； $\mathbf{0}_m$ 是 m 维值为 0 的列向量； $\mathbf{0}_{m \times n}$ 是 $m \times n$ 维的零矩阵。

通过不断进行迭代求解，可得到基于时刻 k 的系统输出量，则变换后的空间方程的系统输出量表达式如下：

$$\boldsymbol{\eta}(k) = \tilde{\mathbf{C}}_k \prod_{i=1}^{k-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{\mathbf{C}}_k \prod_{j=i+1}^{k-1} \tilde{\mathbf{A}}_j \cdot [\tilde{\mathbf{B}}_{u,i} \Delta \mathbf{u}(i) + \tilde{\mathbf{B}}_{d,i} \tilde{\mathbf{d}}(i)] + \tilde{\mathbf{D}}_k \Delta \mathbf{u}(k) + \tilde{\mathbf{w}}(k). \quad (12)$$

设模型预测控制器的预测时域为 N_p ，控制时域为 N_c ，则根据以上推导，在预测时域 N_p 内系统的输出量表达式如下：

$$\mathbf{Y}(k) = \boldsymbol{\Psi}_k \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \boldsymbol{\Theta}_k \Delta \mathbf{U}(k) + \mathbf{Y}_k \boldsymbol{\Phi}(k) + \mathbf{Z}(k). \quad (13)$$

式中： \mathbf{Y} 为系统的输出量向量； $\boldsymbol{\Psi}_k$ 、 $\boldsymbol{\Theta}_k$ 、 \mathbf{Y}_k 分别为此系统中定义的参数矩阵； $\Delta \mathbf{U}$ 为系统控制时域 N_c 内的控制量向量； $\boldsymbol{\Phi}$ 为系统预测时域 N_p 内的输入偏差向量； \mathbf{Z} 为系统预测时域 N_p 内的偏差向量。定义的变量如下：

$$\mathbf{Y}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(k+1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}(k+N_c) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}(k+N_p) \end{bmatrix}, \quad (13.1)$$

$$\mathbf{Z}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{w}(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{w}(k+N_p) \end{bmatrix}, \quad (13.2)$$

$$\Phi(k) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{d}}(k) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{d}}(k+N_p-1) \end{bmatrix}, \quad (13.3)$$

$$\Psi_k \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_{k+1} \tilde{\mathbf{A}}_k \\ \tilde{\mathbf{C}}_{k+2} \tilde{\mathbf{A}}_{k+1} \tilde{\mathbf{A}}_k \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \prod_{i=k}^{k+N_p-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \end{bmatrix}, \quad (13.4)$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+N_c) \end{bmatrix}, \quad (13.5)$$

$$\Theta_k \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_{k+1} \tilde{\mathbf{B}}_{u,k} & \tilde{\mathbf{D}}_{u,k+1} & \cdots & \mathbf{0}_{p \times m} \\ \tilde{\mathbf{C}}_{k+2} \tilde{\mathbf{A}}_k \tilde{\mathbf{B}}_{u,k} & \tilde{\mathbf{C}}_{k+2} \tilde{\mathbf{B}}_{u,k+1} & \tilde{\mathbf{D}}_{u,k+2} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \prod_{i=k+1}^{k+N_p-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{B}}_{u,k} & \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \prod_{i=k+2}^{k+N_p-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{B}}_{u,k+1} & \cdots & \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \prod_{i=k+N_c}^{k+N_p-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{B}}_{u,k+N_c-1} \end{bmatrix}, \quad (13.6)$$

$$\mathbf{Y}_k \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_{k+1} \tilde{\mathbf{B}}_{d,k} & \mathbf{0}_{p \times n} & \cdots & \mathbf{0}_{p \times n} \\ \tilde{\mathbf{C}}_{k+2} \tilde{\mathbf{A}}_{k+1} \tilde{\mathbf{B}}_{d,k} & \tilde{\mathbf{C}}_{k+2} \tilde{\mathbf{B}}_{d,k+1} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \prod_{i=k+1}^{k+N_p-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{B}}_{d,k} & \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \prod_{i=k+2}^{k+N_p-1} \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{\mathbf{B}}_{d,k+1} & \cdots & \tilde{\mathbf{C}}_{k+N_p} \tilde{\mathbf{B}}_{d,k+N_c-1} \end{bmatrix}. \quad (13.7)$$

现定义输出变量 $\boldsymbol{\eta}(k)$ 如下:

$$\boldsymbol{\eta}(k) = [\boldsymbol{\eta}_{\text{tr}}(k), \boldsymbol{\eta}_{\text{hc}}(k), \boldsymbol{\eta}_{\text{sc}}(k)]. \quad (14)$$

式中: $\boldsymbol{\eta}_{\text{tr}}, \boldsymbol{\eta}_{\text{hc}}, \boldsymbol{\eta}_{\text{sc}}$ 分别为控制输出量、硬约束输出量、软约束输出量。

由此经过向量矩阵变化,可推导出在预测时段 N_p 内控制输出量 $\mathbf{Y}_{\text{tr}}(k)$, 硬约束输出量 $\mathbf{Y}_{\text{hc}}(k)$, 软约束输出量 $\mathbf{Y}_{\text{sc}}(k)$ 的表达式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{\text{tr}}(k) &= \Psi_{\text{tr},k} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \Theta_{\text{tr},k} \Delta \mathbf{U}(k) + \mathbf{Y}_{\text{tr},k} \Phi(k) + \mathbf{Z}_{\text{tr}}(k), \\ \mathbf{Y}_{\text{hc}}(k) &= \Psi_{\text{hc},k} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \Theta_{\text{hc},k} \Delta \mathbf{U}(k) + \mathbf{Y}_{\text{hc},k} \Phi(k) + \mathbf{Z}_{\text{hc}}(k), \\ \mathbf{Y}_{\text{sc}}(k) &= \Psi_{\text{sc},k} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \Theta_{\text{sc},k} \Delta \mathbf{U}(k) + \mathbf{Y}_{\text{sc},k} \Phi(k) + \mathbf{Z}_{\text{sc}}(k). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中:下标 tr, hc, sc 分别表示系统参数矩阵的转化量、硬约束量和软约束量。

由于车辆动力学模型以及约束比较复杂,在一个控制周期内可能出现无解的情形,因此在目标函数中加入可放宽约束的松弛因子 ε , 保证求解器在每一个控制周期都可以找到解^[14]. 则采用如下形式的目标函数:

$$J(k) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\boldsymbol{\eta}(k+i) - \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(k+i)\|_{\mathbf{O}}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\Delta \mathbf{u}(k+i)\|_{\mathbf{P}}^2 + \sum_{i=0}^{N_c-1} \|\mathbf{u}(k+i)\|_{\mathbf{W}}^2 + \rho \varepsilon^2. \quad (16)$$

式中: $\mathbf{O} \in \mathbf{R}^{p \times p}$, $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{m \times m}$, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 分别为三个优化目标的权重矩阵; $\boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}$ 为参考轨迹变量; ρ 为权重系数; ε 为松弛因子。

为方便计算机仿真验证,将上述目标函数转换为标准二次型,利用自适应 MPC 算法对其进行求解,则优化问题公式如下:

$$\min_{J(k)} \left\{ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(k) \\ \varepsilon \end{bmatrix}^T \mathbf{H}_k \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(k) \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \mathbf{G}_k \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(k) \\ \varepsilon \end{bmatrix} \right\},$$

s. t.

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{\min} \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(k) \\ \varepsilon \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{\max} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \Theta_{\text{hc},k} & \mathbf{0} \\ -\Theta_{\text{hc},k} & \mathbf{0} \\ \Theta_{\text{sc},k} & -\mathbf{1} \\ -\Theta_{\text{sc},k} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}(k) \\ \varepsilon \end{bmatrix} \leq$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\max} - \mathbf{U}(k) \\ -\mathbf{U}_{\min} + \mathbf{U}(k) \\ \mathbf{Y}_{\text{hc,max}}(k) - \Psi_{\text{hc}} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) - \mathbf{Y}_{\text{hc}} \Phi(k) - \mathbf{Z}_{\text{hc}}(k) \\ -\mathbf{Y}_{\text{hc,min}}(k) + \Psi_{\text{hc}} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \mathbf{Y}_{\text{hc}} \Phi(k) + \mathbf{Z}_{\text{hc}}(k) \\ \mathbf{Y}_{\text{sc,max}}(k) - \Psi_{\text{sc}} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) - \mathbf{Y}_{\text{sc}} \Phi(k) - \mathbf{Z}_{\text{sc}}(k) \\ -\mathbf{Y}_{\text{sc,min}}(k) + \Psi_{\text{sc}} \tilde{\boldsymbol{\xi}}(k) + \mathbf{Y}_{\text{sc}} \Phi(k) + \mathbf{Z}_{\text{sc}}(k) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

式中:

$$\mathbf{H}_k \triangleq \begin{bmatrix} 2(\Theta_{\text{tr},k}^T \mathbf{O}_D \Theta_{\text{tr},k} + \mathbf{M}^T \mathbf{W}_D \mathbf{M} + \mathbf{P}_D) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \rho \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$G_k \triangleq \begin{bmatrix} 2\Xi(k)^T O_D \Theta_{t,k} + 2U(k-1)^T W_D M^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^T, \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} O_D &= \text{diag}(O, O, \dots, O), \\ W_D &= \text{diag}(W, W, \dots, W), \\ P_D &= \text{diag}(P, P, \dots, P). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$U(k-1) = \mathbf{1}_{N_c} \otimes \Delta u(k-1). \quad (21)$$

其中： H_k 为正定的 Hessian 矩阵； $\Xi(k)$ 为预测时域内的跟踪误差； $\mathbf{1}_{N_c}$ 是行数为 N_c 的列向量； $M = K \otimes I_m$ ， \otimes 为克罗内克积， K 为 $N_c \times N_c$ 维的下三角单位矩阵， I_m 是 m 维的单位矩阵。

每一个跟踪控制周期对式 (17) 进行求解，得到控制时域内一系列最优的控制变量：

$$\Delta U_k^* = [\Delta u_k^*, \Delta u_{k+1}^*, \dots, \Delta u_{k+N_c-1}^*]^T. \quad (22)$$

将上述最优控制变量第一个元素作用系统：

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u_k^*. \quad (23)$$

每一个控制周期都进行以上计算步骤，通过前轮转角控制量实现轨迹跟踪控制。

3 仿真实验与结果分析

表 1 为选定的车辆模型的参数。本文设定控制器的预测时域 $N_p = 10$ ，控制时域 $N_c = 3$ ，仿真步长 $T_s = 0.05$ s，权重系数 $O = \text{diag}(900, 20, 30, 30)$ ， $P = 20$ ， $W = 100$ ， $\rho = 1\ 000$ ， $-12^\circ \leq \delta_f \leq 12^\circ$ ， $-0.9^\circ \leq \Delta \delta_f \leq 0.9^\circ$ 。

表 1 车辆模型参数

Table 1 Vehicle model parameters

参数	数值	参数	数值
m/kg	1 600	$I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2 800
a/m	1.2	$C_{cf}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	60 000
b/m	1.6	$C_{cf}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	53 000
$s_f/\%$	0.15	$C_{fr}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	60 000
$s_r/\%$	0.15	$C_{fr}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	53 000
$g/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.8	u	0.85

在 MATLAB/Simulink 环境下搭建仿真模型并进行验证。在所搭建的仿真模型中，纵向速度由基于模式切换的增量式 PID 进行控制，并在每一个控制周期把控制量传给横向控制器，实现分层控制，对系统进行纵横向解耦。本文选定车辆以纵向速度为 10, 20 m/s，初速度 10 m/s，加速度 0.5 m/s^2 行驶时的 3 种工况进行验证，分别对轨迹跟踪精度与稳定性进行比较。参考轨迹选择国际标准的双移线工况。仿真结果如图 3 所示。

图 3a, 3b 表明：3 种速度工况下，自适应 MPC 能较好实现轨迹跟踪控制。轨迹跟踪误差伴随着

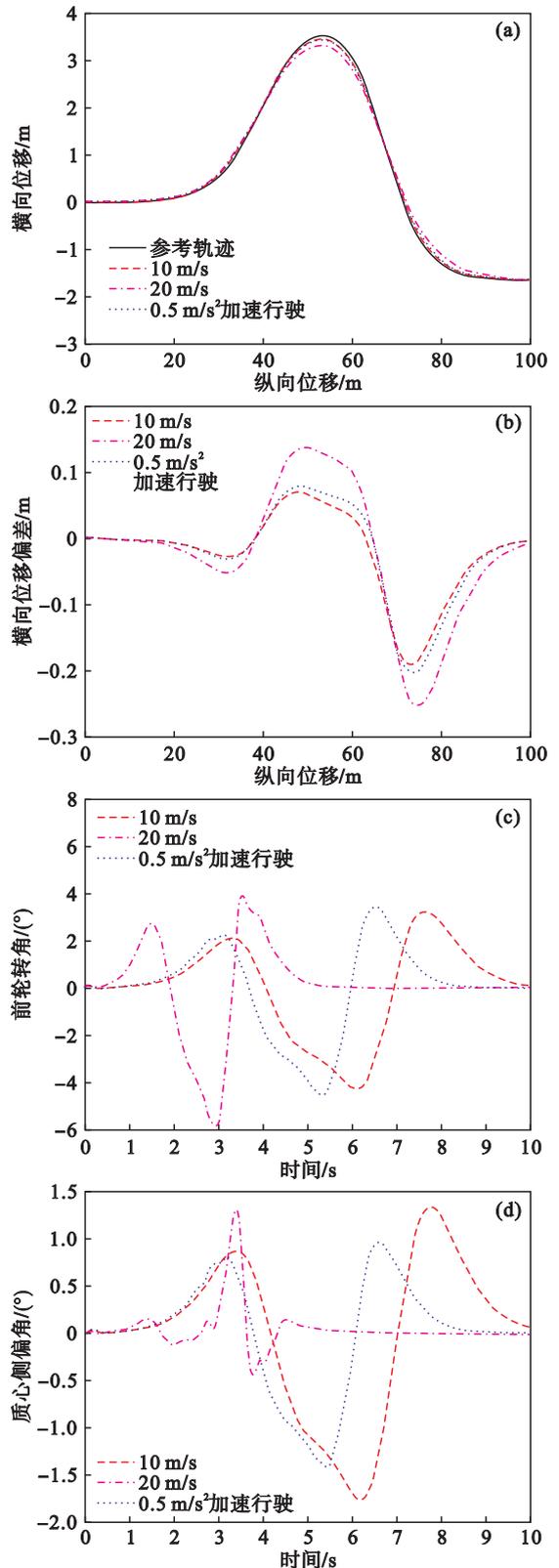


图 3 仿真结果

Fig. 3 Simulation results

- (a) —不同车速下轨迹跟踪仿真对比；
- (b) —不同车速下轨迹跟踪偏差对比；
- (c) —不同车速下前轮转角仿真对比；
- (d) —不同车速下质心侧偏角仿真对比。

车速的提高而增大,但始终没有超过 0.25 m。当车辆以 0.5 m/s^2 的加速度加速行驶时,依旧保持良好的轨迹跟踪精度,表明该算法对于车辆速度的实时变化具有较强的鲁棒性。

图 3c 表明:在 3 种速度工况下,车辆前轮转角伴随着车速的提高相应变化位置向前移动,最大转角始终没有超过控制器约束的范围。虽然加速行驶和 20 m/s 两种行驶工况下的前轮转角有波动,但转角变化量都在约束范围之内,并未发生突变,表明在双移线测试工况下本文所设计的控制器性能是可接受的。

图 3d 表明:3 种速度工况下,速度越低,轨迹跟踪精度越高,则相对应的质心侧偏角越大,但质心侧偏角始终处于控制器约束的范围之间,表明车辆控制过程是比较稳定的,能够确保车辆的操纵稳定性。当车辆以 20 m/s 的速度行驶时,质心侧偏角出现微小波动,可能原因是较大的侧向力导致轮胎处于非线性工作区域。

综合以上分析可知,本文提出的控制策略是有效的,并表现出快速的响应与收敛能力。自适应 MPC 轨迹跟踪控制算法具有良好的速度鲁棒性与轨迹跟踪性能。

4 结 论

本文考虑车辆系统的非线性以及测量与过程噪声的影响来设计自适应 MPC 轨迹跟踪控制器,在每一个控制周期不断更新卡尔曼状态估计器中增益矩阵来适应当前的系统工作环境。在 MATLAB/Simulink 中搭建仿真模型并进行仿真验证,结果表明该算法在不同速度下依然保持良好的跟踪精度与稳定性,对于无人驾驶车辆轨迹跟踪控制的研究具有一定的参考价值。

参考文献:

[1] Liang Z C, Gao H B, Ding L, et al. Analysis of driving efficiency for LRV's wheels by forced-slip method [J]. *Advances in Space Research*, 2014, 54(10): 2122 - 2130.

[2] Liang Z C, Chen J, Wang Y F, et al. Approach for imitation of manned lunar rover acceleration using prototype vehicle

with imitation handling ratio on earth [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(7): 5683 - 5694.

[3] 陈慧岩,熊光明,龚建伟,等. 智能车辆理论与应用 [M]. 北京:北京理工大学出版社,2018.
(Chen Hui-yan, Xiong Guang-ming, Gong Jian-wei, et al. *Intelligent vehicle theory and application* [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2018.)

[4] Elbanhawi M, Simic M, Jazar R. Receding horizon lateral vehicle control for pure pursuit path tracking [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(3): 619 - 642.

[5] Wang Y X, Chen E L, Liu P F, et al. A simplification of railway vehicle lateral vibration model based on LQG control strategy [J]. *Australian Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 16(2): 147 - 161.

[6] Guo J H, Luo Y G, Li K Q. Robust gain-scheduling automatic steering control of unmanned ground vehicles under velocity-varying motion [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2019, 57(4): 595 - 616.

[7] Liang Z C, Gao H B, Ding L, et al. Approach to imitate maneuvering of lunar roving vehicle under lunar gravity using a terrestrial vehicle [J]. *Mechatronics*, 2015, 30(9): 383 - 398.

[8] Liang Z C, Wang Y F, Chen G. Control for four-wheel independently driven electric vehicles to improve steering performance using H_∞ and Moore-Penrose theory [J]. *Journal of Automobile Engineering*, 2019, 233(6): 1466 - 1479.

[9] Cabanes I, Zubizarreta A, Pinto C, et al. Linear time varying model based model predictive control for lateral path tracking [J]. *International Journal of Vehicle Design*, 2017, 75(1): 1 - 22.

[10] Schildbach G, Fagiano L, Frei C, et al. The scenario approach for stochastic model predictive control with bounds on closed-loop constraint violations [J]. *Automatica*, 2014, 50(12): 3009 - 3018.

[11] Choi W, Ahn C, Son C W. MPC-based steering control for backward-driving vehicle using stereo vision [J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2017, 18(5): 933 - 942.

[12] 郝亮,郭立新. 自适应软测量算法的汽车行驶状态估计 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2019, 40(1): 70 - 76.
(Hao Liang, Guo Li-xin. Vehicle driving state estimation based on adaptive soft measurement algorithm [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2019, 40(1): 70 - 76.)

[13] Lin F, Wang H, Wang W, et al. Vehicle state and parameter estimation based on dual unscented particle filter algorithm [J]. *Transaction of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 31(5): 568 - 575.

[14] Luo Y, Xia Y Q, Sun Z Q. Robust event-triggered model predictive control for constrained linear continuous system [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(5): 1216 - 1229.